Capitolo A02:
rassegna dei contenuti

Contenuti delle sezioni

a. contenuti di base p.2
b. contenuti su linguaggi, automi, computabilità, codici p.9
c. contenuti di geometria p.11
d. contenuti di analisi infinitesimale p.13
e. contenuti su configurazioni discrete p.15
f. contenuti su fisica matematica p.18
g. contenuti concernenti teorie generali p.15
h. prontuario p.20

21 pagine

A02:**0.01** Queste pagine presentano a grandi linee quelli che chiamiamo contenuti dell'*esposizione*, mentre il successivo capitolo A03 si occupa dei capitoli, che spesso chiameremo fascicoli, che raccolgono le informazioni ausiliarie o integrative rispetto alla lettura dei contenuti: (indici ai contenuti, biliografia e sitografia, riferimenti storici e informazioni tecniche.

I contenuti dell'*esposizione* sono disponibili in una serie di files in formato `pdf` organizzati attraverso **ripartizioni** che si possono pensare come i nodi di una arborescenza distesa [D30] a quattro livelli.

Ciascuna delle ripartizioni sui quattro livelli sono identificate da una sigla univoca che rispecchia la accennata struttura ad arborescenza.

Le ripartizioni più comprensive sono dette tomi e sono identificate da una sola lettera maiuscola (A, B, C, D, G, I, P, T, W).

Ogni tomo è costituito da successivi capitoli, ciascuno presentato in un proprio file e caratterizzato da una sigla costituita dalla maiuscola del tomo del quale fa parte e da due cifre decimali (B08, C65, G70, I30, T25, W35, ...).

Ogni capitolo, dopo una introduzione in genere breve (ma non sempre formata da paragrafi con etichette come 0.01 e 0.02, è costituito da una sequenza di sezioni, ciascuna identificata da una sigla che dopo la terna del capitolo al quale appartiene presenta una lettera (B37e, D20d, P79f, ...).

Ogni sezione è formata da una sequenza di paragrafi, ciascuno dei quali caratterizzato da una sigla di sei caratteri ottenuta aggiungendo alla sigla della sezione di appartenenza due cifre decimali (C20b06, I45b02, T15a09, ...). In genere il primo paragrafo presenta il digramma 01, ma un primo paragrafo con il ruolo di presentatore dei successivi viene caratterizzato da 00.

Tomi, capitoli e sezioni (non i paragrafi) sono dotati di un titolo; questi titoli cercano di essere autoesplicativi, ma, come varie altre scritture, si preoccupano primariamente della loro reperibilità attraverso azioni di `search`. Quindi sono tendenzialmente più concisi di quelli che si incontrano di solito, presentano solo le maiuscole essenziali e quindi in genere iniziano con una minuscola; qualche titolo contiene un numero progressivo tra parentesi quadre che lo distingue da altri titolo che lo precedono o lo seguono con contenuti che trattano complementarmente gli stessi temi. In tal modo tutti i titoli sono univoci.

A02:a. contenuti di base

A02:**a.01** I primi capitoli del tomo B sono dedicati all'introduzione delle nozioni sulle quali si propone di basare l'intera *esposizione* attraverso argomentazioni che presentano alcune caratteristiche poco usuali.

In B01 viene presentato come finalità generale dell'*esposizione* la definizione di un *apparato* molto articolato, coerente e altamente affidabile costituito di algoritmi e di nozioni di interesse generale.
Gli algoritmi riguardano meccanismi che consentono di affrontare sistematicamente la risoluzione di ampie gamme di problemi; le nozioni sono costituite essenzialmente da definizioni e da affermazioni, sono sostenute da argomentazioni rigorose e riguardano la portata, le conseguenze e le valutazioni delle prestazioni degli algoritmi.
Le accennate definizioni, affermazioni e argomentazioni sono tendenzialmente formalizzate; le definizioni riguardano le cosiddette entità matematiche, gli elementi principali dei discorsi costituenti l'*esposizione* che possono essere oggetti molto semplici o oggetti compositi anche molto elaborati ai quali associamo il termine strutture; le affermazioni riguardano proprietà delle entità matematiche (che spesso nel seguito chiamiamo semplicemente entità) e sono ottenute con dimostrazioni, argomentazioni deduttive che saranno anch'esse oggetto di definizioni precise e caratterizzate da proprietà ottenibili anch'esse attraverso dimostrazioni.

Constatata la varietdei problem e l'ampiezza dell'obiettivo delle loro soluzioni affidabili che si è posto e valutato l'impegno che questo obiettivo richiede, si impone la necessità di coinvolgere numerosi agenti con compiti sia di guida che di esecuzione. Si sostiene anche che si devono avere esecutori di natura sia umana che artificiale e che questi devono essere in grado di cooperare, innanzi tutto scambiandosi informazioni accurate e attendibili.

Si assumono allora le stringhe di caratteri definiti con convenzioni precise sulla forma e sul significato come gli elementi basilari per le attività di intercomunicazione, di rappresentazione di oggetti e processi reali e di elaborazione.

Vengono successivamente presentate le prime manipolazioni delle stringhe e le loro prime proprietà servendosi di un primo modello di esecutore chiamato "macchina sequenziale multinastro" (MSM) che ha comportamenti che si possono assimilare alle azioni svolte dagli esecutori umani di calcoli e che risultano ragionevolmente realizzabili fisicamente in dispositivi automatici.

La descrizione delle prime elaborazioni viste come manipolazioni di e mediante stringhe consentono di introdurre nozioni essenziali come operazione e relazione d'ordine.

B04
inizia con l'introduzione dei numeri naturali come lunghezze delle stringhe e la definizione delle coppie e delle liste come le più semplici stringhe articolate. Si descrive poi un modello visuale che consente di osservare le operazioni di somma e differenza degli interi naturali e la estensione dei naturali al fine di disporre anche dei numeri interi negativi motivata dalla opportunità di riuscire ad effettuare la differenza di due interi naturali qualsiasi, ovvero motivata dalla utilità di disporre di un'operazione inversa della somma.

