

## Capitolo B01: problemi, soluzioni ed esecutori

### Contenuti delle sezioni

- a. problemi ben definiti e loro soluzioni affidabili p.4
- b. agenti per le soluzioni p.10
- c. prospettive per la soluzione di problemi e per la matematica p.16
- d. comunicazione, segni, messaggi, dati, enunciati p.20
- e. esecutori e nastri p.29

35 pagine

---

**B01:0.01** Iniziamo qui a esporre, cercando di essere il più possibile gradualmente ed esaurienti, quello che proponiamo di adottare come *apparato* matematico-informatico conoscitivo e operativo; questo termine all'interno di questa *esposizione* lo abbrevieremo con il semplice sostantivo **apparato** o con l'acronimo **AMICO**.

Si tratta di un sistema di strumenti concettuali implementabili come meccanismi formali o tangibili (soprattutto informatici) che si rivela indispensabile per portare avanti efficacemente la fisica, tutte le altre discipline con caratteri scientifico-tecnologici e tutte le loro ormai moltissime applicazioni.

Questo *apparato* va considerato in continua evoluzione e conviene esaminarlo con modalità simili a quelle adottate per l'evoluzionismo biologico.

Ad esso si chiede di essere il più possibile attendibile ed efficace; per l'attendibilità lo si vuole precisamente definito, coerente e aderente alle esigenze delle discipline alle quali può servire; per l'efficacia si pretende che sia il più possibile incisivo e flessibile per tutte le sue possibili applicazioni che si ha ragione di prevedere in perdurante crescita.

Nei confronti delle applicazioni si chiede all'*apparato* di andare incontro alle richieste di un ampio ventaglio di attività fornendo loro strumenti operativi di natura modellistica e computazionale, strumenti in grado di soddisfare le svariate necessità che si presentano quando si opera concretamente per trovare soluzione ai molteplici problemi che ci affliggono, soprattutto i problemi più impegnativi che si presentano in modo ricorrente.

Si chiede che l'*apparato* renda disponibili strumenti affidabili, per quanto riguarda sia la loro efficacia pratica, sia la loro riutilizzabilità, la loro adattabilità, la loro migliorabilità e quindi il mantenimento della loro validità concettuale nel tempo.

In queste battute iniziali per le qualità che possono essere auspiccate per l'*apparato* possiamo solo accennare ad:

ampiezza e tendenziale completezza della portata, precisione delle indicazioni, velocità di risposta alle richieste, contenutezza delle risorse impiegate, versatilità e adattabilità rispetto al mutare dei requisiti, capacità di rendere condivisibile la propria affidabilità, apertura alla divulgazione dei propri scopi e delle proprie modalità d'uso.

Va detto che sino dalle prime caratterizzazioni del nostro *apparato*, si rendono necessarie numerose precisazioni linguistiche.

**B01:0.02** Queste pagine si propongono di presentare l'*apparato* sopra auspicato procedendo con gradualità attraverso successivi ampliamenti e approfondimenti.

L'*esposizione* trae spunto da varie considerazioni che si possono vedere come requisiti preliminari.

La prima di queste riguarda la varietà e l'importanza dei problemi che dobbiamo fronteggiare, da quelli quotidiani e circoscritti di interesse individuale a quelli di ampia portata e di forte impatto complessivo.

Varie constatazioni storiche segnalano che si è riusciti a portare a soluzione vari problemi impegnativi mettendo in campo un ampio corpo di procedure e di competenze caratterizzate dall'essere state definite con elevata accuratezza, in particolare per quanto riguarda i rispettivi limiti, e di essere state oggetto di molte aperte discussioni.

Ne consegue l'opportunità di portare avanti studi sistematici sui procedimenti volti alla soluzione dei problemi, sugli strumenti che li rendono concretamente utili e sul sistema di conoscenze che consentono di progredire nello sviluppo degli accennati procedimenti.

Questi studi hanno consentito la messa a punto di un complesso ampio ed eterogeneo, ma tendenzialmente coerente di strumenti materiali e concettuali utilizzato sia per affrontare i problemi che continuano a presentarsi che per sostenere, ampliare e potenziare l'intero complesso nel suo progredire.

Questo complesso che chiamiamo *apparato* ha portato a costituire una vera e propria cultura delle soluzioni dei problemi comprendente proprie metodiche, propri linguaggi, teorie che inquadrano gli strumenti e conoscenze sulle esperienze maturate.

**B01:0.03** È facile preannunciare che l'*apparato* che abbiamo delineato nel suo complesso deve essere estremamente accurato e deve essere assai articolato.

L'*esposizione* si propone di presentarlo attraverso una progressione di nozioni e di schemi formali e costruttivi con molte sfaccettature, ma che si possono ricondurre ad oggetti e a processi sostanzialmente semplici ai quali risulta possibile far risalire ciascuna delle definizioni, delle argomentazioni, delle enunciazioni di risultati che costituiscono gli assetti dell'*apparato* stesso.

Questo modo di procedere, chiaramente mosso da motivazioni didattiche, viene giustificato dalla necessità di assicurarsi che l'intero *apparato* sia ampiamente e convintamente condivisibile, sia dai vari soggetti che contribuiscono al suo sviluppo, che da coloro che a esso fanno ricorso per avere risolti propri problemi.

In altre parole l'*apparato* deve essere ampiamente condivisibile sia per il suo consolidamento che per le sue applicazioni pratiche.

**B01:0.04** Si inizia ponendo l'obiettivo della risoluzione sistematica dei problemi che possano essere condivisibilmente giudicati **problemi ben definiti**.

Si procede poi tenendo costantemente presenti le motivazioni costruttive e le prospettive di utilità riguardanti definiti ambiti dell'*apparato*.

Queste motivazioni e prospettive vanno valutate anche per quanto contribuiscono a diffondere e consolidare l'interesse del pubblico per la matematica, per i procedimenti che essa inquadra e per le attività concrete che di questi procedimenti si avvalgono.

In questa esposizione non si procede su una strada da subito rigorosamente formale, in quanto si ritiene che tale approccio rischi di essere poco coinvolgente per una gran parte dei potenziali interessati.

Quindi non si comincia con presentazioni rigorose di sistemi di assiomi e di strutture formali che risultano nitide ed efficienti per gli addetti, ma che per molti possono apparire distanti dalle applicazioni. Si preferisce partire dalle esigenze che emergono dalla osservazione di esecuzioni di calcoli che hanno dato risposte a esigenze pratiche, con l'esame dei vantaggi che sono stati conseguiti dai problemi portati a soluzione e con lo studio dei progressivi ampliamenti della portata e della incisività dei procedimenti che hanno avuto successo.

Possiamo anche dire che si assume un atteggiamento che tiene conto dei modi di procedere dei fisici e degli ingegneri e degli insegnamenti degli storici.

**B01:0.05** Dopo aver definito attraverso esigenze e scelte molto semplici i primi attrezzi e i primi schemi di lavoro, si procede, sempre con circospezione e gradualità, verso procedure e nozioni più elaborate che possano essere pienamente condivise o almeno accettate sulla fiducia dalla gran parte di quanti devono affrontare i cosiddetti **problemi ben definiti**.

L'esposizione, pur cercando di essere esplicita, coerente e conseguente, nel suo procedere incontra difficoltà espressive che inducono ad anticipare, sulla fiducia varie nozioni generali (enunciato, funzione, relazione, insieme, ...) facendo ricorso ad argomentazioni intuitive, a metafore, ad analogie, a raffigurazioni e a risultati e scenari ampiamente riconosciuti.

In tal modo si cerca di presentare abbastanza rapidamente un ventaglio piuttosto ricco di prospettive che possano sollecitare l'interessamento del lettore nei confronti del quadro concettuale e della strumentazione che si stanno delineando.

Una presentazione della matematica che intende essere costruttiva, consequenziale e graduale richiede un gran numero di dettagli formali che necessariamente coinvolgono numerosi termini e molte notazioni. Tutti questi dettagli se condotti con completa precisione rischiano di costringere alla lettura di pagine prolisse dovute a finalità faticose da cogliere.

Si renderà quindi necessario presentare gli sviluppi dell'annunciato *apparato* conoscitivo e operativo adottando sistematicamente semplificazioni del linguaggio e abbreviazioni di termini e notazioni.

Queste semplificazioni e abbreviazioni non sono poche e, a loro volta, rischiano di risultare faticose da ricordare; per contenere questo rischio si ricorre ad accorgimenti tipografici e lessicali e si mantengono indici che hanno la possibilità di essere gestiti in gran parte da automatismi.

**B01:0.06** Come accennato, si inizia parlando in senso lato della necessità di risolvere problemi, prospettando procedimenti che consentano di ottenere soluzioni estendibili a situazioni simili e ricorrendo a modalità che in precedenza hanno conseguito successi riconoscibili.

Avanzando la convinzione che le attività per la soluzione sistematica di problemi (soprattutto se impegnativi) possono essere portate avanti solo con la cooperazione di numerosi "agenti" e con la organizzazione di un ampio sistema di strumenti e conoscenze, si affronta come questione prima l'esame delle caratteristiche delle comunicazioni che permettono agli accennati agenti di collaborare validamente.

Si precisano quindi le nozioni di carattere e di stringa insieme alle loro prime elaborazioni che, nello spirito dell'empirismo e del pragmatismo, si propongono come sensate in quanto facili da riconoscere utili, riproducibili con precisione e quindi proponibili per essere ampiamente accettate.

La loro accettazione porta a dichiarare "affidabili" queste elaborazioni e a dichiarare **procedure affidabili** i complessi di regole che le governano.

## **B01:a. problemi e loro soluzioni affidabili**

**B01:a.01** Un punto di vista sulla vita degli uomini (e di molti altri esseri viventi) al quale va data grande importanza riguarda i problemi che continuamente si devono affrontare.

I molti problemi provengono da una vasta gamma di esigenze che vanno dalle più quotidiane ed episodiche a quelle di ampia portata con forte impatto su comportamenti, sulla società e talora sulla storia.

Molti problemi derivano da esigenze pratiche che si sono imposte fin dagli inizi delle civiltà e che in genere hanno generato forti cambiamenti sociali e culturali:

la gestione delle scorte alimentari, la delimitazione dei terreni coltivabili, le registrazioni commerciali e fiscali con i calcoli che le accompagnano, gli interventi amministrativi e legislativi, la costruzione di abitazioni, infrastrutture e monumenti, le attività militari.

A questi problemi chiaramente motivati si devono aggiungere i problemi che si incontrano nella stesura delle registrazioni di eventi civili, politici, bellici, economici, ambientali e astronomici a causa delle conseguenze dirette che derivano dalla loro consapevolezza e dell'importanza culturale che in tempi lunghi sono determinati dalle documentazioni che li riguardano.

Per molti problemi particolari da secoli sono state adottate solo soluzioni episodiche e di influenza limitata.

Tuttavia con l'accumularsi delle esperienze si è anche andata formando e consolidando la tendenza di cercare soluzioni per intere classi di problemi, cioè soluzioni applicabili in tante situazioni particolari aventi caratteristiche simili.

In questa direzione hanno spinto i vantaggi che hanno procurato le soluzioni di maggiore successo.

Quindi per i problemi che si presentano ben definiti e soprattutto per quelli con importanti poste in gioco e con conseguenze di manifesta evidenza, si è sentita la necessità di investire rilevanti risorse per cercare soluzioni ottenibili con azioni ripetibili e con la possibilità di essere progressivamente perfezionate e adattate.

Questo per esempio si è riscontrato nell'Egitto dei primi Tolomei, nella Cina confuciana, in particolare con la dinastia Song, e da molte classi dirigenti europee soprattutto a partire dal XVII secolo dopo la rinascita delle attività scientifiche, la crescita della navigazione intercontinentale e la diffusione delle iniziative della rivoluzione industriale.

**B01:a.02** La storia ci dice che si sono individuati procedimenti e metodi che hanno portato a soluzioni soddisfacenti per estese categorie di problemi e che in vari campi la ricerca di soluzioni di ampia portata si è fatta pressante ed ha condotto a procedimenti risolutivi che si sono potuti inquadrare in metodi applicabili con le opportune varianti anche a situazioni che riguardano attività con obiettivi molto diversi da quelli soddisfatti originariamente.

I progressi conseguiti con le soluzioni di problemi rilevanti spesso sono stati interrotti da rovinose fasi di regresso dovute a ricorrenti catastrofi naturali, guerre, situazioni conflittuali come quelle che hanno portato alla distruzione della Biblioteca di Alessandria nel 642, all'incendio della università monastica di Nalanda intorno al 1200, alla distruzione delle opere astronomiche dei Maya con conseguenti perdite di competenze e di consapevolezza.

Nei tempi lunghi si sono imposti i progressi nelle discipline che sono meglio riuscite a consolidare conoscenze ricostruibili, trasmissibili e ondivisibili avvalendosi di strumenti come la stampa con caratteri mobili, le comunicazioni a distanza e le definizioni di standards di riferimento. Queste attività si sono

rivelate ottimi fattori di resilienza e cooperazione e sono state utilizzate in particolare dalle cosiddette discipline scientifiche e tecnologiche.

Nei confronti dei molteplici problemi che si devono affrontare si è posta la necessità di valutare la bontà delle soluzioni da cercare e di quelle ottenute e per queste importanti valutazioni si sono adottati criteri anche molto diversi.

Tra i valori presi in considerazione si segnalano: la semplicità del procedimento risolutivo, la contenutezza delle risorse da impiegare, la precisione dei risultati, la rapidità nel conseguire le soluzioni, la ampiezza delle situazioni da tenere sotto controllo, la versatilità e la adattabilità dei procedimenti precisati.

Per molti problemi impegnativi questi valori risultano poco compatibili e conseguentemente in circostanze diverse devono essere assunti criteri valutativi diversi e in molte situazioni si devono ricercare soluzioni di compromesso.

**B01:a.03** Procedendo ad approfondire la ricerca di soluzioni affidabili sono emerse due tendenze complessive che non di rado divergono.

Una tendenza è quella di circoscrivere maggiormente il campo al quale applicare un tipo di soluzione per renderla più efficiente e più garantita. Questa conduce a rendere più estesa e differenziata la gamma dei procedimenti risolutivi disponibili.

In altre circostanze all'opposto si tende ad ampliare un campo applicativo grazie alla possibilità di adottare strumenti risolutivi concettualmente o materialmente più versatili senza sensibili abbassamenti delle prestazioni. Questa tendenza conduce a perseguire schemi e metodi risolutivi di maggiore generalità e a delineare quadri concettuali più astratti.

La storia ci dice che queste due tendenze spesso sono oggetti di forti interazioni reciproche con altri processi evolutivi.

La tendenza alla differenziazione è influenzata dal mutare e dall'ampliarsi delle esigenze applicative e dal crescere della disponibilità ad investire per affrontare nuovi problemi. La tendenza alla generalizzazione interagisce con l'acquisizione da parte dei diversi ambienti di ricerca di nuovi strumenti materiali (lenti, pompe, microelettronica, ...), di nuove scoperte e di cambi di paradigma.

Nelle pagine che seguono sarà dato peso prevalente alla **affidabilità delle soluzioni**, intendendo che si giudicano affidabili le soluzioni che si possono applicare a un campo applicativo ben definito (spesso provvisoriamente piccolo, ma in grado di crescere) e che in questo campo abbiano possibilità di successo molto elevate.

L'importanza attribuita alla affidabilità dipende dal fatto che baseremo la validità degli strumenti per la soluzione dei problemi sulla possibilità che possano essere ampiamente accettati e condivisi nei diversi stadi della definizione dei requisiti, del preventivo delle risorse richieste, delle esecuzioni e delle successive valutazioni in vista di ricerche più affinate.

Per questo forse la qualifica "affidabile" si potrebbe accostare alle o sostituire con le qualifiche "confidabile" e "concordabile"; tuttavia le accezioni più comuni di "confidare" e di "concordare" potrebbero generare fraintendimenti. In effetti è necessario procedere a precisare costruttivamente le caratteristiche da attribuire alla affidabilità.

**B01:a.04** Cerchiamo ora di chiarire maggiormente cosa intendiamo con il termine **problemi ben definiti**, ossia cosa qui intendiamo con il termine **buona definitezza**.

Sul piano delle aspettative definiamo ben definiti i problemi per i quali si confida di ottenere soluzioni largamente affidabili in tempi ragionevoli e abbastanza prevedibili; problemi quindi per il cui studio

si vede la convenienza di dedicare tempo degli studiosi ed eventuali altre consistenti risorse (denaro, organizzazione, pubblicazioni, spazi, macchinari, dispositivi, materiali, ...).

Per un ulteriore chiarimento della buona definitezza contiamo sui molti esempi che incontreremo nel seguito per i quali ci sforziamo di procedere dai primi estremamente semplici (e basilari per una iniziale accettazione delle nozioni e degli atteggiamenti proposti) a problemi via via più articolati e più ambiziosi nella fondatezza, nella portata, nella precisione e nella incisività.

Per la applicabilità delle procedure risolutive oggi si può contare sulle implementazioni digitali che rispetto a quelle di pochi anni fa sono molto più veloci, versatili, adattabili ed estesamente dispiegabili. Dalle loro esecuzioni lo studio dei problemi ben definiti può ottenere robusti supporti esemplificativi e retroazioni (feedbacks) in grado di suggerire miglioramenti alle tesse risoluzioni.

Per quanto riguarda le caratteristiche interne dei procedimenti risolutivi, quella che per prima deve essere chiarita è la attesa larga affidabilità: si chiede che vi sia ampio accordo sulla utilizzabilità dei risultati ottenuti per progetti che interessano gruppi umani tendenzialmente estesi.

Questo esige un elevato livello della precisione per le definizioni delle grandezze in gioco e per l'attendibilità per le argomentazioni, in particolare per quelle a carattere deduttivo.

Per questa qualità è essenziale avvalersi dei procedimenti altamente attendibili della logica formale e della logica matematica [B60,B61,B65].

Quando si passa dai risultati alle loro utilizzazioni sorge la delicata problematica dei conflitti fra le applicazioni. Dalla loro constatazione segue la necessità di cautela nello studio dei problemi che possono avere applicazioni con obiettivi discordati, soprattutto quelli che si rivelano frontalmente e aspramente contrapposti.

Questa cautela comporta l'opportunità che chi affronta questi problemi esamini con attenzione i conflitti tra le persone (e più in generale tra gli organismi viventi) che le soluzioni possono suscitare.

Sui conflitti dovremo tornare più diffusamente, soprattutto per le conseguenze sullo svilupparsi degli algoritmi nelle loro varie accezioni.

**B01:a.05** Per lo sviluppo dell'*esposizione* ci proponiamo di esaminare con quali strumenti si possono ottenere soluzioni affidabili per i molteplici tipi di problemi; naturalmente cominciamo con problemi molto semplici, ma avendo sempre come guida la possibilità di procedere verso problemi via via più impegnativi.

Muovendoci secondo questa linea giungeremo alle attività di calcolo (termine da intendere in senso lato), alle elaborazioni computazionali, alla nozione di algoritmo e quindi alla matematica e all'informatica, due discipline tra le quali non vediamo una linea di separazione alla quale nelle prospettive odierne sia opportuno dare importanza.

Nell'esame dei processi conoscitivi riguardanti gli studi prospettati riteniamo non vada trascurata la possibilità di trarre suggerimenti da attività di carattere empirico, come osservazioni e indagini statistiche, e da considerazioni storiche.

Sul piano empirico riteniamo importante la consapevolezza dell'evoluzione delle prestazioni degli strumenti di indagine e di organizzazione dei risultati. In particolare è importante rendersi conto della influenza delle odierne apparecchiature informatiche, da vedere come strumenti a sostegno della ampiezza e della incisività di tanti obiettivi specifici, nonché come supporti della intera cultura (e politica) delle soluzioni affidabili.

Sul piano storico pensiamo essenziale la visione della varietà dei problemi che sono stati risolti con successo grazie a alle idee sviluppate da personalità capaci e innovative, ma anche grazie a lunghi sforzi

congiunti di ampie comunità di studiosi e sperimentatori che hanno saputo trovare le modalità per sviluppare efficaci collaborazioni, anche quando disponevano di mezzi di comunicazione vistosamente meno efficienti degli attuali.

**B01:a.06** È naturale proporsi di capire se e come si possono ricercare in modo sistematico soluzioni di problemi impegnativi che presentino elevate caratteristiche nelle diverse direzioni valutative di precisione, velocità, efficacia, economia delle risorse, generalità, versatilità, adattabilità, comprensibilità e della conseguente condivisibilità.

Si vuole anche una ricerca sistematica delle soluzioni, cioè una ricerca che conduca a strumenti, procedure e, possibilmente, a metodologie che siano ampiamente applicabili o adattabili a problemi di varia natura e presenti in diversi contesti. Si chiede inoltre che le procedure e le metodologie auspiccate si possano descrivere e giustificare in modo che possano essere padroneggiate da intere comunità di operatori incaricati di trovare soluzioni.

Va inoltre segnalata la convinzione che il complesso degli strumenti conoscitivi e operativi che possono essere oggi presentati sia pienamente aperto a successivi ampliamenti dei suoi obiettivi.

Evidentemente in queste pagine iniziali gli obiettivi possono essere presentati solo a un livello orientativo. Successivamente saranno perseguiti attraverso successivi stadi nei quali saranno definiti obiettivi via via più ambiziosi e il più possibile precisi e condivisibili, si individueranno strumenti in grado di raggiungere tali obiettivi e si procederà a definire modalità espositive delle conseguenze dei risultati che siano ampiamente disponibili, che diano buone garanzie di robustezza logica (fino a definire dimostrazioni e teorie altamente attendibili) e che sostengano la riproducibilità dei procedimenti e la comunicabilità delle competenze tra i diversi ambiti disciplinari.

**B01:a.07** Schematizzando pesantemente il mondo delle soluzioni dei problemi, tra i problemi da giudicare come ben definiti distinguiamo un primo tipo di problemi, quelli per i quali la ricerca di soluzioni di alta qualità (per noi soprattutto soluzioni di elevata affidabilità e di incisiva efficacia in ambiti chiaramente delimitati) è riuscita a ottenere successi via via più soddisfacenti.

Prospettiamo poi un secondo tipo di problemi degni di attenzione, quello dei problemi di largo interesse per i quali (ancora) non si è riusciti a trovare soluzioni sufficientemente soddisfacenti e che chiameremo **problemi del futuro**.

Si ricorda che i problemi ben definiti sono stati trovati soprattutto nei campi scientifico-tecnologici e che con il crescere delle conoscenze e degli strumenti disponibili questi problemi sono diventati via via più numerosi, meglio definiti, più gestibili e in grado di influenzare scenari sempre più larghi.

Si osserva inoltre che i problemi del secondo tipo riguardino sistemi e ambienti molto più sfaccettati e ancora carenti di modelli realistici i quali, si presume, richiederanno indagini estese, approfondite e in buona parte poco prevedibili.

In particolare questi problemi riguardano temi afferenti a biologia, psicologia, antropologia e comportamenti sociali.

Nel seguito ci occuperemo quasi esclusivamente dei problemi ben definiti che hanno già ottenuto soddisfacenti soluzioni. Stante la prevalente attenzione loro dedicata li chiameremo solo **problemi**.

#### **B01:a.08**

I risultati ottenuti dalla matematica e dalle sue applicazioni, in particolare quelli con condegne pratiche ottenuti negli ultimi decenni mediante gli strumenti dell'informatica, giustificano la prospettive che seguono.

Rivolgere l'attenzione prevalentemente ai problemi che genericamente qualifichiamo come impegnativi, problemi riguardanti obiettivi non limitati da interessi troppo ristretti e che tendono a ripresentarsi nel tempo.

Per affrontare uno di questi problemi si devono sviluppare attività conoscitive riguardanti gli elementi che definiscono il problema stesso, gli strumenti e le risorse necessari alla ricerca delle sue soluzioni e le possibili conseguenze della disponibilità delle soluzioni stesse.

Questa attività deve soddisfare alcuni requisiti.

Innanzitutto deve essere mossa da obiettivi non episodici, ma che possano ripresentarsi e non siano limitati nel tempo, e quindi obiettivi che possano aprire prospettive significative.

Per quanto richiesto in a04 essa non deve avere obiettivi in conflitto con quelli di settori conoscitivi con obiettivi contigui e può porsi in conflitto con settori con obiettivi più comprensivi, solo se mossa da fondati obiettivi critici.

A essa si chiede anche di mostrare la possibilità di ampliare la propria portata e la gamma delle persone o delle organizzazioni cointeressate, oppure di mostrare la possibilità di migliorare la precisione, l'incisività o l'economicità degli obiettivi.

Alle argomentazioni di una attività conoscitiva su problemi ben definiti si chiede di cercare di essere facilmente sintonizzabili con quelle dei settori conoscitivi aventi obiettivi simili o compatibili; quindi queste argomentazioni devono svilupparsi con strumenti concettuali e risultati di osservazioni ben riconoscibili, in grado di evitare ambiguità, fraintendimenti e contraddizioni non solo interne.

Alle indagini conoscitive per problemi ben definiti accade di incontrare entità empiricamente osservabili o oggetti di possibili argomentazioni che condividono caratteristiche simili che possono contare nei loro utilizzi prevedibili.

Tra i problemi ben definiti ci riserviamo di distinguere i **problemi razionalizzati**, i problemi che hanno ottenuto soluzioni concrete di successo; a questi problemi si farà ricorso per citare esempi e per servirsi di suggerimenti storici all'interno di parentesi aperte negli sviluppi che cercano di essere gradualmente e consequenziali.

**B01:a.09** Nel seguito useremo anche la sigla SciTech come abbreviazione dell'aggettivo "scientifico-tecnologico".

Il panorama delle soluzioni dei problemi ben definiti, evidentemente, nel tempo può subire cambiamenti anche vistosi.

Una valutazione storica positiva vede allargarsi con una certa regolarità l'area dei problemi ben definiti e soprattutto quella dei razionalizzati.

Purtroppo si osservano anche crescite nell'area dei problemi per il futuro, di quelli che emergono nelle crisi economiche, sanitarie, belliche e ambientali.

Sui cambiamenti delle prospettive sui problemi influiscono in modi talora vistosi gli avanzamenti tecnologici, sia a favore della risolvibilità dei problemi, che per la generazione di nuovi problemi.

Al mondo delle soluzioni si può quindi attribuire l'aggettivo "liquido", oggi molto usato per gli scenari per i quali non si conoscono schematizzazioni definite in grado di far definire strategie di ricerca e sviluppo dei corrispondenti procedimenti risolutivi.

**B01:a.10** Nel proseguimento dell'esame di problemi ben definiti faremo riferimento a una schematizzazione che cominciamo a delineare.



Con il termine **istanza di problema** ci riferiamo a una situazione particolare, immanente, nella quale si chiede di venire incontro a una esigenza specifica attraverso una attività tangibile o conoscitiva che qualifichiamo come singola **elaborazione**.

Chiamiamo specificamente **problema** una collezione di istanze di problema che presentano molte caratteristiche simili chiaramente riconoscibili (valori di parametri, aspetti strutturali, ...) tali da indurre a ricercare soluzioni comuni, che poertino a elaborazioni simili, riconducibili allo stesso schema operativo.

Chiamiamo inoltre **problematica** un complesso di problemi che presentano una parte incompleta di caratteristiche simili e riguardano situazioni pratiche riconducibili a un determinato settore di attività (produttiva, organizzativa, conoscitiva, ...) oppure a più settori diversi ma accomunati da elementi strutturali con caratteristiche molto vicine, anche se non immediatamente riconoscibili.

La vastità, la ricchezza di aspetti e la variabilità del panorama dei problemi ben definiti non consente di applicare la schematizzazione sopra proposta ai problemi che si pongono concretamente senza adeguati esami specifici.

Essa vuole solo facilitare e rendere più intuibile la conduzione di alcuni dei discorsi che seguono.

Essa in effetti risulterà utile soprattutto per lo studio dei problemi ben definiti che saranno progressivamente presentati come problemi dotati di soluzioni affidabili.

**B01:a.11** Conviene anche prospettare subito alcune distinzioni fra i problemi ben definiti.

Diciamo **problemi computabili** i problemi ben definiti per i quali sono stati individuati criteri (modelli) che consentono di associare agli elementi tangibili che caratterizzano ciascuna delle sue istanze oggetti e manovre che possono essere utilizzate per elaborazioni volte a trovare loro soluzioni.