Si definiscono anche le relazioni tra stringhe costituite da liste di coppie di stringhe in modo da aprire la possibilità di introdurre le strutture informative, entità che rivestono importanza primaria per l'organizzazione della matematica e per le sue applicazioni.

In B06 si discute la nozione di lista e, dopo aver introdotto mediante ben definite manovre il prodotto cartesiano di liste, si esaminano le conseguenti operazioni prodotto di interi naturali e potenze di liste e di interi naturali, fino a prospettare la generazione di tutte le stringhe su un dato alfabeto e aventi data lunghezza.

In B08, a partire dalle permutazioni delle liste nonripetitive e dalla loro padronanza si giunge in modo pragmaticamente soddisfacente alla nozione di insieme esplicito (e finito), entità meno legata alle elaborazioni delle liste e di uso sostanzialmente più agile nelle presentazioni dei risultati generali riutilizzabili sugli algoritmi, presentazioni che si propongono come costituenti della comunicazione matematica.

In queste considerazioni emerge, ma solo a livello intuitivo, l'opportunità di utilizzare nei discorsi matematici, cioè nei discorsi che rivestono interesse generale per la soluzione sistematica dei problemi, entità con caratteristiche che rendano lecito chiamarle insiemi senza richiedere di essere algoritmicamente costruibili (e quindi finite).

Mediante operazioni su liste di coppie si inizia lo studio delle relazioni e delle operazioni concernenti insiemi finiti precisando notazioni e proprietà che avranno validità anche al di fuori dell'area fisicamente osservabile del finito.

Il capitolo B10, decisamente pratico, è dedicato alla definizione delle notazioni posizionali nelle varie basi per i numeri interi, alla precisazione dei procedimenti per l'esecuzione attraverso queste notazioni delle operazioni di somma e prodotto e alla introduzione delle notazioni operatoriali più generali concernenti gli interi.

In B15, sempre servendosi di oggetti tangibilmente trattabili come le relazioni esplicite e gli algoritmi sopra le liste di coppie, vengono definite ed esaminate le funzioni finite, distinguendo i casi particolari delle endofunzioni, delle sequenze binarie e delle funzioni tra insiemi finiti di interi.

Delle funzioni finite si presenta una tangibile casistica che serve anche a far intravvedere la grande potenzialità della nozione di funzione, ulteriore motivazione per spingersi ad andare oltre il finito.

Sono inoltre definite ed esaminate le sequenze combinatorie di base (disposizioni, combinazioni, permutazioni, ...) prospettate come strumenti utili per una ampia gamma di elaborazioni e per la introduzione di tante nozioni di interesse pratico.

Anche B16 è dedicato a nozioni ampiamente utilizzate, quasi onnipresenti, e in grado di ampliare gli orizzonti operativi e concettuali.

Le prime sono le matrici, viste inizialmente come supporti delle operazioni binarie nel finito e in particolare come supporti delle operazioni booleane su bits e sequenze di bits.

Vengono poi trattate le relazioni binarie finite e i digrafi in quanto loro raffigurazioni mediante le quali risulta conveniente prendere confidenza con le maggiori categorie delle relazioni.
Infine sono riprese le permutazioni di insiemi finiti e sono esaminate le loro prime proprietà iniziando a prospettare il loro ruolo di strumenti di base per lo studio delle simmetrie.

A02:**a.02** Il capitolo B17 tocca le attività di calcolo su un piano di generalità ma senza pretese di completezza, puntando piuttosto a fornire prospettive.
Qui si introducono gli automatismi chiamati macchine sequenziali programmabili (MSP) in grado di elaborare stringhe con manovre più versatili delle MSM e di queste più adatte a descrivere elaborazioni articolate.
Con tali esecutori si inizia a mostrare come si possano introdurre entità significative per ampliare la portata della matematica nei confronti delle sue applicazioni attraverso loro espressioni formali, e quindi stringhe, che possono essere manipolate per ottenere risultati significativi, avvalendosi in particolare dei numeri interi.

Delle MSP si descrivono le prestazioni osservandole dall'esterno, ricorrendo a esempi, mentre si lasciano volutamente vaghi i dettagli costitutivi limitandosi a insistere sulla loro realizzabilità effettiva e a prospettare come plausibile un ventaglio di varianti equivalenti, rinviando a capitoli successivi (in particolare C21) le definizioni più complete.

Le varianti semplici delle MSP sono apparecchiature costruite con dispositivi elementari, in particolare le macchine di Turing. Da queste si può passare a varianti consistenti i automatismi dotati di dispositivi via via più elaborati che consentono di controllare sempre più agevolmente le elaborazioni ma che, ragionevolmente, hanno la stessa portata delle varianti semplici e un'efficacia superiore.
Si giunge in tal modo a macchine vicine agli odierni computers programmabili con linguaggi procedurali e la familiarità con le loro prestazioni permettono di prospettare la vasta efficacia degli strumenti ce delle nozioni che si stanno per esaminare.

A02:**a.03** Nel capitolo B18 viene discussa una prima nozione di infinito a carattere strettamente potenziale, presentando gli insiemi procedurali (o ricorsivamente enumerabili) e in particolare gli insiemi numerabili, entità definite servendosi di liste generate da meccanismi in grado di operare con risorse "illimitate", o meglio con risorse estendibili secondo le necessità, ricorrendo a una ipotesi di loro potenziale disponibilità per tutte le esigenze.
A questi meccanismi si ritiene opportuno fare riferimento per trattare i collegamenti tra entità e proprietà matematiche che non si limitano al finito e le attività computazionali effettive.