Tra i problemi computabili si distinguono quelli che chiamiamo **problemi risolvibili**, i problemi per i quali sono disponibili procedimenti collaudati, in particolare programmi o sistemi software, in grado di cercare la soluzione per ogni sua istanza.

Chiamiamo **problema matematizzato** ogni problema computabile che è stato esaminato in una varietà di istanze sufficientemente ampia che ha consentito di individuare un complesso di oggetti e meccanismi formali in grado di costituire una presentazione di livello matematico del problema e dei procedimenti volti all'ottenimento delle soluzioni per le sue istanze.

In genere un problema matematizzato si può avvalere dei risultati ottenuti per un buon numero delle sue istanze.

## B01:b. agenti per le soluzioni

B01:b.01 Proseguiamo a delineare la schematizzazione di riferimento introdotta in a10.

Le **soluzioni affidabili dei problemi**, che in questa *esposizione* sono gli obiettivi principali, le pensiamo affidate a operatori ai quali si richiedono prestazioni e competenze che vanno definite e accertate con cura.

Questi operatori, per ora, ci limitiamo a chiamarli **agenti**, mentre per le suddette soluzioni ci serviamo della sigla SAP.

L'esperienza storica evidenzia che la ricerca di molte SAP impegnative richiede l'intervento di numerosi agenti dotati di molteplici capacità che inoltre siano capaci di sviluppare collaborazioni efficaci, articolate e in grado di adattarsi.

In effetti sono numerosi gli esempi di problemi impegnativi che hanno potuto essere affrontati con successo solo da nutriti gruppi di agenti e sono numerose le problematiche che hanno richiesto l'impegno di intere comunità di studiosi per periodi di anni e anche di secoli.

A questo proposito ci limitiamo a citare la **storia dell'astronomia** (wi) e la dimostrazione dell'**ultimo teorema di Fermat** (wi).

Più in generale si propone la convinzione che tutte le attività conoscitive e costruttive di ampio raggio e con importanti obiettivi vadano affrontate da gruppi di agenti che abbiano la capacità di collaborare ad alti livelli di motivazione, di impegno, di efficienza e di coordinamento.

Consideriamo quindi fondamentale sul piano pratico che gli agenti che affrontano una problematica impegnativa riescano a condividere informazioni, conoscenze, competenze operative e metodi di lavoro.

Essi, innanzi tutto, devono riuscire a comunicare con precisione in modo affidabile ed efficace.

B01:b.02 Molti esempi di problemi risolti soddisfacentemente dicono che per affrontare in modo incisivo le soluzioni dei problemi impegnativi si deve disporre di agenti in grado di effettuare prestazioni come le seguenti.

- eseguire calcoli su grandezze geometriche, su misurazioni fisiche, su informazioni strutturali, su valutazioni statistiche, su valori finanziari e su altri tipi di dati quantitativi;
- registrare, ordinare e strutturare informazioni riguardanti le istanze del problema da affrontare, a cominciare da sistemi di dati empirici e da elenchi di nomi accompagnati da specificazioni (scientifiche, tecniche, amministrative, giuridiche, ...);
- vagliare enunciati che riguardano le accennate informazioni, individuare le loro implicazioni, definire le regole costruttive che si possono inferire e curare l'accuratezza delle loro applicazioni.

Le prestazioni su numeri, figure e informazioni strutturali richiedono conoscenze, tecniche e sensibilità sviluppate nel corso di secoli dalla matematica e dalle sue applicazioni.

Il trattamento dei dati richiede le competenze sviluppate dalla statistica, dalle burocrazie più efficienti, dalle biblioteche meglio organizzate e, nel corso degli ultimi decenni, dalle molteplici comunità di informatici.

Le attività riguardanti enunciati, implicazioni e regole richiedono l'applicazione rigorosa di regole della logica.

Queste considerazioni inducono a precisare il termine "agenti" con quello di "agenti matematico-informatici".

**B01:b.03** Nel passato delle SAP si sono occupati soltanto agenti umani: ricercatori in matematica, in fisica e in altre discipline scientifiche e tecnologiche, studiosi che raccoglievano dati effettuando osservazioni, misure e indagini, addetti alla organizzazione di dati e alla redazione di documenti normativi ed esecutori di calcoli da effettuare prima manualmente, dall’inizio del XIX secolo con l’aiuto di dispositivi meccanici, dalla fine del XIX secolo mediante strumenti elettromeccanici.

Dalla metà del secolo XX sono diventate essenziali anche le attività collegate alla programmazione degli elaboratori elettronici e alla utilizzazione degli strumenti per la gestione informatica e telematica dei dati.

Inoltre negli anni tra il 1990 e il 1995 si è reso disponibile il **World Wide Web (we)** il quale ha accresciuto le possibilità delle collaborazioni a distanza per tutto il nostro Pianeta ed ha consentito di avviare una crescita senza soste della circolazione delle informazioni e in particolare di quelle riguardanti le SAP.

Cominciamo a caratterizzare il modo di operare degli agenti definendo un loro modello basilare che identifichiamo con la sigla **MAG**, da “modello riguardante gli agenti”.

Chiamiamo **squadra di agenti** un gruppo di agenti impegnati in un dato problema o in una determinata problematica servendosi di competenze complementari e capaci di collaborare condividendo efficacemente le informazioni che vanno elaborando.

Tra gli agenti umani distinguiamo due categorie di persone.

Al primo tipo assegnamo gli studiosi in grado di apportare innovazioni alle tecniche, ai metodi e alle conoscenze, grazie alle competenze su determinate materie accumulate con studi ed esperienze: queste persone conveniamo di chiamarle **agenti innovatori**, ma potremmo chiamarle anche **agenti ricercatori**.

È evidente che queste persone hanno dato e continuano a dare i contributi più determinanti allo sviluppo delle SAP.

Accanto a essi non vanno peraltro trascurate le persone che vengono incaricate dell’esecuzione di attività di calcolo e di gestione dei dati che non richiedono azioni e scelte innovative, ma che devono essere eseguite con grande precisione, meticolosità e continuità attraverso manovre che seguono istruzioni e regole formulate in tutti i loro dettagli e con tutta la chiarezza necessaria dagli innovatori impegnati nella stessa problematica.

**B01:b.04** Attualmente molteplici ragioni rendono decisamente opportuno includere tra gli agenti anche sistemi artificiali, cioè i computers dotati di programmi nelle loro molte varianti, le apparecchiature informatico-telematiche dotate di processori elettronici programmabili e i sistemi costituiti da numerosi (anche milioni) di dispositivi dei tipi precedenti che operano in stretto collegamento.

Si tratta di sistemi in grado di procedere con elevata autonomia grazie alle loro dotazioni di componenti hardware e software, sistemi attivi e reattivi e dotati di dispositivi che consentono loro di comunicare con gli operatori umani e di interagire con l’ambiente.

Alcuni di questi sistemi artificiali sono dotati anche di dispositivi che permettano il monitoraggio e alcune modifiche dell’ambiente nel quale sono collocati; taluni (i robots) sono anche in grado di muoversi nel loro ambiente e di modificarlo prendendo decisioni in autonomia. Di queste ultime prestazioni tuttavia ci occuperemo solo marginalmente.

La prima caratteristica che prendiamo in considerazione di questi sistemi artificiali, spesso qualificati come “intelligenti”, è quella di possedere in misura vistosamente superiori a quelle degli agenti umani velocità di calcolo e di manipolazione dei dati (selezione, ordinamento e fusione), capacità di archiviazione e di ritrovamento delle informazioni e versatilità (in particolare nelle attività effettuate in

cooperazione in vari contesti: ufficio, impianto industriale, rete cittadina, rete globale, comunicazioni astronautiche.).

Essi hanno anche la capacità di rendere routinarie elaborazioni predefinite anche molto articolate e di organizzare in modo efficiente e adattivo attività di cattura e di trasferimento attraverso le reti telematiche di grandi quantità di dati.

Si deve anche tenere conto del fatto che i sistemi artificiali intelligenti, in confronto agli agenti umani, sono decisamente più numerosi: già oggi molti miliardi in confronto a poche centinaia di milioni di potenziali agenti umani.

Inoltre molti agenti artificiali, a confronto degli umani, sono in grado di effettuare una gamma di elaborazioni predefinite molto più ampia e possono essere riaggiornati, riaddestrati e replicati molto più rapidamente.

Oltre a ciò oggi si può confidare nelle potenzialità di vari sistemi informatici nei confronti di attività molto impegnative per gli umani.

Tra quelle consolidate vi sono: le elaborazioni grafiche riconoscitive, selettive e produttive; il calcolo simbolico [computer algebra (we)], le dimostrazioni automatiche e le verifiche della correttezza di deduzioni e di programmi.

Altre, esplorate da poco ma che si stanno rivelando in notevole crescita, afferiscono a discipline emergenti quali *intelligenza artificiale (wi)* [v.a. *artificial intelligence (we)*], *machine learning (we)* e *knowledge management (we)*.

**B01:b.05** Constatato che molte possibilità operative degli agenti artificiali sono decisamente superiori alle corrispondenti umane, non è sensato rinunciare ad affidare loro ruoli di agenti esecutori matematico-informatici.

Inoltre non vanno ignorati molti punti deboli degli operatori umani e della loro intelligenza elettrochimica sul piano della efficacia complessiva quali: la tendenza a dimenticare dettagli, la lentezza nel rispondere a richieste che richiedono di vagliare trilioni di possibilità, la incapacità di presidiare a costi ragionevoli vaste gamme di processi critici (che possono derivare da cause ambientali, da emergenze, da rischi, dalla necessità di risparmiare risorse e da tanto altro).

Molti dei punti deboli prevedibili delle azioni praticabili con mezzi puramente umane oggi possono essere sostenuti sistematicamente attraverso un uso accurato di dispositivi e muniti di sistemi software adeguati.

Osserviamo infine che la tripartizione degli agenti che si trova nel modello *MAG* che si sta delineando non vuole che siano ignorate né le forti simbiosi ampiamente collaudate tra agente umani e artificiali che la tecnologia si preoccupa di sostenere (ma purtroppo privilegiando le applicazioni rivolte all'intrattenimento), né il fatto che nel passato molti grandi innovatori delle scienze si sono dovuti impegnare personalmente in esecuzioni di calcoli e in manipolazioni di dati estremamente meticolose, lunghe e faticose.

A questo proposito si possono ricordare le osservazioni astronomiche (ad esempio quelle di Ticho Brahe e Kepler), le indagini prima alchemiche, poi chimiche e farmaceutiche e gli studi geodetici.

**B01:b.06** Per quanto riguarda le prospettive generali le considerazioni precedenti inducono disegnare per il modello *MAG* uno scenario in cui squadre di agenti cooperano per ottenere una SAP. In questo scenario compaiono

- innovatori che definiscono modelli dei problemi e forniscono direttive metodologiche;

- esecutori incaricati di raccogliere dati seguendo criteri basati sui citati modelli e di organizzare questi dati in strutture informative opportune (elenchi, sistemi per la circolazione di dati condivisi, basi di dati e archivi delle varie informazioni giudicate pertinenti e utili);
- studiosi dei cosiddetti algoritmi e programmatori addetti alla implementazione e agli adattamenti degli algoritmi che si rivelano adeguati per intere problematiche;
- sistemi per l'elaborazione, la archiviazione e il reperimento dei dati;
- statistici che analizzano dati e delineano previsioni.

Per individuare le caratteristiche fondamentali delle prestazioni degli agenti proponiamo decisamente di cominciare dalle loro modalità di scambiarsi informazioni e di definire linee guida a sostegno della efficacia e della coerenza nelle loro azioni, con piena consapevolezza della varietà delle loro competenze e dei loro incarichi, spesso con la complicazione della adattabilità e dalla variabilità.

Inizieremo con analizzare attentamente le più elementari caratteristiche operative degli agenti (umani e artificiali).

Questo ci condurrà a definire quelle che, riteniamo, sia sensato proporre come caratteristiche basilari delle attività computazionali.

Successivamente procederemo a progressivi ampliamenti, in genere in parallelo, dei problemi che sappiamo risolvere, degli strumenti formali per le elaborazioni, delle caratteristiche degli algoritmi, delle attività di documentazione e di concettualizzazione dei procedimenti, fino a giungere alle problematiche della matematica e ai suoi rapporti con l'informatica e le applicazioni.

Per quanto riguarda le caratteristiche degli agenti innovatori ci limiteremo a pochi cenni in relazione a strumenti e problemi di particolare interesse e a poche considerazioni sopra le loro interazioni con gli agenti esecutori.

Dedicheremo invece maggiore attenzione alle modalità di organizzazione espositiva delle conoscenze matematiche che si vanno consolidando, conoscenze che derivano dai determinanti risultati delle indagini degli innovatori.

**B01:b.07** Gli esecutori di procedure umani nel passato hanno portato avanti con meticolosità e precisione le elaborazioni (soprattutto calcoli numerici e grafici) che hanno risolto affidabilmente molti problemi matematizzati, contribuendo in misura importante allo sviluppo delle conoscenze matematiche, scientifiche e tecnologiche.

Degli esecutori umani se ne potrebbero distinguere ed esaminare diversi tipi, ma qui semplificando ne prendiamo in considerazione un unico tipo che caratterizziamo in modo alquanto generico.

A lui chiediamo di essere in grado di effettuare operazioni strettamente assimilabili a quelle eseguibili da un tipo di macchine che chiameremo MSM [b09, B04c06].

In tal modo cerchiamo fin dalle elaborazioni più semplici di mantenere concettualmente unificate le attività finalizzate alle SAP.

Quando un esecutore umano facente parte di una squadra impegnata in una certa problematica si trovasse di fronte a situazioni non conformi agli schemi per lui predisposti dagli agenti innovatori dovrebbe semplicemente denunciarle a innovatori con ruoli di supervisor perchè decidano la revisione dei criteri che si sono mostrati inadeguati e in modo che le procedure da adottare siano più adeguate a risolvere i problemi.

Questi adeguamenti possono essere più o meno profondi e quando sono radicali portano a dei cosiddetti cambiamenti di paradigma che possono richiedere modifiche degli stessi modelli fondativi delle problematiche.

Nella gran parte dei casi si tratta di adeguamenti che conducono ad organizzazioni delle elaborazioni più articolate.