Nel capitolo B19 si presenta l'opportunità di servirsi di insiemi svincolati dal ricorso a procedure. Si vuole chiamare insieme ogni entità caratterizzate dal fatto che altri oggetti matematici sono considerati ad essa collegati con il ruolo di suoi elementi. Inoltre si vuole la possibilità di servirsi di un insieme i cui elementi sono tutti e soli gli oggetti che godono di determinate proprietà, a prescindere dalla loro costruibilità.
Un tale insieme e le sue proprietà non si può pretendere che siano utilizzati direttamente in elaborazioni effettive: essi possono essere individuati solo a livello intuitivo, in argomentazioni di prospettiva.
Contemporaneamente si accenna la possibilità di trattare gli insiemi a livello astratto come entità introdotte mediante una teoria assiomatica da sviluppare con strumenti della logica matematica, disciplina che a questo punto viene presentata solo come tecnica dimostrativa che si serve di non precisate complesse specifiche manipolazioni di stringhe.
Si segnala inoltre che l'utilizzo di insiemi e strutture matematiche caratterizzati solo dalle loro proprietà senza occuparsi dalla effettiva possibilità di elaborarle direttamente costituisce un'esigenza sostanziale delle attività di sistemazione dei risultati della matematica.
Di conseguenza su questi insiemi determinati da proprietà si introducono operazioni, relazioni e funzioni che generalizzano a livello intuitivo le omologhe definite per fli insiemi finiti e prospettaste per gli insiemi procedurali.
Inoltre si introduce la nozione di numero transfinito considerata utile come primo chiarimento sulla organizzazione delle conoscenze sugli insiemi.

A02:**a.04** Il capitolo B20 inizia con la introduzione del piano-ZZ, cioè del prodotto cartesiano $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ e degli oggetti geometrici più semplici (vettori, segmenti, rette, ...) che si individuano in questo ambiente.
Al piano-ZZ viene data notevole importanza in quanto risulta particolarmente agevole introdurre in esso varie nozioni algebriche, geometriche e combinatorico-algoritmiche.
Sono poi riprese le operazioni di somma, differenza e prodotto di numeri interi per presentarle meglio collocandole in $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$. L'estensione di somma e differenza sull'insieme monodimensionale $\mathbb{Z}$ viene esaminata servendosi dell'insieme bidimensionale $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ e procedendo ad ampliare contemporaneamente

$\mathbb{N}$ a $\mathbb{Z}$ ed $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ a $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$; in tal modo si sfrutta il fatto che in due dimensioni le caratteristiche delle operazioni binarie possono essere meglio analizzate e in parte anche essere decise secondo criteri di utilità.
Vengono poi ambientate in $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ le permutazione di interi giungendo alle nozioni di gruppo di simmetria e di gruppo in generale.
Successivamente vengono introdotte le fattorizzazioni degli interi positivi mediante numeri primi dando importanza alle loro visualizzazioni in $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ mediante gli istogrammi delle fattorizzazioni, grafici che facilitano le definizioni di massimo comun denominatore e di minimo comune multiplo.
Nel piano $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ viene ambientata anche la introduzione delle frazioni e dei numeri razionali associandoli alle pendenze delle rette passanti per l'origine. I numeri razionali sono visti anche come le entità che permettono di risolvere il problema dell'inversione dell'operazione prodotto. Si procede infine a trattare le operazioni razionali sulle frazioni.
A favore del piano-ZZ gioca la possibilità di servirsi dell'evidenza visiva dei grafici cartesiani bidimensionali discreti per condurre molti sviluppi costruttivi che rivestono grande interesse per chi si occupa di calcoli approssimati e di costruzioni grafiche. Il piano-ZZ quindi viene trattato piuttosto ampiamente nei tre capitoli successivi.

A02:**a.05** In B21 si introducono in modo piuttosto sistematico e con le numerose distinzioni che talvolta si rendono necessarie le varianti per $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ di importanti nozioni geometriche come retta e segmento orientati, figure di punti e di caselle, connessioni, prodotto scalare, quadranza, traslazioni, parallelismo e ortogonalità, cammino e circuito.

Nel capitolo B22 lo studio del piano-ZZ prosegue con l'introduzione delle sue permutazioni di maggior rilievo, le riflessioni, le rotazioni e le trasformazioni lineari. Prima delle rotazioni vengono introdotti i pochi angoli che si possono ambientare nel piano-ZZ. Con le trasformazioni lineari si introducono le matrici 2×2 che consentono di rappresentarle e le prime versioni di nozioni come le basi e le proiezioni. Assieme alle trasformazioni viene introdotta anche la nozione di gruppo di trasformazioni accompagnandola con le prime considerazioni sulle simmetrie e sugli invarianti. Questi strumenti vengono subito utilizzati nell'*esposizione* di nozioni geometriche. Inoltre si inizia a insistere sulla rilevanza pratica di queste astrazioni ai fini della organicità della presentazione di risultati sia teorici che algoritmico-applicativi.

Nel capitolo B23, dopo aver trattati i percorsi, i cammini ed circuiti in $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, si esaminano le figure piane che essi consentono di delimitare e si abbozza una loro classificazione costruttiva.

Nel capitolo B24 ad una gamma abbastanza estesa di figure nel piano-ZZ si può attribuire un'area, misura estensiva che in questa prima versione discreta consente di portare avanti attività computazionali utili senza che si debbano affrontare problemi posti dalla nozione di continuo e da procedimenti di approssimazione. In particolare si introduce il determinante delle matrici 2×2, interpretandolo come area del parallelogramma trasformato della casella di base definita dall'origine e dal punto $\langle 1, 1\rangle$ e si può accennare all'indipendenza lineare e alla invertibilità per le trasformazioni lineari.

La nozione di area consente di dimostrare un teorema di Pitagora nel discreto e di introdurre un prodotto tra punti-ZZ, prima forma del prodotto di numeri complessi, e di interpretarlo geometricamente come rotodilatazione.

Il capitolo B25 si apre con la definizione dello schema di induzione matematica, strumento che risulta molto utile per la successiva presentazione di altre nozioni basilari sui numeri interi.
Definite le congruenze modulari tra numeri interi e le classi di resti fino a definire le operazioni razionali su queste entità e a porre il problema della esistenza di un inverso di una classe di resti.

Vengono quindi introdotte le coppie e le terne pitagoriche di interi ambientando anche queste entità nel piano $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.
Sono infine presentate le somme dei divisori degli interi e vengono studiate le proprietà dei numeri perfetti e delle coppie amicabili di numeri primi.