Nel modello *MAG* a un esecutore umano che si trova di fronte a situazioni anomale non si richiede di effettuare scelte non previste e di prendere iniziative che richiederebbero capacità ed esperienze giudicate al di fuori delle sue mansioni.

Pe quanto riguarda gli adeguamenti delle procedure può essere utile prendere visione degli studi e delle pratiche sopra il cosiddetto **ciclo di vita del software** (wi).

**B01:b.08** Gli esecutori umani hanno contribuito a risolvere problemi specifici anche nel lontano passato e, in buona sostanza, a essi si sono spesso rivolti gli agenti innovatori per richiedere di effettuare su numerose istanze le elaborazioni governate dalle procedure derivate dalle loro ricerche.

In questa possibilità di demandare a operatori ai quali non si richiedono capacità innovative la effettuazione di calcoli che richiedono grande precisione e tempi di lavoro lunghi va riconosciuto il valore socio-economico che la matematica ha generato a partire dalle civiltà dei grandi fiumi.

La odierna disponibilità di esecutori artificiali di altissima efficienza in attività specifiche, evidentemente, ha reso ancora più diffusa e incisiva l'influenza socio-economica della matematica e delle discipline a essa collegate.

Conviene anche osservare esplicitamente che molti risultati ottenuti grazie al lavoro degli esecutori (in certi periodi si trattava soprattutto di esecutrici) sono stati in grado di suggerire modi di vedere determinanti per la crescita della matematica, dell'informatica e di tutte le discipline scientifiche e tecnologiche.

**B01:b.09** Si può constatare che gli agenti devono operare in vari modi con sequenze di segni introdotti con convenzioni ben precise condivise le quali in linea di massima presentano forme specifiche ben riconoscibili; queste sequenze le chiamiamo **stringhe**.

Ogni agente esecutore nel suo lavoro si viene a trovare sistematicamente di fronte a una cosiddetta **procedura**, entità che per ora, con intento soltanto introduttivo, definiamo come sistema di regole rappresentabili mediante un primo genere di stringhe chiamate **istruzioni** atte a determinare gli svolgimenti di processi che chiamiamo **elaborazioni della procedura** e che possono vedersi come successioni di modifiche di stringhe di un secondo genere, le stringhe esprimenti dati del problema.

In queste attività gli agenti esecutori in seguito saranno chiamati anche **esecutori di procedure**, in sigla EP.

Ciascuna elaborazione di una procedura prende in carico un gruppo di dati, rappresentati da stringhe del secondo genere (o da oggetti riconducibili a esse), dati che rappresentano una istanza del problema che si vuole risolvere. La procedura si sviluppa attraverso manovre eseguite con la massima accuratezza da un agente esecutore in grado di interpretare senza indecisioni le richieste espresse dalle istruzioni.

Gli EP il cui comportamento è il più semplice da analizzare sono alcuni tipi di agenti artificiali, ovvero di macchine in grado di effettuare le elaborazioni sopra accennate.

Va subito segnalato che di macchine esecutrici se ne studiano svariati tipi, anche molto diversi per componenti, per organizzazione strutturale e per caratteristiche degli obiettivi.

Inizialmente prendiamo in considerazione un solo tipo di macchina che chiamiamo **macchina sequenziale multinastro**, in sigla MSM, in quanto il suo modo di operare si può facilmente avvicinare a quello degli esecutori umani.

In seguito esamineremo molti altri tipi di macchine, alcuni costituiti da pochi dispositivi e con una struttura semplice, altri muniti di svariati tipi di dispositivi e dotati di strutture molto articolate.

Tra questi ultimi si trovano i vari odierni modelli di computers muniti di programmi scritti in qualcuno dei tanti linguaggi di programmazione oggi disponibili.

Conviene anche segnalare subito che tutti i tipi di macchine esecutrici presi in considerazione si rivelano avere prestazioni essenzialmente equivalenti [C21].

## **B01:c. prospettive per la soluzione di problemi e per la matematica**

**B01:c.01** Procediamo ora a individuare le caratteristiche basilari delle attività degli agenti organizzati in una squadra incaricata di affrontare una data problematica.

Cominciamo con l'esaminare una serie di quelli che proponiamo di considerare come **problemi basilari**. Per essere considerato basilare un problema, oltre ad essere ben definito, deve avere associate procedure che consentono a opportuni esecutori di risolvere le sue istanze attraverso manovre che possono essere giudicate di elevata affidabilità da parte di una ampia maggioranza di studiosi del settore.

Visti i problemi basilari di un campo disciplinare si affrontano problemi dello stesso campo via via più elaborati per giungere a procedimenti risolutivi prevedibilmente più complessi.

Si constata che molte procedure complesse si possono servire vantaggiosamente di procedure più semplici e consolidate, ossia precedentemente accettate come altamente affidabili che in tal modo svolgono il ruolo delle **sottoprocedure**.

Vedremo inoltre che molte delle procedure elaborate che riescono ad utilizzare procedure consolidate lo possono fare seguendo schemi organizzativi che si rivelano sostanzialmente semplici e la cui applicazione può convincentemente essere giudicata affidabile.

Questi schemi consolidati di riutilizzo di procedure come sottoprocedure possono essere accuratamente analizzate ed efficacemente applicati.

Si trova anche che gran parte delle procedure elaborate si servono di numerose procedure più semplici che spesso richiamano altre loro sottoprocedure, e che si possono avere strutture di richiami coinvolgenti sottoprocedure a diversi livelli.

Si constata anche che con le procedure via via più composite si possono affrontare con sistematicità problemi sempre più impegnativi.

Si intravede dunque la possibilità di fare riferimento a cataloghi delle procedure affidabili disponibili nei vari campi, cataloghi che in molti casi crescono progressivamente arricchendosi di procedure sempre più composite seguendo modalità tendenzialmente uniformi.

Con sviluppi di questo tipo si giunge alla possibilità di fare riferimento a complessi di problemi risolvibili mediante procedure affidabili nel quale si individuano problemi da qualificare come articolati che si servono delle soluzioni di problemi più semplici per i quali si può usare la qualifica di **sottoproblemi**.

**B01:c.02** Vedremo che questo modo di procedere può essere portato molto avanti e si constata che vengono rese disponibili estese raccolte di procedure utilizzabili per affrontare nuovi problemi, talvolta procedendo con sistematicità.

Questo modo di affrontare i problemi si dice che adotta la **strategia della modularità**.

Conviene aggiungere esplicitamente che per riuscire a procedere secondo questa prospettiva risulta necessario servirsi sistematicamente di oggetti formali che consentano di rappresentare gli oggetti tangibili che intervengono nelle istanze dei problemi; questi oggetti formali possono essere sottoposti a elaborazioni che mediante adattamenti relativamente semplici consentono di trattare tutte le svariate istanze attribuibili ad uno stesso problema.

Accade anche che gli oggetti formali possono essere utilizzati con la possibilità di essere sostituiti da oggetti equivalenti che possono presentare vantaggi in determinate circostanze. Questo costituisce la loro **intercambiabilità**, caratteristica che fornisce agli oggetti formali una elevata flessibilità di impiego, fattore di notevole importanza quando si tenga presente la notevole evoluzione che riguarda gli strumenti



hardware e software per i calcoli automatici utilizzabili per affrontare la gran parte dei problemi attuali.

Servendosi di oggetti formali dunque risulta più agevole sviluppare estesamente procedure risolutive proponibili come efficienti e affidabili.

Tra i requisiti delle procedure quindi assume grande importanza la versatilità, qualità essenziale per portare avanti la strategia della modularità.

**B01:c.03** Un genere di attività fondamentale per il perseguimento delle SAP riguarda la organizzazione a un alto livello di comprensibilità e di riutilizzabilità del complesso delle conoscenze ricavabili dall'esame delle procedure dichiarate affidabili e dello studio degli effetti a largo raggio dei risultati delle relative elaborazioni.

Queste conoscenze è opportuno renderle ampiamente disponibili e riutilizzabili in quanto possono molto aiutare a definire e affrontare mediante nuove procedure i nuovi problemi che si vanno ponendo.

La storia dice che molte nuove procedure sono ottenute come varianti, generalizzazioni e arricchimenti di procedure precedentemente consolidate; in effetti si possono individuare filoni evolutivi di procedure con caratteristiche comuni con notevoli vantaggi per la organizzazione delle conoscenze sulla strumentazione costituita dalle procedure riconosciute affidabili.

Sono invece altamente apprezzabili le procedure che presentano elementi innovativi, sia per i problemi che affrontano che per le manovre che rendono disponibili.

In linea di massima i filoni evolutivi di procedure presentano componenti via via più articolate e impegnative e si intuisce facilmente che la loro evoluzione sia favorita dalla modularità.

Nell'ambito del modello *MAG* possiamo affermare che gli sviluppi che abbiamo accennati sono portate avanti degli agenti innovatori.

Secondo il modello *MAG* le chiameremo **conoscenze per scopi generali**.

In seguito proporremo anche di chiamarle **conoscenze matematiche**.

Una più precisa definizione delle conoscenze matematiche più semplici e fondamentali verrà data attraverso vari passi iniziali del loro progressivo sviluppo e in questo modo ci avvicineremo a una definizione della matematica stessa.

La attuale *esposizione* può essere vista sensatamente come una raccolta di conoscenze matematiche che cerca di essere giudicata significativa.

Segnaliamo anche che conoscenze matematiche più avanzate dovranno essere basate su entità e procedimenti formali decisamente astratti con molti caratteri lontani da quelli delle procedure per risolvere affidabilmente i problemi.

**B01:c.04** Vedremo che le conoscenze matematiche devono essere esposte seguendo criteri formali molto accurati dando importanza a espressioni che contengono segni peculiari, che può essere conveniente scegliere diversi dai segni usati per i dati e i risultati dei problemi e per le istruzioni delle procedure, e organizzandole con strutture formali altrettanto peculiari che devono essere accuratamente precisate.

In effetti le molteplici esposizioni delle conoscenze matematiche, se confrontate con le esposizioni delle conoscenze in altre discipline, soddisfano norme più precise e sono dotate di maggiore coerenza.

Ogni presentazione di risultati matematici si vuole possa essere ampiamente utilizzata da quanti devono affrontare problemi con qualche affinità con problemi precedentemente risolti. Questa esigenza viene soddisfatta in modi diversi, ma che complessivamente hanno condotto a esiti altamente compatibili.

Senza entrare ora nei dettagli, limitiamoci a constatare che le conoscenze matematiche vengono organizzate attraverso definizioni di entità delle quali si intendono trovare proprietà e relazioni da esprimere mediante affermazioni che chiamiamo **enunciati**.

Le definizioni delle entità e gli enunciati delle loro caratteristiche sono da esprimere con formalismi tendenzialmente molto precisi che costituiscono a loro volta delle entità formali sottoponibili a indagini che possono portare a nuovi enunciati di elevata generalità e che vengono studiate sempre di più come oggetti di elaborazioni automatiche (v. computer algebra e formal turn).

Seguendo questi propositi gli agenti innovatori, che si potrebbero anche chiamare “i matematici”, sono andati molto avanti nella definizione di strumenti computazionali e conoscitivi in grado di affrontare numerose problematiche impegnative.

Le precedenti considerazioni di prospettiva, come vedremo, possono essere collegate a idee dell'utilitarismo e del pragmatismo e inducono a dichiarare come obiettivo generale la costruzione di un **apparato matematico-informatico conoscitivo e operativo**. in sigla AMICO, Si tratta di un apparato costituito da procedure con definiti obiettivi, sia di interesse generale che di interesse pratico e sono eseguibili affidabilmente, e da conoscenze matematiche che hanno il compito di sostenere la crescita progressiva del sistema delle suddette procedure.

Questo *apparato* si può dire finalizzato a sostenere una cultura della soluzione dei problemi fatta di definizioni di entità formali, di enunciati che le riguardano, di impostazioni teoriche e di indicazioni metodologiche di vasto respiro.

**B01:c.05** Cominciamo a individuare quelle che assumiamo come caratteristiche basilari per il modello *MAG* dei comportamenti dei vari agenti che cooperano allo sviluppo dell'*apparato* AMICO.

La primaria esigenza degli agenti è quella di effettuare mediante operazioni e apparecchiature sicure e attendibili nelle conseguenze, scambi di informazioni che, innanzi tutto, riguardano le caratteristiche dei problemi che devono risolvere a cominciare dai dati di ogni singola istanza.

Ad un livello più specifico vediamo gli agenti di una squadra impegnati in una determinata problematica i quali per affrontare sistematicamente i corrispondenti problemi devono essere in grado di servirsi di un linguaggio costituito di termini e di espressioni chiaramente definiti e condivisibili.

Si deve quindi assumere che questi agenti sappiano padroneggiare linguaggi chiaramente e coerentemente definiti i sui diversi piani lessicale, sintattico, semantico e pragmatico.

Prospettiamo allora, per grandi linee, alcuni tipi di linguaggi per le attività che si svolgono nell'ambito dell'*apparato*.

Serve un linguaggio base utilizzabile da tutti gli agenti concernente le finalità generali dell'*apparato* che emergono dagli aspetti generali delle soluzioni dei singoli problemi.

Servono poi “linguaggi locali”, ciascuno dei quali utilizzato all'interno di una squadra di esecutori che affronta una determinata problematica; ciascuno di questi linguaggi riguarda gli strumenti specializzati elaborati per la specifica problematica e può presentare elementi “gergali” ritenuti strumenti convenienti per la messa a fuoco delle tematiche specifiche della problematica.

Risulta inoltre indispensabile un “linguaggio globale” che, in linea di principio, è padroneggiato interamente dagli agenti innovatori con compiti di coordinamento generale, mentre ogni squadra è in grado di utilizzare le sue parti che servono a trovare una collocazione nel quadro generale dei risultati ottenuti per la sua specifica problematica.

Il linguaggio globale presenta una parte operativa che serve agli innovatori che coordinano più squadre e che definiscono scelte strategiche per gli sviluppi di ampio raggio d'azione.

Esso presenta inoltre una parte che diciamo matematica che viene usata propositivamente dagli innovatori per sviluppare e strutturare le definizioni e gli enunciati che esprimono le conseguenze di interesse generali ricavate dalle esperienze computazionali, cioè dalle elaborazioni che hanno consentito agli esecutori di trovare soluzioni alle istanze dei problemi.

**B01:c.06** I suaccennati linguaggi devono essere definiti attraverso accurate convenzioni specifiche e devono potersi evolvere in relazione ai problemi che si vanno ponendo e agli strumenti che si vanno rendendo disponibili.

A grandi linee è pensabile che le definizioni riguardino dati dei problemi, dispositivi per l'elaborazione e loro funzioni, prestazioni degli agenti, obiettivi delle soluzioni, formulazioni delle conoscenze matematiche e visioni strategiche sopra le problematiche.

Va detto che si impone anche la precisazione di linguaggi da adottare per rappresentare gli oggetti degli scenari applicativi “reali” ai quali si intendono applicare le attività “formali e operative” dei vari agenti.

Inoltre parti di questi linguaggi dovranno essere comprensibili e maneggevoli dagli operatori che chiamiamo **committenti** dei problemi, i soggetti interessati alle soluzioni dei problemi specifici e alla loro qualità e che per semplicità assumiamo diversi dagli agenti al servizio dell'*apparato*.

Questi soggetti in molte circostanze si possono anche chiamare “fruitori” o “utenti” dell'*apparato*.

È forse superfluo dichiarare che le considerazioni precedenti hanno soltanto presentato esigenze sul piano delle prospettive generiche e che intendono servire solo come riferimenti orientativi per gli sviluppi nelle pagine che seguono.

## B01:d. comunicazione, segni, messaggi, dati, enunciati

**B01:d.01** Procediamo ora alla definizione della parte del modello *MAGC* che riguarda le comunicazioni che si scambiano gli agenti attraverso opportuni canali, parte che contrassegnamo con *MAGC*.

Le osservazioni dei segnali che si scambiano gli umani riguardano messaggi che possono avere consistenze fisiche diverse: parlato, visualizzazioni, documenti impressi su argilla, vergati su papiro, pergamena o carta, inviati tramite impulsi elettrici o onde elettromagnetiche, segnali analogici oppure digitali, ... .

Il modello *MAGC* proponendosi di trattare solo le caratteristiche essenziali, assume alcune semplificazioni che si preoccupa di giustificare.

Esso prescinde dalle caratteristiche fisiche dei messaggi e dei canali di collegamento: questo come vedremo, corrisponde alla adozione degli oggetti formali per rappresentare gli elementi tangibili dei problemi e per farne gli oggetti di elaborazioni utilizzabili per ottenere le caratteristiche quantitative di tutti gli oggetti e i processi materiali da esaminare.

*MAGC* ipotizza che i messaggi siano trasmessi senza cadute delle connessioni e senza distorsioni: questo viene giustificato dall'alto livello delle attuali apparecchiature per la trasmissione dei segnali. Esso trascura tutti i dettagli implementativi (costruttivi, operativi di installazione e di conduzione) dei processi, confidando sulla varietà e sulla qualità delle apparecchiature rese disponibili dalle tecnologie odierne.

*MAGC* vede le informazioni che si muovono su linee ciascuna delle quali collega due agenti con i ruoli intercambiabili del trasmettitore e del ricevitore, senza preoccuparsi dei tempi richiesti, in quanto può contare sul fatto che gli agenti collegati possano sincronizzare le loro trasmissioni senza essere ostacolati significativamente né dalle distanze, né dalle differenze dei loro tempi operativi.

Inoltre il modello, dopo aver assunto, sempre per semplicità di ignorare le perdite di efficienza e dopo aver osservato che le comunicazioni in parallelo possono essere simulate da quelle seriali, presume che si effettuino solo trasmissioni di questo tipo ben più semplici da trattare.

Tutti i molti dettagli riguardanti le trasmissioni reali potranno essere ripresi quando l'*apparato AMICO* potrà considerarsi consolidato.

Aggiungiamo che fin dalle semplificazioni iniziali si tiene presente che tutto quanto concerne le conoscenze, a partire dalle comunicazioni, si realizza su basi fisiche (atteggiamento del fisicalismo).

Questo modello schematizza gli agenti intercomunicanti con un digrafo riflessivo [B16b] nel quale ogni nodo rappresenta un agente con la sua attrezzatura ed ogni arco rappresenta una linea di trasmissione che potrebbe essere sia monodirezionale che bidirezionale.

Si tratta di un digrafo mentale e orientativo che chiameremo **digrafo-Ag** nel quale si possono distinguere sottodigrafi fittamente interconnessi rappresentanti le squadre di agenti e altri collegamenti più rari che stabiliscono connessioni tra i sottografi delle diverse squadre e tra squadre con nodi periferici rappresentanti i committenti delle elaborazioni per la soluzione dei problemi (con obiettivi SAP).

**B01:d.02** Segnaliamo esplicitamente che il modello *MAGC*, in quanto schema semplificato, oltre a evitare molti dettagli, non si cura dell'efficienza delle operazioni effettuate nelle elaborazioni.

Esso infatti serve solo a individuare le caratteristiche che possono dirsi essenziali attraverso le quali procedere alla introduzione di elementi e di procedimenti via via più articolati ed efficaci per la costituzione dell'*apparato AMICO*.

Questi elementi e questi procedimenti, grazie alla loro riducibilità a operazioni elementari assunte affidabili, vanno ad aggiungersi alla attrezzatura a diretta disposizione dei vari agenti e possono risultare utili anche per i committenti.

Confortati dalle esperienze confidiamo che i limiti delle semplificazioni delle entità e delle situazioni introdotte in queste considerazioni iniziali potranno essere rivisti e ridotti in attività successive che si pongono il fine di definire modelli del reale più elaborati di *MAG* e in particolare di *MAGC* avvalendosi delle costruzioni e dei risultati ottenuti con modelli più semplici.

Le analisi più accurate ed esigenti dei comportamenti degli agenti potranno avvalersi di modelli più articolati delle applicazioni concrete la cui definizione e i cui sviluppi in genere si serviranno di parti dell'*apparato* già consolidate che sul piano esecutivo si concreteranno in sottoprocedure precedentemente collaudate. Queste possibilità attribuibili alla strategia della modularità vengono sostenute dalle proprietà di versatilità e di adattabilità delle rappresentazioni dei dati e delle procedure consolidate.

Naturalmente, tutti i modelli via via adottati per le prestazioni degli agenti e per le applicazioni potranno essere oggetto di falsificazioni e di successivi auspicabili miglioramenti, ampliamenti e raffinementi in conseguenza del progressivo accumularsi dei risultati e delle conoscenze, dal presentarsi di nuove esigenze e dal crescere della accuratezza dei riscontri.

A questo punto occorre segnalare che le considerazioni che seguono trascureranno quasi del tutto i comportamenti degli agenti impegnati negli studi innovativi e nella conduzione strategica delle attività. Possiamo confidare che gli agenti innovatori, grazie alle loro capacità e alle competenze acquisite con studi ed esperienze, riescano a servirsi con facilità di meccanismi comunicativi adatti alle loro esigenze e sappiano avvalersi di accorgimenti volti a superare le rigidità alle quali i meticolosi esecutori non si possono sottrarre.

Ci possiamo quindi limitare a confidare che ogni nuova indicazione che gli innovatori rivolgono agli esecutori risulti chiaramente interpretabile e possa contribuire ai nuovi meccanismi dell'*apparato*.

Aggiungiamo di ritenere che il modo di fare adottato, nonostante i suoi limiti, possa contribuire a convincere le persone che si stanno accostando ad attività finalizzate alle SAP della unitarietà della matematica e delle attività a essa collegate.

**B01:d.03** I messaggi che si scambiano gli agenti, come si è detto, li schematizziamo con sequenze di segni tendenzialmente elementari.

Ciascuno dei segni trasmessi può avere implementazioni materiali diverse in relazione ai diversi dispositivi usati per trasmetterli e trattarli nelle successive fasi elaborative che si devono prospettare.

Materialmente si possono avere segni scritti, visualizzati, sonori, e registrati elettromagneticamente; questi segni li vogliamo collegabili tra di loro sia mentalmente che materialmente attraverso strumenti come registratori, stampanti, sistemi OCR, convertitori D/A e A/D, ... .

La nozione di **sequenza**, già invocata più volte, possiamo assumerla come primitiva, oppure, adottando il punto di vista empirico, possiamo considerarla oggetto di osservazioni facilmente condivisibili da tutti coloro che visionano e valutano processi che si svolgono nei tempi e nelle posizioni spaziali che essi possono esaminare fisicamente.

Per descrivere ogni sequenza possiamo ricorrere alla metafora degli affiancamenti (o allineamenti) di oggetti elementari (lettere di una scrittura, note di una musica, alberi di un filare, ...).

Insistiamo sul fatto che le sequenze possono essere esaminate dai loro osservatori attraverso processi collocabili nello spazio e nel tempo.

Ogni singolo segno trasmesso, registrato o elaborato lo diciamo **occorrenza di carattere** e può comparire in qualsivoglia contesto, nella gran parte dei casi affiancato ad altre occorrenze di caratteri; si tratta dunque di occorrenze di oggetti con caratteristiche simili.

Postuliamo ora che ciascuno di questi segni in successive trasmissioni o elaborazioni, possa cambiare la propria implementazione, ma mantenga una propria individualità mentale completamente riconoscibile da tutti gli agenti che li utilizzano grazie alle capacità degli operatori e dei dispositivi materiali e grazie alla definizione di regole volte ad assicurare la intercambiabilità dei segni nei diversi possibili contesti.

La riconoscibilità delle individualità delle occorrenze di carattere viene garantita in particolare dalla definizione di precise tavole di conversione che devono essere concordate tra gli agenti che li usano nei vari contesti elaborativi e di formulazione delle conoscenze; esse inoltre devono essere notificate ai committenti interessati.

Non si esclude che si possano avere differenze di implementazioni tra le diverse squadre di agenti e tra i diversi campi applicativi, ma si assume che si tratti di dettagli nei quali non serve soffermarsi.

Questo postulato pensiamo possa essere tranquillamente giustificato da constatazioni riguardanti le tecniche e i dispositivi per la concreta realizzazione delle comunicazioni e delle elaborazioni e riguardanti le definizioni di molteplici autorevoli standards internazionali.

Queste constatazioni in particolare possono riguardare il funzionamento di teletrasmissioni, stampanti, scanners, OCR, generatori e registratori di suoni e di immagini.

**B01:d.04** Diciamo che due occorrenze di carattere appartengono allo stesso **tipo di carattere** se si è convenuto che siano considerate equivalenti per tutte le interpretazioni da parte dei diversi agenti e per tutte le elaborazioni volte alle SAP alle quali vengono sottoposte; inoltre postuliamo che ogni occorrenza di carattere trattata da una squadra possa essere attribuita a uno e un solo tipo di carattere utilizzabile.

Si può supporre che ogni squadra di agenti disponga di un elenco di tipi di caratteri trattabili e sappia applicare regole che portano ad attribuire a un unico tipo tutte le occorrenze di carattere che devono utilizzare a partire dalle informazioni desumibili da una **tavola dei caratteri**.

Da queste assunzioni discende che ciascun agente sappia riconoscere se due occorrenze di carattere che incontra appartengono a uno stesso tipo oppure se appartengono a tipi diversi.

Per le attività volte alle SAP possiamo supporre che si possano individuare diversi cosiddetti **contesti di indagine**, complessi di elaborazioni rivolte a scopi opportunamente circoscritti.

Come esempi di contesti di indagine proponiamo:

la individuazione dei cammini che collegano due nodi di un digrafo, le soluzioni di sistemi di equazioni lineari, lo studio dei gruppi finiti e l'analisi delle funzioni ipergeometriche.

Possiamo prospettare un contesto di indagine che corrisponde all'intera attività di una squadra incaricata di affrontare una determinata problematica, o, quasi all'opposto un contesto di indagine che ha un ruolo di supporto per gli studi di molteplici problematiche.

La totalità dei tipi di carattere che consentono di esprimere le istanze di problema di un contesto di indagine lo diciamo **alfabeto di lavoro** relativo a un contesto attuale. È ragionevole supporre che ogni alfabeto di lavoro possa essere controllato attraverso una tavola dei suoi caratteri.

Postuliamo inoltre che in ogni contesto elaborativo ogni occorrenza di carattere di lavoro possa essere replicata illimitatamente per esse trasmessa o elaborata in seguito alle varie esigenze richieste da una SAP.

Segnaliamo che le possibilità proposte per lo scenario degli agenti si possono riconoscere in una ampia gamma di effettive situazioni operative.

**B01:d.05** È lecito aspettarsi che il procedere delle attività una squadra si renda opportuno o necessario modificare parzialmente, ampliare o raffinare le sue finalità, i suoi strumenti (a cominciare dai caratteri) e i suoi modi di operare. Questo può essere dovuto a nuove esigenze, a nuovi strumenti disponibili o a nuovi risultati ottenuti dalla stessa squadra o comunicati da altri gruppi di agenti.

In un tale caso si può rendere necessario un coordinamento fra gli strumenti precedenti e i nuovi, in particolare fra l'alfabeto di lavoro precedente e il nuovo.

Per garantire la continuità della attendibilità delle soluzioni conseguibili, si postula che i suddetti cambiamenti siano sempre attuabili correttamente.

In particolare, confortati da varie esperienze (per esempio dal consolidarsi di uno standard come **Unicode (we)**), postuliamo che di fronte a nuovi problemi sia possibile ampliare e differenziare ciascuno degli alfabeto di lavoro, naturalmente nel rispetto della evidente opportunità di evitare modifiche troppo drastiche.

Può accadere che due o più squadre siano chiamate ad operare congiuntamente per svolgere attività necessarie a raggiungere una finalità complessiva che prevede le soluzioni ricercate dalle due squadre; in tal caso si parla di costituzione di un nuovo **ambiente cooperativo**.

In tale ambiente può rendersi necessario ampliare ciascuno dei precedenti alfabeti di lavoro per rendere ciascuno di essi più prestante e per rendere entrambi compatibili; un tale ampliamento si postula sia sempre attuabile con la garanzia del mantenimento della correttezza delle soluzioni conseguibili.

Può accadere che di fronte a un ambiente cooperativo, in particolare grazie al rendersi disponibili di strumenti più avanzati, risulti opportuno definire un nuovo contesto operativo che si pone finalità che in genere rendono più incisive e/o ampie le finalità precedenti.