A02:**a.06** In B30 collocando ancora in $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ le frazioni, si studiano le proprietà dell'insieme dei numeri razionali dei numeri razionali si danno quindi le rappresentazioni decimali (e posizionali) e quelle mediante frazioni continue.
Si introduce poi, attraverso un'astrazione espositiva, il piano sui razionali $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ e in questo ambiente si introducono varie nozioni geometriche ed algebriche che possono svilupparsi senza ricorrere al continuo e che sono utili per varie elaborazioni dei dati empirici.
Vengono in tal modo trattate le rotodilatazioni pitagoriche e gli angoli associati a terne pitagoriche e vengono esaminate le funzioni trigonometriche limitatamente agli argomenti che portano a valori razionali.
In questi discorsi cominciano comunque a emergere le limitazioni dei numeri razionali e la previsione di ampliare ulteriormente gli insiemi numerici per ampliare le loro possibilità computazionali.

Il capitolo B31 è dedicato alla geometria del piano sui razionali $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$. In questo piano, facendo sempre riferimento alle potenzialità illimitate, si riprendono e si estendono nozioni introdotte con $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ e si sviluppano le prime considerazioni di geometria computazionale, trattando sistemi lineari di 2 equazioni in 2 incognite, ortogonalità, riflessioni e rotazioni; si rileva anche che numerose attività computazionali pratiche possono essere inquadrate nel piano $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$.

Alcuni discorsi geometrici proseguono nel capitolo B32 dedicato agli spazi multidimensionali sui razionali, all'algebra lineare, ad alcuni calcoli mediante matrici e alla soluzione dei sistemi di equazioni lineari portate avanti servendosi solo di numeri razionali.

A02:**a.07** Nei cinque capitoli successivi vengono sviluppati strumenti in grado di approfondire lo studio di numeri e funzioni razionali giungendo a determinarne i limiti computazionali e il loro superamento.

Nel capitolo B33 ancora servendosi dei soli numeri razionali, vengono introdotti i polinomi, le funzioni razionali fratte e il relativo calcolo letterale; in tal modo si rendono disponibili tutti gli strumenti che consentono di porre il problema delle radici dei polinomi e si possono introdurre i primi problemi per lo studio dell'andamento delle funzioni di una variabile senza dover ricorrere all'intuizione del continuo.
Nel capitolo B35 ancora servendosi dei soli numeri razionali, si introducono le nozioni di successione numerica e di serie numerica, al fine di dare fondamento alle notazioni posizionali e alle rappresentazioni mediante frazioni continue degli stessi numeri razionali.
Il capitolo B36 introduce le le proprietà topologiche dell'insieme dei razionali e quindi le nozioni di limite e derivata per le sole funzioni razionali di una variabile sui razionali in modo da poter trattare con strumenti costruttivi di buona portata gli andamenti delle funzioni razionali e di poter fare riferimento ai numeri reali approssimabili.
Il capitolo B37 introduce le radici dei numeri interi e dei razionali come primi numeri irrazionali di evidente utilità; queste consentono di affrontare le soluzioni delle equazioni di secondo grado e le manipolazioni delle espressioni con radicali.
Il capitolo B38 affronta in modo generale i limiti delle successioni di numeri razionali e delle funzioni razionali giungendo alla definizione dei numeri algebrici e dei numeri reali costruibili visti come strumenti in grado di ampliare in modo determinato le possibilità computazionali delle quattro operazioni razionali. Si inizia con l'operazione di estrazione di radice come inversa dell'elevamento a potenza e con l'introduzione dei numeri algebrici. Si introducono poi più in generale i numeri reali costruibili

dando peso soprattutto alle successioni di intervalli razionali convergenti e alle operazioni alle quali tali successioni si possono sottoporre. Qui viene anche introdotta la nozione di campo ordinato.

A02:**a.08** I due capitoli successivi hanno lo scopo di introdurre in forma agevole due gruppi di nozioni largamente utilizzate in modo da renderle disponibili per i contenuti che seguono.

Il capitolo B41 introduce le strutture algebriche che riteniamo più basilari: semigruppi, gruppi, anelli e campi. Queste strutture verranno riprese in momenti successivi con maggiore completezza e con svariati dettagli, mentre in questo capitolo sono introdotte con discorsi abbastanza agevoli che hanno l'intento di anticipare la conoscenza di materiali di largo uso.

A02:**a.09** Il capitolo B42 è dedicato alla introduzione dei numeri reali: Grande importanza viene attribuita alla distinzione tra reali costruibili e restanti numeri reali irrazionali e per questo si ricorre alla nozione di cardinale e a quella di computazione effettiva. Si introduce anche la possibilità di definire nell'ambito di una costruzione assiomatica e si discutono brevemente le relazioni tra approccio costruttivo e approccio assiomatico della matematica.

A02:**a.10** Il capitolo B43 è dedicato alla presentazione delle caratteristiche generali del piano cartesiano suoi reali e dei grafici delle funzioni sui reali; esso contiene anche i fatti più importanti riguardanti le funzioni di uso più comune.

Nel capitolo B45 sono presentati in modo abbastanza generale gli spazi vettoriali sui reali e gli spazi euclidei; sono qui introdotte varie nozioni geometriche di questi spazi che dipendono dalla nozione di prodotto scalare.

Il capitolo B46 amplia il discorso precedente con la introduzione degli spazi metrici e su di questi introduce le nozioni di base della topologia, fino a parlare di continuità e di limiti.

Nel capitolo B47 sono presentate le funzioni reali trascendenti elementari.

Nel capitolo B50 vengono introdotti i numeri complessi, in modo di disporre di un altro importante esempio di campo e di poter affrontare i problemi delle potenze e delle radici. Qui ci si preoccupa anche di distinguere il sottocampo dei numeri complessi costruibili, strumento di primaria importanza computazionale.

Il capitolo B51 in stretto collegamento con il precedente, affronta il problema delle radici di un polinomio nel suo ambito naturale, quello dei polinomi sul campo complesso. Sono trattate in dettaglio le soluzioni delle equazioni di terzo e quarto grado e sono presentati discorsivamente il teorema fondamentale dell'algebra e il teorema di Ruffini-Abel sulla risolubilità mediante radicali.

A02:**a.11** Segue un gruppo di tre capitoli nei quali si trattano in modo abbastanza approfondito alcune entità di base.