In tal caso viene definita una nuova squadra di agenti la quale aut si limita a coordinare le attività delle squadre precedenti, aut congloba agenti e compiti delle squadre precedenti; anche ciascuno di questi nuovi assetti, qualora sia garantita la attendibilità delle soluzioni conseguibili, si postula sia sempre attuabile.

È forse opportuno osservare esplicitamente che i precedenti postulati contribuiscono a garantire che l'*apparato* matematico-informatico abbia buone possibilità di crescere nelle varie direzioni della efficienza, della portata e della versatilità.

**B01:d.06** Assumere i precedenti postulati equivale a ritenere lecito trascurare tanti aspetti delle implementazioni dei caratteri e dei processi di comunicazione tra gli agenti e i loro dispositivi.

Per le linee di comunicazione si evita di parlare di antenne, di ponti radio, di cavi in rame o fibra ottica, di 4G e 5G e di quant'altro la tecnologia va rendendo disponibile.

Si postula anche che le occorrenze di caratteri trattati in una attività volta a una SAP possano essere registrati in modo affidabile da ogni agente su adeguati supporti fisici. Questi, per mero realismo, chiediamo che in ogni circostanza siano finiti.

I supporti a disposizione di ciascun agente si dice che costituiscono le sue **risorse di memoria**.

Osserviamo che i postulati assunti consentono di evitare di prendere in considerazione le possibilità di errori di registrazione e di trasmissione; si tratta di una idealizzazione giustificata dalle finalità di avvio delle pagine attuali e resa accettabile dall'elevata qualità delle odierne tecnologie informatiche e telematiche, ma non applicabile a tante situazioni concrete.

A questo proposito si può segnalare che queste situazioni sono argomenti di importanti studi specifici, in particolare verranno accennati in C66.

Per trattare i processi della comunicazione si potrebbe essere indotti ad invocare il “continuo”; questa entità in questa fase dell'*esposizione* si vuole invece assolutamente evitare, ritenendo molto più semplici e sostenibili i discorsi che si limitano a rimanere nel “discreto” e più precisamente nel finito.

Con questa scelta non si intende affermare che caratteri e trasmissioni siano “intrinsecamente discreti o finiti” e neppure affermare che tutto quello che è comunicabile sia discreto e finito.

Si intende adottare una schematizzazione iniziale discreta, solo in quanto giudicata più agevole da comunicare, condividere e gestire e in quanto richiede assunzioni di base molto meno impegnative, confidando che essa sia in grado di spiegare e di controllare in modo soddisfacente tutte le attività finalizzate alle SAP, incluse quelle che nella storia del pensiero scientifico sono state ottenute avvalendosi delle nozioni di continuo e di infinito, in genere assunte inizialmente solo in modo intuitivo e solo in seguito rese più precise.

**B01:d.07** Va segnalato esplicitamente che, in contrasto con la precisione che si dovrebbe adottare per introdurre le varie nozioni condivisibili, in gran parte delle esposizioni di argomenti scientifici e tecnologici vengono adottate semplificazioni di linguaggio e modi di dire basati su metafore intuitive e consuetudini abitudini implicitamente sottintese.

Questa sorta di contraddizione si riscontra anche nella presente *esposizione*.

Le accennate semplificazioni ed espressioni intuitive vanno giustificate con la opportunità di evitare discorsi eccessivamente pignoli e poco leggibili e con la fiducia che la comprensione del contesto nel quale compaiono consenta di evitare che ogni lettore attento incorra in errori di interpretazione.

Nel seguito dunque cercheremo di segnalare con chiarezza ogni semplificazione e ogni modo di dire volto ad abbreviare discorsi più rigorosi, cioè riconducibili attraverso catene di definizioni formali alle definizioni di base proposte invocando la loro elementarità e la coerenza con gli sviluppi che hanno portato a tanti risultati ampiamente accettati.

Le prime semplificazioni che corre l'obbligo di evidenziare riguardano il termine “carattere”. In alcuni passi accadrà di usare questo solo termine al posto di “occorrenza di carattere” oppure al posto di “tipo di carattere”.

Per esempio si parla di “due repliche di un carattere” invece che di “due occorrenze di un tipo di carattere”, si parla di “caratteri uguali” invece che di “occorrenze di caratteri dello stesso tipo”, si parla di “caratteri diversi” invece che di “occorrenze di caratteri appartenenti a diversi tipi”.

È evidente che l'uso della sola parola “carattere” può rendere più scorrevoli tanti discorsi e si confida che i contesti nei quali compare possano evitare ogni fraintendimento.

Un'altra semplificazione da segnalare riguarda la poca distinzione tra agenti e dispositivi a loro disposizione. In proposito diciamo solo che si tratta una semplificazione adottata per vari modelli; nel caso specifico si sono identificati/confusi un agente umano, un agente artificiale, un team di agenti, una macchina ossia un dispositivo automatico o anche un dispositivo di memoria.

Conviene anche segnalare che si incontreranno alcuni termini e alcuni modi di dire prima di una loro definizione accurata che consenta di ricondurli alle poche nozioni che si sono assunte come basilari.

Ciascuna di queste usanze andrebbe giustificata segnalando che può consentire una prima lettura intuitiva che, quando si tenga ancora conto del contesto, avvicina rapidamente a nozioni (ampiamente condivise) che possono comunque essere approfondite senza incertezza (quando si disponga del tempo



richiesto); può servire anche invocare il fatto che le semplificazioni adottate fanno parte di abitudini diffuse.

Tra i termini utilizzati nelle semplificazioni segnaliamo:

rappresentare, modello, elaborazione, numero, insieme, relazione, enunciato, regola, deduzione.

**B01:d.08** A tutti gli agenti si è dunque chiesto di essere in grado di gestire sequenze di (occorrenze di) caratteri ben definiti; a queste sequenze fisicamente osservabili come oggetti coinvolti in trasmissioni e in elaborazioni abbiamo dato il nome **stringhe**; segnaliamo che spesso questi oggetti sono chiamati **parole**.

Gestire stringhe consiste nel trasferirle tra due agenti o tra i dispositivi di memoria a loro disposizione e nell'elaborarle, cioè nel sottoporle a trasformazioni governate da procedure, cioè da complessi di regole imperative che dovremo definire con buona precisione, trasformazioni finalizzate a costituire elaborazioni in grado di portare a soluzioni affidabili di problemi.

Le stringhe innanzi tutto svolgono il ruolo degli identificatori, ossia hanno il compito di rappresentare entità che in uno specifico contesto, ossia nell'ambito di un modello adottato per schematizzare un problema, gli agenti (spesso previo un preciso accordo con i committenti) associano a oggetti tangibili o a processi osservabili riconosciuti come elementi reali rilevanti per il problema.

Per questi usi si dice anche che le stringhe ricoprono il ruolo dei “nomi” o delle “etichette”.

Questi nomi, innanzi tutto, riguardano oggetti o processi elementari, facilmente individuabili; possono però anche riguardare complessi delle entità elementari o collegamenti tra di esse; in prospettiva chiediamo che questi raggruppamenti siano attendibilmente individuabili e che questi collegamenti siano in qualche modo attendibilmente verificabili.

I nomi servono anche a identificare entità articolate che vengono individuate da stringhe articolate che possono anche essere alquanto lunghe, in quanto si servono di altri nomi riguardanti entità più semplici definite in precedenza.

Una di tali stringhe articolate può consistere in una costruzione formale o in un complesso di proprietà, di requisiti o di obiettivi con ruoli riconoscibili in relazione al problema.

I nomi di varie entità servono a sostituire lunghe espressioni esprimenti procedimenti di identificazione e assumono il ruolo di **contrassegni delle entità** o di **etichette delle entità** aventi il compito di distinguerle all'interno degli sviluppi espositivi nei quali ciascuna entità ricorre più volte.

Questi nomi, quindi, rispondono a una esigenza di concisione e di efficienza espositiva e sono evidentemente utili in una vasta gamma delle attività di documentazione dei procedimenti risolutivi; questa documentazione nell'ambito della prevedibile complessa dinamica dell'*apparato* e rivestono una evidente importanza.

Nell'ambito delle attività elaborative le stringhe servono a rappresentare per gli esecutori i dati con i quali vengono caratterizzate le istanze dei problemi.

In particolare per esprimere le istanze dei problemi di una problematica le squadre di agenti tendono a individuare interi complessi di stringhe in grado di caratterizzare i membri di ampi raggruppamenti di istanze.

Un utilizzo delle stringhe importante al livello delle tecniche di calcolo consiste nell'individuare le informazioni temporanee che si devono gestire nelle varie fasi delle elaborazioni (che vedremo in singoli esempi).

Vengono inoltre usate le stringhe come portatrici delle informazioni esprimenti i risultati delle elaborazioni; anche per questo compito vale la tendenza a individuare complessi di stringhe in grado di

caratterizzare i membri di ampi raggruppamenti di risultati contribuendo a facilitare la definizione di concetti operativi di ampia applicazione.

Per rendere le stringhe oggetti formali efficaci si devono adottare modalità per la loro scelta (dalla combinazione dei caratteri, alle relazioni tra i nomi di entità intercollegate) attente alla varie esigenze che riguardano il controllo delle elaborazioni per singoli problemi e del complesso delle procedure da mettere in campo per le intere problematiche.

Chiamiamo **problemi applicativi** i problemi che emergono dalle varie esigenze dei campi applicativi che si individuano nel mondo reale e li distinguiamo da quelli che chiamiamo **problemi derivati** i problemi che emergono negli ambienti che si occupano sistematicamente dei metodi per affrontare i problemi applicativi.

Sopra i problemi derivati qui ci limitiamo a segnalare che vengono affrontati dalla ingegneria del software e che si pone anche l'opportunità di sviluppare procedure per il controllo e la gestione delle procedure per la risoluzione dei problemi applicativi e in questo ambito il controllo delle stesse stringhe da scegliere per suddette procedure.

Ricordiamo infine che incontreremo inoltre stringhe che costituiscono le espressioni imperative che gli esecutori devono interpretare ed eseguire nel corso delle elaborazioni loro richieste.

**B01:d.09** Stringhe che si aggiungono a quelle usate per delineare e codificare i procedimenti risolutivi sono adottate per formulare gli enunciati che esprimono le indicazioni disponibili concernenti il riutilizzo che si ricavano dall'esame dei risultati degli stessi procedimenti risolutivi.

Queste indicazioni consistono nelle definizioni dei generi ai quali si attribuiscono i dati che caratterizzano le istanze dei problemi da risolvere e i corrispondenti risultati.

Si tratta di indicazioni che conviene siano concise ed esprimano a un buon livello di generalità le manipolazioni alle quali i dati possono essere sottoposti.

Le definizioni e gli enunciati dai quali le indicazioni dipendono sono concepite e proposte dagli agenti innovatori e anche per esse devono essere seguite regole formali che vanno accuratamente definite e che possono risultare notevolmente articolate.

Le indicazioni di interesse generale sono messe a disposizione di tutti gli agenti, di tutti i committenti e degli utenti delle SAP nella prospettiva che possano essere proficuamente riutilizzate e che servano ad arricchire, a estendere e ad approfondire il patrimonio di competenze sulle computazioni e sulle potenziali soluzioni di nuovi problemi.

Per questo è opportuno che le loro formulazioni siano dotate di leggibilità, versatilità e adattabilità. Queste sono le caratteristiche che si richiedono ai documenti che le raccolgono e che possiamo chiamare **documenti matematici**.

Le definizioni e gli enunciati sui dati e su molte altre entità che incontreremo costituiscono una parte rilevante dell'*apparato*.

Attualmente è diventato interessante proporre che anche i documenti matematici possano essere sottoposti a elaborazioni in grado di renderle più coerenti, meglio organizzati, più consultabili (e in particolare meglio navigabili) e quindi più riutilizzabili.

A questo proposito segnaliamo che varie collezioni di definizioni e di enunciati e varie raccolte di documenti matematici vengono effettivamente sottoposte a elaborazioni e vengono rese efficacemente consultabili ai fini dell'ampliamento e del miglioramento dell'intero *apparato* e del suo utilizzo.

In particolare si hanno le elaborazioni della computer algebra e le elaborazioni di dati bibliografici e della documentazione della matematica.

Esempi di questo genere si rinvengono nei sistemi *MatSciNet* e *Zentralblatt* [Xpu] e anche in semplici elenchi come X10.

Recentemente, all'incirca dal 2018, si è aperta la prospettiva di gestire con software dell'Intelligenza artificiale dimostrazioni matematiche dettagliatamente formalizzate.

**B01:d.10** Tra le stringhe che gli agenti devono saper gestire si conviene vi siano anche i singoli caratteri e la cosiddetta **stringa muta**, oggetto definibile come la stringa costituita da nessun carattere. Conveniamo cioè che i caratteri e la stringa muta si possano considerare stringhe particolari.

A una scelta di questo genere assegnamo la qualifica di **convenzione di tipo estensivo**, in quanto al termine interessato, “stringa”, si attribuisce una portata più estesa di quella di riconoscimento più immediato; la scelta è motivata dal risultare vantaggiosa per l'organizzazione delle conoscenze, come vederemo in seguito.

Conviene segnalare che nel seguito saranno molte le attribuzioni di significato di tipo estensivo che si imporranno per la loro convenienza.

Le stringhe costituite da un solo carattere sono dette **monogrammi** quelle di due caratteri **digrammi**, quelle di tre **trigrammi**, quelle di quattro **tetragrammi** e così via.

Si segnala che la stringa muta in genere viene chiamato **stringa vuota**, in inglese “empty string”.

Qualcuno a prima vista potrebbe considerare la nozione di stringa muta come una bizzarria. Al contrario la sua collocazione tra le stringhe (come quella dei monogrammi) si rivela assai conveniente per la formulazione di molte definizioni e di molti risultati importanti per l'*apparato*.

Si deve segnalare che, come vedremo, le stringhe in quanto sequenze di segni semplicemente individuabili aprono la possibilità di proporre costruzioni formali ed enunciati di ampia portata e di elevata generalità i quali possono essere utilizzati con grande versatilità grazie alla possibilità di modificare le stringhe stesse con meccanismi formali essenzialmente semplici per adattarli alle molte esigenze che gli sviluppi scientifici e tecnologici fanno emergere.

**B01:d.11** Le stringhe, come avremo modo di constatare, consentono di esprimere una grande varietà di dati, di informazioni e di conoscenze.

Per disporre di stringhe che consentono di affrontare efficacemente i problemi occorre trovare per loro varie proprietà formali e vari procedimenti per costruirle e analizzarle.

Per il loro utilizzo è opportuno che siano in grado di trasmettere dei significati e quindi che possano essere individuate loro strutture che agevolino la loro identificazione e la loro interpretazione, cioè la loro trasformazione in indicazioni operative.

La definizione e l'utilizzazione di alcune di queste strutture richiede di padroneggiare tecniche specifiche anche impegnative; alcune di queste sono trattate in C13 e C14.

I primi passi in questa direzione vedono l'attribuzione di ruoli definiti, sul piano formale e auspicabilmente sul piano semantico, a singoli caratteri e a sequenze di pochi caratteri (diciamo da 2 a 8).

In particolare occorre coprire i ruoli di quelli che chiameremo i caratteri separatori, delimitatori, annunciatori, connettivi e demarcatori (mark-ups).

Ponendoci dal punto di vista delle esigenze delle applicazioni procediamo a segnalare alcuni dei molteplici scopi e degli svariati significati per i quali caratteri e stringhe vengono utilizzate nelle elaborazioni e per le conoscenze generali.

In alcuni casi si assegnano precisi ruoli a singoli caratteri: per esempio alle cifre decimali, a separatori semplici come “,” e “;” a coppie di delimitatori elementari come “(” e “)”, come “[” e “]”, come { e }, ad annunciatori come “\” e come “&” (che viene usato insieme a “;” con il ruolo di terminatore.

elementi simbolici definiti per identificare le varie entità matematiche che si vanno introducendo, comprese le entità che servono per identificare proprietà e processi elaborati. Tra le stringhe di pochi caratteri alle quali si attribuiscono ruoli importanti abbiamo i cosiddetti “tokens”, stringhe che identificano entità di rilievo che possono consistere in oggetti specifici, in strutture di dati e in proprietà e processi elaborati. I tokens si incontrano anche in molti linguaggi artificiali di ampio uso e possibilmente standardizzati e in particolare nei linguaggi per la documentazione dei quali questa *esposizione* si serve,  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  e HTML, nei linguaggi di programmazione procedurali (C, C++, Java, PHP, Python, ...) e nei linguaggi per i testi matematici per i quali costituiscono una importante tradizione; lo stesso accade per il particolare linguaggio delle espressioni matematiche che cerchiamo di presentare con precisione nella presente *esposizione*.

In particolare segnaliamo: le macro del linguaggio  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  di uso comune e quelle introdotte per ottenere le presenti pagine; le stringhe che individuano caratteri con segni diacritici in  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  e in HTML; i demarcatori nei linguaggi vicini ad HTML, in particolare in XML; le parole chiave e gli identificatori dei linguaggi procedurali [B70]; i termini e le sigle adottate per le grandezze fisiche [P10], per gli elementi chimici, per le molecole e per molti altri oggetti tangibili presentati nei testi di carattere scientifico e tecnologico che in gran parte vengono accuratamente standardizzati attraverso normative internazionali.

Incontreremo inoltre stringhe più lunghe ben più articolate e strutturate che esprimono entità più complesse e più composite come elenchi di termini, tabelle di dati, formule matematiche [tomo W], enunciati formalizzati, strutture matematiche (combinatorie, algebriche, topologiche, analitiche, ...), stati di sistemi quantistici, algoritmi e moduli di programma [B70].

**B01:d.12** Esaminiamo ora le stringhe che esprimono le regole operative per le elaborazioni che devono essere dotate di strutture formali ben precise che le rendono interpretabili senza incertezze da opportune procedure [B01f].

A ciascuna problematica si può associare un cosiddetto **modello interpretativo** che viene adottato dalla corrispondente squadra di esecutori per precisare le relazioni tra gli oggetti e i processi che fanno parte degli scenari per i problemi tangibili che la squadra deve risolvere e le stringhe che li rappresentano nelle elaborazioni che dei problemi cercano le soluzioni affidabili.

Le stringhe alle quali nell’*esposizione* si assegnano ruoli specifici in linea di principio vanno precisate sui tre piani, il lessicale, il sintattico e il semantico.

Il lessico e la sintassi ben definite sono necessarie perché sulle stringhe operano le elaborazioni, mentre i significati sono indispensabili per potere presentare ai committenti soluzioni dei problemi che siano pienamente comprensibili e utilizzabili.

A questo proposito va ricordato che, al fine di facilitare la comprensione degli enunciati e delle argomentazioni adottati in questa *esposizione* sono disponibili elenchi di termini e di simboli nei fascicoli X10, X11, X12, X13, Xpe, Xpu e Xsi.

Alla sintassi delle stringhe più articolate, cioè alle norme formali che regolano le loro strutture è dedicato in particolare il capitolo C14.

## B01:e. esecutori e nastri

**B01:e.01** Precisiamo ora, sempre nell’ambito del modello  $\mathcal{MAG}$ , le nozioni di elaborazione, di istanza di problema, di problema e di problematica.

Iniziamo con descrizioni generiche che riguardano una **elaborazione** che denotiamo con  $E_1$  compiuta da un esecutore che identifichiamo con  $\mathbf{C}$  al fine di risolvere un problema  $\mathcal{P}$  appartenente a una problematica  $\mathbf{P}$ .

I discorsi che seguono vogliono fornire solo indicazioni di prospettiva, non vogliono dare indicazioni operative utili per risolvere problemi specifici; quindi riguardano schematizzazioni che dipendono da varie semplificazioni e che devono essere considerate con molta elasticità.

In particolare per semplicità ci limitiamo a considerare elaborazioni che consistono esclusivamente in manipolazioni di stringhe di caratteri che supponiamo appartenenti ad alfabeti ben definiti e ben distinti (mentre nella pratica concreta presentano sovrapposizioni, insieme ad accorgimenti necessari a evitare confusioni, accorgimenti che riteniamo dettagli che non vogliamo toccare).

L’elaborazione  $E_1$  ha il fine di risolvere una cosiddetta **istanza di problema** [a10], entità determinata da un complesso di informazioni che identifichiamo con  $D_1$ , che sono chiamati **dati da elaborare** e che sono presentate a  $\mathbf{C}$  perché dia inizio alla elaborazione stessa.

Obiettivo di  $E_1$  è l’ottenimento di un complesso di informazioni, chiamate **risultati dell’elaborazione**, che denotiamo con  $R_1$ .

Diciamo che l’elaborazione viene determinata dalle regole espresse da un complesso di istruzioni che denotiamo con  $I$ ; l’elaborazione per ora supponiamo giunga sempre a una conclusione con la quale rende disponibili le informazioni che costituiscono i suoi risultati  $R_1$  e che vanno considerati strettamente dipendenti da  $D_1$ .

Conviene segnalare esplicitamente che qui, per semplicità, tendiamo a far pensare che le elaborazioni descritte forniscano prevalentemente risultati utili, non informazioni ottenute con dati e procedimenti inadeguati, imprecisi o inaffidabili, come invece può accadere.

**B01:e.02** Il complesso di regole  $I$  si può applicare non solo alla elaborazione dei dati in  $D_j$ , ma anche a complessi di dati  $D_2, \dots, D_j, \dots$  che presentano varie caratteristiche simili a quelle di  $D_1$  e si dicono individuare altre istanze dello stesso problema  $\mathcal{P}$ .

Ciascuno di questi  $D_j$  provoca l’esecuzione da parte di  $\mathbf{C}$  di una elaborazione  $E_j$  che si conclude con l’ottenimento dei risultati  $R_j$  da considerare soluzione della istanza di problema individuata da  $D_j$ . In tal modo si risolve un’altra istanze del problema  $\mathcal{P}$  che l’esecutore  $\mathbf{C}$  ha il compito di risolvere servendosi del complesso di istruzioni  $I$ .

Il complesso delle istanze di problema che  $\mathbf{C}$  governato da  $I$  può risolvere si potrebbe confondere con lo stesso problema  $\mathcal{P}$  e si potrebbe dire che le istanze individuate dai  $D_j$  “appartengono a”  $\mathcal{P}$ .

Questa variante terminologica intende segnalare che i discorsi sulle elaborazioni per risolvere problemi sono presentati e vanno intesi con una opportuna elasticità.

**B01:e.03** A proposito della conclusione delle elaborazioni conviene ribadire esplicitamente che in queste prime considerazioni ci occupiamo solo di elaborazioni deterministiche finite, cioè di elaborazioni che prendono avvio da una configurazione iniziale caratterizzata dal complesso finito di dati  $D_1$ , che procedono con successivi passi i quali conducono a successive configurazioni univocamente determinate e che si concludono dopo un numero finito di passi in una configurazione finale dopo la quale sono resi disponibili i risultati ottenuti.

Si deve tuttavia segnalare che si possono incontrare elaborazioni che proseguono senza riuscire a giungere a una conclusione.

Ogni elaborazione con conclusione certa si può pensare come attività determinata dai propri dati che prende in considerazione una rete di percorsi o di altri tipi di complessi collegamenti e si propone di individuare un percorso che da un nodo di partenza passando senza esitazioni per nodi successivi conduca sicuramente a un nodo di arrivo; questo nodo e il cammino percorso quindi risultano univocamente determinati dal complesso di dati  $D_j$ .

Si possono facilmente immaginare reti di collegamenti e regole per la scelta del nodo successivo che per certi dati iniziali individuano percorsi che si muovono su cicli di nodi e quindi percorsi che possono non raggiungere alcuna conclusione.

Altre elaborazioni che riguardano percorsi potrebbero condurre a sequenze di nodi che un qualche genere di controllore della elaborazione è portato a giudicare illimitate e nelle quali non riesce a riconoscere alcuna ripetizione: per queste elaborazioni il controllore non sa decidere se si potrà giungere a una conclusione.

Inoltre per essere realistici, occorre osservare che tutte le elaborazioni effettivamente realizzabili, soprattutto le più impegnative, sono condizionate sia dagli eventi che influiscono sull'ambiente nel quale l'elaborazione viene effettuata, sia dalle risorse effettivamente disponibili all'esecutore (tempo, energia, consumo di materiali, ...).

Anche trascurando di prendere in considerazione influenze esterne, dobbiamo segnalare che si individuano senza difficoltà esecuzioni che portano a sempre nuove situazioni indefinite per le quali non si trova un controllo capace di decidere se conviene proseguire con il rischio di sprecare risorse, oppure interrompere l'esecuzione con il rischio di non raggiungere una soluzione che era a portata della procedura adottata.

Conviene ribadire che durante l'esecuzione di una elaborazione si può giungere a una configurazione nella quale risulta difficoltoso stabilire quale delle seguenti prospettive si possono assicurare:

- i successivi passi porteranno a una conclusione;
- i successivi passi faranno solo procedere in una evoluzione illimitata;
- procedendo con l'evoluzione non si raggiungerà un chiarimento su cosa possa accadere con un possibile ulteriore proseguimento della evoluzione stessa.

Ora ci limitiamo a segnalare che in generale occorre essere molto cauti di fronte ad elaborazioni delle quali non sembra facile garantire la possibilità di conclusione.

**B01:e.04** Per procedere con gradualità alla definizione del modello  $MAG$  cominciamo ad occuparci solo delle elaborazioni con conclusione garantita e di non occuparci di quante e quali risorse le esecuzioni consumino.

È lecito supporre che l'esecutore  $C$  sia in grado di effettuare elaborazioni che possono essere governate da diversi complessi di istruzioni, che denotiamo con  $I, J, K, \dots$  che presentano caratteristiche di finalità simili atte a rendere  $C$  in grado di risolvere problemi  $Q, R, \dots$  che presentano elementi di somiglianza e che consentono di assegnarli alla stessa **problematica**.

Le dotazioni sopra accennate se l'esecutore è umano riguardano competenze, capacità e strumenti ausiliari come calcolatrici e schedari; un automatismo deve invece essere dotato di adeguati dispositivi materiali come processori digitali e dispositivi per la registrazione di informazioni digitali.

Si osserva che la versatilità degli odierni computers e le dotazioni di software attualmente disponibili consentono di prospettare con sicurezza una vasta gamma di esecutori artificiali (in effetti miliardi) in

grado di affrontare problematiche decisamente molto ampie e impegnative.

Conviene anche segnalare esplicitamente che abbiamo definito le nozioni di istanza di problema, problema e problematica contando sulla osservazione empirica di una grande massa di esperienze di calcolo e di elaborazione di dati.

Facciamo anche notare che le attuali osservazioni sono presentate con quello che verrà chiamato linguaggio degli insiemi [B08, B18] e quindi le suddette nozioni dipendono dalla nozione di insieme, nozione che discuteremo ampiamente ma che ora utilizziamo solo come nozione intuitiva e ingenua.

**B01:e.05** Secondo il modello *MAG* ogni elaborazione  $E_i$  svolta da un esecutore

**C** consiste in una sequenza di passi successivi in ciascuno dei quali viene effettuata una trasformazione molto semplice delle stringhe registrate sui supporti di memoria disponibili all'esecutore.

Diciamo **configurazione dell'esecutore C** in un dato istante di una esecuzione il complesso delle informazioni delle quali dispone in quell'istante, stringhe collocate nei suoi vari dispositivi di memoria. Ogni elaborazione di *CSd* quindi è costituita da una sequenza di **passi** ciascuno dei quali consiste in una trasformazione che fa passare da una sua configurazione in una successiva leggermente diversa.

Ogni trasformazione di una configurazione dell'esecutore nella successiva viene determinata da una delle istruzioni del complesso **I** delle regole che governano l'esecuzione in corso, e da alcune delle informazioni registrate sui suoi dispositivi di memoria.

Prima di entrare nei dettagli delle configurazioni conviene distinguere i tipi delle informazioni fornite dalle stringhe nei supporti di memoria di **C**.