In B53 si tratta la nozione di relazione, in collegamento con quella di digrafo, curando la distinzione delle classi più importanti di queste strutture discrete e segnalando alcuni problemi algoritmici che hanno come oggetto i digrafi ed altri che invece si servono di nozioni e termini sui grafi per procedimenti e metodi computazionali.

Il capitolo B54 prende in considerazione la nozione generale di funzione e i suoi casi particolari delle partizioni (considerate in parallelo alle equivalenze) e delle chiusure.

In B55 vengono impostati lo studio degli insiemi ordinati e dei reticoli, esplicitando i collegamenti tra nozioni sulle relazioni d'ordine e nozioni di natura algebrica.

In B56 sono esaminate le algebre di Boole viste come strutture algebriche equivalenti a reticoli distributivi complementati che devono la loro importanza per le loro applicazioni alla logica, alla teoria degli insiemi e allo studio dei circuiti digitali e alla programmazione.

A02:**a.12** Gli ultimi capitoli del tomo B sono dedicati alle nozioni introduttive della logica simbolica e della logica matematica.

Nel capitolo B60 sono esposte le nozioni di base del calcolo proposizionale, la disciplina strettamente collegata alle algebre di Boole che si pone alla base di tutte le restanti parti della logica simbolica.

Il capitolo B61 viene dedicato al calcolo dei predicati.

Il capitolo B65 presenta inizialmente una panoramica storica sugli studi dei fondamenti della matematica e prosegue con la necessità di adottare per essi il procedimento assiomatico e quindi di definire le caratteristiche della logica matematica.

Il capitolo B66 è dedicato principalmente alla teoria assiomatica degli insiemi. associata ai nomi di Zermelo e Fraenkel, ora considerata come la impostazione standard per gli insiemi. Si prosegue con una rapida presentazione degli sviluppi di alcune teorie matematiche che si basano sulla impostazione suddetta. Da ultimo vengono presentate per grandi linee alcuni degli approcci che sono stati proposti come alternative della teoria degli insiemi basata sugli assiomi di Zermelo e Fraenkel.

A02:**a.13** Nei capitoli B70 e B71 si introduce un linguaggio procedurale chiamato *miniC*, versione ridotta del linguaggio C con qualche prestazione di C++, e si danno indicazioni sulla stesura di piccole procedure con tale linguaggio.
Questo rende possibile servirsi di programmi scritti con questo linguaggio e delle corrispondenti elaborazioni; queste possono essere concretamente eseguite servendosi degli ampiamente diffusi sistemi di sviluppo per il linguaggio C++ (e anche per il classico C).
Si procede quindi con la presentazione di una prima gamma di algoritmi implementati che consentono di fornire esempi concreti di soluzioni di problemi riguardanti entità matematiche e che prospettano la vasta gamma di elaborazioni che possono essere eseguite con i modelli di macchine equivalenti introdotte. In tal modo si preparano le considerazioni generali sulla computabilità che saranno ripresi in C21.

A02:b. contenuti su linguaggi, automi, computabilità, codici

A02:**b.01** Questo tomo è dedicato ad argomenti che si possono far rientrare nella matematica discreta, ma che qui vengono trattati separatamente e subito dopo le nozioni giudicate di base per la loro importanza sulle finalità generali della matematica e sui suoi fondamenti.

Nel capitolo C10 vengono poste le basi per lo studio delle stringhe, dei linguaggi formali e degli automi, introducendo in particolare il loro ruolo nello studio degli algoritmi e dei linguaggi di programmazione.

A02:**b.02** I capitoli che seguono sono dedicati ad aspetti abbastanza specifici della teoria dei linguaggi e degli automi.

Il capitolo C12 è dedicato agli automi a stati finiti e ai linguaggi razionali da essi riconosciuti.

Il capitolo C13 è dedicato alle più evidenti applicazioni degli automi e dei trasduttori a stati finiti.

Con il capitolo C14 si presentano le grammatiche acontestuali ed i linguaggi da esse generati.

A02:**b.03** Nei due capitoli che seguono vengono affrontati problemi riguardanti le macchine formali di maggiore portata il cui studio conduce a considerazioni sopra temi di portata generale.

Nel capitolo C20 vengono sviluppate considerazioni discorsive sopra gli algoritmi e la computabilità.

Nel capitolo C21 vengono esaminate le macchine di Turing, meccanismi che per questo testo ricoprono un ruolo fondamentale. Inoltre si sostiene che gli odierni computers si possono considerare macchine di Turing dotate di complicati dispositivi volti alla efficienza operativa di questi prodotti industriali.

Il capitolo C26 contiene una trattazione dei sistemi di Lindenmayer e dei corrispondenti linguaggi. Si tratta di sistemi di riscrittura che procedono parallelamente e che sono stati motivati dalla opportunità di rendere conto di processi di crescita di organismi filamentosi con schemi discreti. Dal punto di vista della classificazione dei lingaggi questi sistemi presentano diverse varianti in grado di modellizzare la generazione di svariate famiglie di linguaggi, come accade alle grammatiche a struttura di frase.

A02:**b.04** Seguono alcuni capitoli riguardanti impostazioni algebriche dello studio dei linguaggi.

Il capitolo C30 ̀dedicato a una tecnica specifica di organizzazione di linguaggi formali, la fattorizzazione e decomposizione di questi insiemi di stringhe.

Il capitolo C32 è dedicato alle algebre di Kleene, strutture non frequentemente trattate, ma in grado di fornire un chiaro inquadramento a entità che forniscono strumenti utili di molti sviluppi applicativi come le collezioni di linguaggi e le collezioni di relazioni.

Il capitolo C33 tratta con un a certa ampiezza quelli che sono chiamati operatori additivi sui monoidi liberi, operatori identificabili con le relazioni binarie entro l'insieme dei linguaggi sopra un dato alfabeto. Queste entità consentono di trattare in modo unitario varie questioni concernenti linguaggi formali.

A02:**b.05** Il capitolo C47 viene dedicato a considerazioni generali sopra la complessità computazionale.

A02:**b.06** L'ultima parte del tomo si occupa di questioni afferenti alla combinatorica delle parole e della teoria dei codici che queste supportano.

Nel capitolo C60 sono presentate alcune parole infinite specifiche, la parola di Fibonacci e le parole di Lyndon; queste considerazioni portano a iniziare ad approcciare il problema delle possibili diverse fattorizzazioni delle parole.

A02:**b.07** Nel capitolo C65 sono introdotte le tematiche riguardanti informazioni, probabilità discrete e codici.

Nel successivo capitolo C66 sono esaminati codici più particolari di grande importanza applicativa, i codici a correzione di errore.

A02:c. contenuti di geometria

A02:**c.01** Il tomo sulla geometria inizia con capitoli dedicati all'impostazione assiomatica delle geometrie che per chiarezza logica conviene distinguere dalla geometria euclidea; la loro redazione è stata influenzata dalla *Introduction to Geometry* (1969) di Coxeter.

Si inizia con una teoria sensibilmente meno ricche / più generale della geometria euclidea, quella che chiamiamo geometria della interposizione [G15].

Si passa poi alla geometria affine [G16], più ricca della precedente grazie alla introduzione del parallelismo.

In G17 viene presentata la geometria proiettiva, teoria nella quale non compare il parallelismo, mentre pesa maggiormente le relazioni di incidenza e si assume come assioma il classico teorema di Pappo di Alessandria e vale il teorema di Desargues.

Il capitolo G18 è dedicato alla geometria assoluta, geometria che considera una relazione di parallelismo poco definita e non include il postulato delle parallele; in tal modo essa consente sia l'arricchimento della geometria euclidea, sia quello della geometria iperbolica.

A questa teoria viene dedicato il capitolo G19

A02:**c.02** Il capitolo G25 riguardante l'impostazione assiomatica della geometria euclidea.
Viene dunque presentato il sistema degli assiomi che verso la fine del XIX secolo, soprattutto per opera di Hilbert, sono stati individuati come base logica rigorosa della geometria del piano e dello spazio tridimensionale risalente ad Euclide.

Si osserva che il sistema di assiomi di Hilbert ha costituito un punto di arrivo di ricerche sopra i fondamenti della geometria durate più di 20 secoli e un chiarimento riguardante che ha notevolmente influenzato le ricerche sopra i fondamenti dell'intera matematica che intorno al 1900 erano in pieno sviluppo.
Successivamente vengono sviluppate le prime conseguenze del sistema di assiomi e la conseguente introduzione di una gamma piuttosto ampia di nozioni geometriche. Questo costituisce una prima parte dello sviluppo ipotetico deduttivo della odierna geometria.

A02:**c.03** Con il capitolo G30 si iniziano a sviluppare i temi geometrici veri e propri collocandosi nell'insieme delle coppie di numeri reali, ovvero nel piano cartesiano ed esponendo le definizioni fondamentali.

In G31 sono presentate le proprietà delle figure piane fondamentali: i triangoli e le circonferenze.

A02:**c.04** Nel capitolo G34 sono esaminati i poligoni iniziando con le loro caratteristiche generali e proseguendo con considerazioni sui poligoni 4, 5 6 e più lati.

Il capitolo G36 è dedicato alla introduzione dei primi elementi di geometria dello spazio, limitatamente alle entità lineari: rette, piani e figure solide a facce piane. Le argomentazioni si servono sia delle coordinate cartesiane, sia delle notazioni vettoriali.

Nel capitolo G37 sono esaminati i poliedri convessi. Dopo le nozioni basilari vengono trattate la dualità e la formula di Euler; successivamente si trattano poliedri specifici iniziando con i solidi platonici e proseguendo con una prima panoramica delle principali classi di poliedri. Viene anche introdotto il problema delle definizioni di poliedri più generali.

Il capitolo G40 prende in considerazione alcune delle nozioni geometriche introdotte sopra, ma da un punto di vista più algebrico, cioè trattando le nozioni basilari sugli spazi vettoriali di dimensioni finite, in particolare le trasformazioni lineari i le di basi per gli spazi vettoriali

Nel capitolo G41 vengono trattati gli spazi euclidei a partire dall'operazione di prodotto interno reale e dalle prime nozioni sugli spazi affini.

A02:**c.05** Il capitolo G42 si occupa delle matrici come strumenti per l'algebra lineare; vengono definite le nozioni concernenti le rappresentazioni delle trasformazioni lineari mediante matrici e le caratterizzazioni delle trasformazioni tra spazi della stessa dimensione attraverso determinanti e ranghi delle matrici, nonché il problema della inversione delle matrici quadrate.

Il capitolo G45 tratta i sistemi di equazioni lineari, il problema dell'esistenza e della indeterminatezza delle loro soluzioni ed i procedimenti per la individuazione delle possibili soluzioni, considerando sia l'utilizzo della matrice inversa, sia il metodo di eliminazione.

Il capitolo G47 è dedicato al problema della similarità delle matrici quadrate e successivamente a quelli della loro diagonalizzabilità, dei loro possibili autovalori e autovettori, fino a trattare del polinomio caratteristico di una matrice, le matrici ortogonali e le normali.

Nel capitolo G48 sono introdotte le forme bilineari, cioè le entità che come le trasformazioni lineari sono rappresentabili mediante matrici. Si distinguono le form bilineari simmetriche, le positive e le hermitiane e si enunciano dei corrispondenti teoremi spettrali. Vengono introdotte anche le forme bilineari antisimmetriche

A02:**c.06** Altri due capitoli sono dedicati alle più semplici figure trattate dalla geometria algebrica.

In G50 sono trattate con una certa completezza le sezioni coniche, esaminandole sia come intersezioni tra piani e coni, sia come luoghi di punti che soddisfano semplici proprietà geometriche, sia come insiemi di coppie di coordinate cartesiane caratterizzati da una equazione di secondo grado.

G52

è invece dedicato alle superfici quadriche, viste primariamente come insieme di punti che soddisfa equazioni di secondo grado in tre variabili, ma considerate anche in relazione alle loro intersezioni piane costituite da coniche.

Il capitolo G53 è dedicato alle nozioni basilari della geometria sferica.