- le informazioni costituenti il complesso delle istruzioni **I** che consente di risolvere le varie istanze del problema **P**;
- i dati  $D_j$  che sono pervenuti a **C** dall'agente portatore di esigenze computazionali che ha richiesto l'esecuzione attuale  $E_j$  e che può essere un committente o un altro agente matematico-informatico;
- i risultati  $R_j$  dell'esecuzione  $E_j$  che alla sua conclusione **C** è in grado di comunicare all'agente suddetto ed eventualmente memorizza su un opportuno archivio, a fianco dei dati  $D_j$  al fine di registrare le sue attività e dare un contributo alla consapevolezza delle proprie capacità computazionali come componenti della potenzialità dell'*apparato*;
- le informazioni di utilità temporanea delle quali **C** si serve nel corso delle singole fasi della elaborazione  $E_j$  ed eventuali informazioni da memorizzare in un ipotizzabile registro delle proprie abilità potenzialmente riutilizzabili (informazioni che quando si tratta di esecutori umani possono servire alla crescita delle sue competenze).

**B01:e.06** I supporti di memoria più tradizionali a disposizione degli EP sono detti **nastri**.

Ogni nastro  $T_k$  a disposizione di **C** è una apparecchiatura costituita da una sequenza di **caselle** in ciascuna delle quali può essere registrato un carattere di un determinato alfabeto che risulta associato ai compiti che **C** assegna al nastro stesso ai fini delle elaborazioni volte a risolvere le istanze di un problema **P** facente parte della problematica **P**.

Questo alfabeto lo chiamiamo **alfabeto di lavoro** del nastro  $T_k$  di cui è dotato **P** e lo denotiamo con  $\mathbb{A}W_{\mathbf{C},\mathbf{P}}$ .

Questa scrittura dice che l'alfabeto di lavoro dipende dal problema, ma in molti casi si può attribuire un unico alfabeto di lavoro all'intera problematica, ossia, si potrebbe individuarlo con una scrittura della forma  $\mathbb{A}W_{\mathbf{C},\mathbf{P}}$ .

I segni di un alfabeto di lavoro  $\mathbb{A}W_{\mathbf{C},\mathbf{P}}$  vengono ripartiti tra tre suoi "sottoalfabeti" privi di segni in comune che denotiamo, risp., con  $\mathbb{A}S$ ,  $\mathbb{A}D_{\mathbf{C},\mathbf{P}}$  e  $\mathbb{A}I_{\mathbf{C},\mathbf{C}}$ .

$\mathbb{A}S$  viene detto **alfabeto per le scansioni** e che, abbiamo semplificato, consideriamo indipendente da  $\mathbf{C}$  e  $\mathcal{P}$ .

$\mathbb{A}D_{\mathbf{C},\mathcal{P}}$  viene detto **alfabeto dei dati** e in genere dipende in modo significativo dal problema affrontato.

$\mathbb{A}I_{\mathbf{C},\mathcal{P}}$  viene detto **alfabeto interno dell'esecutore** e dipende in modo determinante dalle caratteristiche di  $\mathbf{C}$ ; anche questo alfabeto in casi relativamente semplici potrebbe essere lo stesso per tutti i problemi della problematica  $\mathbf{P}$ .

Anche i suddetti alfabeti servono per discorsi introduttivi e di prospettiva e non verranno utilizzati per argomentazioni precisamente operative.

Per dare un'idea dei ruoli di questi tre alfabeti diamo, in termini colloquiali, una prima esemplificazione riguardante problemi  $\mathcal{P}$  con finalità amministrative o commerciali ed esigenze quantitative facilmente immaginabili.

Nell'alfabeto dei dati  $\mathbb{A}D_{\mathcal{P}}$  si possono trovare sia le lettere minuscole e maiuscole degli alfabeti inglese e delle altre lingue naturali occidentali che consentono di esprimere nomi di persone di strumenti, di materiali e di enti amministrativi, sia le cifre decimali e i segni “\_”, “+”, “-”, “\*”, “/”, “(” e “)” e i simboli delle monete che consentono di esprimere le informazioni quantitative richieste.

Nell'alfabeto per la scansione  $\mathbb{A}S$  si possono trovare segni come “|”, “-|”, “(”, “)”, “⟨”, “⟩”, “,” e “;” i cui ruoli saranno definiti con qualche dettaglio.

Nell'alfabeto  $\mathbb{A}I_{\mathbf{C}}$  si possono trovare segni con funzioni specifiche che sono collegate alle operazioni eseguibili dai dispositivi di cui è dotato  $\mathbf{C}$ ; se la concisione lo richiede questi segni possono riguardare più genericamente le competenze di  $\mathbf{C}$ .

Gli alfabeti  $\mathbb{A}S$  e  $\mathbb{A}D_{\mathbf{C},\mathcal{P}}$  devono essere in grado di esprimere efficacemente i dati delle istanze di problema  $D_j$  riguardanti il problema  $\mathcal{P}$  e i risultati delle corrispondenti elaborazioni  $R_j$ .

**B01:e.07** Occorre precisare che, per chiarezza supponiamo che i simboli  $\mathbb{A}S$ ,  $\mathbb{A}D$  e  $\mathbb{A}I$  utilizzati per denotare identificare gli alfabeti introdotti in precedenza appartengono ad un alfabeto senza caratteri in comune con i precedenti che denotiamo con  $\mathbb{A}M$  e che, ancora per semplicità consideriamo indipendente dagli esecutori e dalle problematiche.

$\mathbb{A}M$ , che chiamiamo **alfabeto per le conoscenze matematiche**, lo proponiamo per tutte le attività che servono a organizzare la presentazione delle conoscenze generali derivate dalle molteplici attività finalizzate alle SAP che a questo punto consideriamo svolte solo da esecutori non sostanzialmente diversi dal  $\mathbf{C}$  precedentemente invocato e impegnati in problematiche simili.

Occorre dire anche che gli alfabeti introdotti sono da intendere aperti nel tempo ad estensioni e a ritocchi derivanti dall'ampliarsi delle problematiche e delle i progressivi avanzamentiche si continuano a riscontrare negli studi collegati all'*apparato* AMICO.

Conviene forse segnalare anche che in queste pagine vengono svolte riflessioni sull'*apparato* attraverso argomentazioni decisamente discorsive che vengono proposte come considerazioni preparatorie semplificate di successivi sviluppi più dettagliati ed espressi in termini più accurati, sviluppi nei quali svolgeranno un ruolo determinante i segni dell'alfabeto  $\mathbb{A}M$ .

Tra queste si trovano quelle che abbiamo chiamate **tokens**,

Va detto anche che la letteratura matematica ha reso disponibili testi che si possono considerare parti dello stesso *apparato* in quanto contengono esposizioni rigorose di molte importanti proprietà matematiche.



Va infine segnalato che a taluni di questi testi sono stati applicati utilmente procedimenti automatici che in particolare si ispirano alla logica matematica e alla combinatorica [B60, B61]; a queato proposito si vedano anche `computer algebra (we)` e `dimostrazione automatica (wi)`.

**B01:e.08** Occorre dire qualcosa di più sui possibili ruoli dei diversi nastri  $T_k$  disponibili per un esecutore di procedure in modo da rendere più comprensibili gli scopi complessivi emolti dettagli delle manovre che si possono incontrano nelle elaborazioni.

Per descrivere varie manovre spesso risulta opportuno distinguere diversi generi di nastri e di individuare all'interno di un alfabeto di lavoro diversi sottoalfabeti da usare per precisare diversi tipi specifici di operazioni per le SAP.

Tra i nastri degli esecutori distinguiamo tre generi.

I più versatili sono i cosiddetti nastri di lettura e scrittura o **nastri I/O**, nastri tali che tutti i caratteri contenuti nelle sue caselle, con poche eventuali eccezioni, possano essere sia letti che modificati.

Per talune manovre può essere conveniente servirsi invece di **nastri di sola lettura** o nastri “read only”, i cui contenuti iniziali non possono essere modificati.

Per altre manovre possono invece essere convenienti i **nastri di sola scrittura**, o nastri “write only”, nastri le cui caselle inizialmente contengono solo repliche di un carattere neutro che non fornisce informazioni utili e che sono destinate a contenere informazioni definitive.

La utilizzazione di nastri di sola scrittura o di sola lettura potrebbe essere giudicata negativamente, come una limitazione delle prestazioni dell'esecutore.

Tale atteggiamento presenta invece dei vantaggi per la precisazione delle istruzioni che reggono le elaborazioni e per le impegnative attività di stesura di complessi programmi per gli esecutori artificiali.

- Le definizioni dei ruoli dei vari nastri sono più caratterizzate e circoscritte e quindi sono più controllabili e comprensibili.
- Le limitazioni dei nastri comportano limitazioni per le istruzioni che li riguardano, cioè limitazioni per le scelte di programmazione, e si è trovato che queste hanno l'effetto di ridurre le possibilità di commettere errori da parte dei programmatori, figure identificabili nei a membri, talora molto numerosi, delle squadre di agenti incaricate di definire i complessi di istruzioni che risolvono specifici problemi (i programmi).

In particolare in genere conviene decidere che i nastri contenenti le istruzioni per le elaborazioni delle istanze di un particolare problema e quelli contenenti i dati di partenza di una singola istanza siano del genere read only e che, invece, i nastri contenenti risultati definitivi da emettere siano del genere write only.

Segnaliamo anche che i nastri che qui poniamo a disposizione degli esecutori sono ispirati dai nastri di carta, usati fin da prima della metà dell'800 per controllare le trasmissioni con il telegrafo e con le telescriventi; i nastri degli esecutori si possono anche assimilare ai nastri magnetici che sono stati dispositivi periferici di memoria essenziali per gli elaboratori elettronici degli anni 1960 e 1980.

**B01:e.09** Per rispettare la realtà si chiede che in ogni fase di una elaborazione ogni nastro sia finito; chiediamo che all'inizio di una elaborazione si abbiano nastri contenenti informazioni utili solo nella loro parte iniziale, che raffiguriamo sulla sinistra dei dispositivi, e che le caselle sulla destra, non poche, siano interamente disponibili.

Queste caselle disponibili possono essere descritte come vuote, non occupate da segni, oppure come occupate da un carattere neutro, che non porta una informazione utile ai fini delle elaborazioni, carattere che chiamiamo **null**.

Inoltre per descrivere più efficacemente talune manovre, veeremo che conviene fare l'ipotesi semplificatrice che ogni nastro utilizzato sia tanto esteso da poter soddisfare tutte le esigenze di ciascuna delle elaborazioni che gli possono venire richieste; in altre parole trascuriamo la preoccupazione della insufficienza delle memorie a nastro.

Per orientarci ci chiediamo quante caselle devono contenere i nastri da predisporre per alcuni tipi di applicazioni, limitiamoci a prendere in considerazione i nastri da utilizzare per contenere dati iniziali e risultati finali, trascurando i nastri per i dati intermedi la cui estensione dipende dai dettagli delle singole elaborazioni e dei dispositivi usati dagli esecutori.

A un nastro che serve per i dati riguardanti una semplice attività contabile effettuabile con le sole operazioni aritmetiche bastano poche centinaia di caselle; un nastro utilizzato come rubrica telefonica e di posta elettronica da una persona con attività online ne chiede alcune migliaia; un nastro contenente un'opera come la Divina Commedia ne richiede circa 500 000; un nastro che riportasse le caratteristiche essenziali degli URL dell'attuale Internet necessiterebbe di centinaia di miliardi di caselle.

**B01:e.10** Sono oggi disponibili memorie alternative a quelle su nastro, memorie più efficienti e organizzate secondo strutture più elaborate, per esempio memorie bidimensionali o tridimensionali. Per ora non le prendiamo in considerazione preferendo disegnare per il modello  $\mathcal{MAG}$  un semplice scenario nel quale compaiono dispositivi di memoria costituiti solo da nastri, cioè i dispositivi di memoria strutturalmente più semplici.

Altri tipi di memorie potrebbero essere presi in considerazione solo quando si volessero esaminare gli aspetti dell'efficienza delle elaborazioni, cosa che conduce a servirsi di esecutori molto più complessi di quelli che conviene far comparire nel semplice modello  $\mathcal{MAG}$ .

Conviene tuttavia osservare che le odierne tecnologie consentono praticamente a chiunque lo voglia di disporre di memorie di qualche trilione di caratteri: in effetti le capacità degli attuali dischi esterni si misurano in Terabytes.

**B01:e.11** Il modello  $\mathcal{MAG}$  prevede che ogni esecutore si possa servire di vari nastri eseguendo su ciascuno di essi operazioni di lettura e scrittura (con modifica) di singole caselle richieste dalle istruzioni che governano le elaborazioni.

Le operazioni di lettura da e di scrittura su ciascun nastro sono effettuate da un suo dispositivo chiamato **testina di lettura/scrittura** o testina I/O. Dopo ogni singola operazione di lettura o scrittura la testina può rimanere sulla casella su cui si è agito, oppure spostarsi di una sola posizione verso sinistra (in avanti) o verso destra (all'indietro).

Va chiarito che questa descrizione meccanicistica si adatta bene agli EP artificiali, mentre deve intendersi solo come schematizzazione metaforica per gli EP umani.

Per i comportamenti degli agenti innovatori, dotati di esperienza e capaci di iniziative, la descrizione meccanicistica può servire solo come schema drasticamente semplificato di loro azioni particolari.

Nel seguito, per riuscire a individuare elaborazioni sufficientemente semplici che risolvono problemi fondamentali in quanto riutilizzabili per numerosi problemi composti che soddisfano necessità concrete, ci riferiremo prevalentemente ai comportamenti delle cosiddette **macchine sequenziali multinastro**, in sigla **MSM**. Queste sono macchine formali abbastanza semplici, ma non semplicissime ed essenziali piuttosto vicine alle macchine proposte da Turing nei suoi lavori fondativi intorno al 1937.

Parlando delle MSM useremo spesso termini e frasi utilizzati nella programmazione dei computers.

Le MSM sono macchine con il vantaggio di avere comportamenti molto simili a quelli attribuibili agli esecutori umani e che si possono dimostrare abbastanza facilmente come equivalenti a quelli delle macchine di Turing più essenziali [C21].

Gli EP artificiali del genere MSM si possono considerare computers specializzati dotati solo di prestazioni molto semplici che potrebbero essere realizzati facilmente assemblando dispositivi che la odierna industria rende facilmente disponibili. Inoltre le MSM possono essere simulate senza difficoltà da programmi per computers ordinari scritti in uno qualsiasi degli odierni linguaggi di programmazione procedurale.

Testi dell'esposizione in <http://www.mi.imati.cnr.it/alberto/> e in <http://arm.mi.imati.cnr.it/Matexp/>