I due capitoli che seguono sono dedicati a strutture algebrico-geometriche che consentono di chiarire alcune questioni geometriche ed ad approfondire rilevanti questioni sulle simmetrie.

In G54 sono trattati i quaternioni e la loro algebra.

InG55 sono introdotti gli octonioni e altre varianti dei quaternioni come esadecanioni e biquaternioni.

Il capitolo G58 è dedicato alle nozioni basilari della trigonometria razionale.

Il capitolo G61 è dedicato alle prime nozioni della geometria proiettiva.

Gli ultimi due capitoli forniscono un repertorio di fatti riguardanti curve piane speciali.
Il capitolo G70 presenta definizioni e proprietà principali delle curve, mentre il successivo capitolo G71 presenta un indice KWIC delle denominazioni delle stesse curve ed ha il semplice scopo di facilitare l'accesso al repertorio.

A02:d. contenuti di analisi infinitesimale

A02:**d.01** Per l'analisi infinitesimale attualmente sono stati impostati 27 capitoli, ma a questi se ne dovranno aggiungere molti altri.

La nozione fondamentale di limite viene esaminata concretamente in relazione alle successioni numeriche e di elementi di spazi euclidei nel capitolo I12 .
Qui vengono discusse le prime tecniche per il trattamento delle successioni.

In stretto collegamento con il precedente, il capitolo I13 tratta le serie numeriche, anch'esse considerate soprattutto in vista del loro utilizzo per gli sviluppi basilari del calcolo infinitesimale. Ancora l'impostazione è costruttiva e si presta attenzione all'uso di successioni e serie per la determinazione di costanti matematiche.

A02:**d.02** Con il capitolo I15 inizia la trattazione delle funzioni reali con una gamma piuttosto estesa di definizioni piuttosto semplici, ma che è opportuno avere subito presenti.

Il capitolo I16 è dedicato alla introduzione dell'operazione di passaggio al limite per funzioni reali e alle loro proprietà generali; inoltre vengono trattati alcuni limiti specifici cruciali per gli sviluppi successivi.

Il capitolo I17 tratta della continuità delle funzioni reali e delle prime proprietà delle funzioni continue, in particolare in quelle continue in un intervallo chiuso e limitato.

Il capitolo I20 introduce i primi elementi del calcolo differenziale con le nozioni sulla derivata e con le tecniche per il calcolo delle derivate delle funzioni algebriche e di quelle contenenti le funzioni dette trascendenti elementari.

Nel capitolo I21 sono sviluppate le proprietà delle funzioni reali derivabili, risultati che aprono la possibilità di studiare l'andamento di molte funzioni.

In stretto collegamento il capitolo I23 presenta le tecniche per lo studio dell'andamento delle funzioni che godono di buone doti di regolarità; dopo i metodi generali vengono avviati gli studi che consentono di tenere sotto controllo le funzioni date da espressioni contenenti operazioni algebriche e funzioni trascendenti elementari.

Nel capitolo I24 viene introdotta la nozione di differenziale con il linguaggio e le notazioni che di essa fanno uso; si osserva in particolare la possibilità di servirsene per argomentazioni semplificate in problemi del continuo.

A02:**d.03** Con il capitolo I25 inizia la presentazione del calcolo integrale. Dopo aver discusse le decomposizione degli intervalli reali e le funzioni a scala, viene introdotto il calcolo degli integrali definiti secondo Cauchy e, soprattutto, secondo Riemann riconducendosi al problema delle aree piane con segno. Successivamente vengono trattati gli integrali indefiniti e si stabilisce il fondamentale collegamento tra questi due generi di operazioni. Infine sono trattati i metodi di integrazione per sostituzione, per decomposizione e per parti.

Nel successivo capitolo I26 viene ampliata la portata dell'integrale di Riemann con la definizione degli integrali impropri e dei valori principali di Cauchy di integrali impropri divergenti in modo da renderli quantitativamente utilizzabili.

Il capitolo I27 è dedicato alle tecniche di manipolazione simbolica che consentono la determinazione di espressioni che forniscono gli integrali indefiniti di collezioni specifiche di funzioni (funzioni razionali, espressioni con funzioni trigonometriche ed esponenziali, espressioni con radicali); si accenna anche alle rilevanti possibilità offerte dagli odierni strumenti software per l'elaborazione simbolica.

A02:**d.04** Il capitolo I30 introduce le derivate parziali delle funzioni reali di più variabili reali e inizia a studiare le prime proprietà delle funzioni di due variabili reali ricavabili dalle suddette derivate.

Nel capitolo I30 vengono introdotti gli integrali curvilinei e tali strumenti vengono utilizzati per calcolare una certa varietà di aree piane e di volumi; vengono anche introdotti gli integrali esatti. e volumi .

Il capitolo I32 è dedicato alle successioni e alle serie di funzioni, alla importante proprietà della convergenza uniforme e alle prime nozioni sull'approssimazione polinomiale.

Il capitolo I33 è dedicato alle proprietà metriche del piano dei numeri complessi e più in generale alle proprietà metriche degli spazi sui complessi e degli spazi hermitiani.

A02:**d.05** Nel capitolo I35 sono introdotte le serie formali di potenze ed i calcoli sulle equazioni alle differenze che essi consentono di organizzare.

Nel capitolo I36 è sviluppato lo studio delle curve che si basa sulle proprietà infinitesimali delle funzioni che le definiscono.

Il capitolo I37 avvia allo studio delle funzioni analitiche definendo le funzioni olomorfe di una variabile complessa e le serie di potenze di una variabile complessa e precisa il collegamento tra queste due nozioni.

Nel capitolo I38 vengono introdotte le prime nozioni sulle funzioni analitiche considerate entità ottenibili con il processo di prolungamento analitico di una funzione esprimibile come serie di potenze; queste entità potendosi considerare funzioni multivoche.

A02:**d.06** Il capitolo I44 viene dedicato agli integrali doppi delle funzioni di due variabili reali; in particolare qui sono dimostrate le formule di Gauss e di Green e viene introdotta la nozione di jacobiano di un cambiamento di variabili bidimensionali.

In stretta connessione con il precedente, il capitolo I45 introduce, integrali tripli e integrali multipli.

I47

contiene le definizioni e le prime proprietà degli integrali di superficie e presenta importanti formule dovute a Gauss, Ostrogradski, Lord Kelvin e Stokes.

Il capitolo I48 è dedicato all'approccio differenziale per lo studio delle curve.

Il capitolo I49 presenta le proprietà degli operatori per campi scalari e vettoriali e raccoglie le importanti formule che li riguardano.

A02:**d.07** Nel capitolo I50 vengono presentate le equazioni differenziali ordinarie e le loro prime proprietà e vengono trattate le soluzioni delle equazioni specifiche oggetto dei primi studi sopra queste equazioni.

Il capitolo I59 è dedicato all'introduzione dell'integrale di Stieltjes, una costruzione più versatile e di portata più ampia dell'integrale di Cauchy-Riemann.

Con il capitolo I60 vengono introdotte le serie di Fourier e le prime proprietà degli sviluppi in tali serie delle funzioni periodiche.

A02:e. contenuti su configurazioni discrete

A02:**e.01** Il primo capitolo del tomo caratterizzato dalla lettera **D**, cioè D20 è dedicato alla presentazione di specifiche successioni e matrici sugli interi che hanno un ruolo importante sul piano enumerativo e computazionale e risulteranno indispensabili per molti sviluppi del calcolo infinitesimale; specificamente si trattano numeri di Fibonacci, numeri di Catalan, coefficienti binomiali e numeri di Stirling.

Il capitolo D21 presenta una gamma piuttosto ampia di configurazioni nel piano combinatorio collegandole a vari problemi enumerativi, alcuni dei quali riducendoli a problemi di aree di determinate classi di successioni di configurazioni.

Nel capitolo D22 è dedicato alla presentazione delle proprietà di base del piano delle coppie di interi che non erano comparse nei primi discorsi dedicati a questo ambiente [B21, B22, B23 e B24].

A02:**e.02** I due capitoli che seguono vertono intorno ai gruppi di permutazioni.
Il primo di essi, D23 presenta le partizioni di interi, configurazioni di grande interesse per questioni riguardanti i numeri interi e la classificazione delle permutazioni costituenti il gruppo simmetrico. Si trattano in particolare i diagrammi di Young, soprattutto in quanto oggetti sui quali possono agire importanti algoritmi concernenti il controllo delle simmetrie.

Il successivo capitolo D25 riprende i gruppi simmetrici e presenta i gruppi finiti di permutazioni.

A02:**e.03** Un successivo gruppo di capitoli è dedicato alla teoria dei grafi.

Il capitolo D26 definisce ed esamina i grafi nonorientati.

Nel capitolo D27 sono presentate le nozioni di base sui digrafi, insistendo soprattutto sulle loro presentazioni mediante la matrice delle adiacenze e sulla possibilità di risolvere vari problemi di raggiungibilità.

Nel capitolo D28 vengono introdotte varie strutture grafiche arricchite: multigrafi, multidigrafi, plurigrafi, pluridigrafi, ...

A02:**e.04** Il capitolo D30 è dedicato alle arborescenze e una panoramica piuttosto sistematica delle loro applicazioni.

Il capitolo D31 tratta i grafi planari e la corrispondente dualità.

Il capitolo D32 introduce ai problemi della connettività nei grafi nonorientati.

Il capitolo D33 definisce ed esamina i grafi che possono essere considerati come i cosiddetti scheletri di poliedri.

Il capitolo D35 approfondisce i gruppi di simmetria dei grafi nonorientati.

Il capitolo D37 è dedicato all'introduzione dei tornei e dei relativi cammini hamiltoniani.

A02:**e.05** Il capitolo D47 è dedicato all'operazione concernente le funzioni di due punti di un insieme parzialmente ordinato che abbiamo chiamato inversione di Moebius-Rota. Questa operazione consente di trattare in modo unitario una grande varietà di uguaglianze combinatorie e di dare una visione unitaria di numerosi risultati enumerativi.

Anche il capitolo D48 è dedicato a una teoria di ampia portata per i risultati sulle strutture discrete, la teoria delle matroidi. In questa introduzione le matroidi sono presentate prevalentemente in astratto con richieste di pura teoria degli insiemi finiti. Questa scelta è resa quasi inevitabile dalla estrema articolazione del complesso delle numerose varianti formali delle definizioni delle matroidi.

A02:**e.06** Il capitolo D63 contiene un'introduzione dei quadrati latini.

Nel capitolo D64 sono trattati i disegni a blocchi.

Nel capitolo D68 sono presentati i quadrati magici e alcune loro varianti.

A02:f. contenuti su fisica matematica

A02:**f.01** Nel tomo P si è dato inizio ad esposizioni di argomenti di fisica matematica. Attualmente sono disponibili solo tre capitoli la cui redazione è tutt'altro che completa.

Il capitolo P60 è destinato a una introduzione della teoria della relatività speciale.

Nel capitolo P70 è dedicato all'esposizione delle nozioni fondamentali della meccanica quantistica.

Il capitolo P79 vuole essere l'ultimo di quelli dedicati alla meccanica quantistica e consiste in un repertorio di formule che riguardano definizioni e risultati della disciplina, accompagnati da formule concernenti nozioni della matematica che si possono considerare preliminari delle suddette, al fine di rendere il repertorio stesso più autonomo.

A02:g. contenuti concernenti teorie generali

A02:**g.00** Il tomo **T** è formato da capitoli dedicati a presentazioni di elementi di alcune teorie di portata generale alle quali risulta utile fare riferimento in vari punti delle rimanenti parti. Ciascuna teoria viene esposta con una certa autonomia senza preoccuparsi di ripetere nozioni trattate, meno ampiamente e sistematicamente, nell'ambito delle presentazioni di nozioni più rivolte a temi specifici.

A02:**g.01** I primi due dei capitoli del tomo T sono dedicati a una rassegna abbastanza sistematica delle specie di strutture algebriche che servono ai vari argomenti toccati.

Nel capitolo T15 sono trattate le strutture algebriche che si basano sopra un unico insieme terreno.

Nel successivo capitolo T16 sono invece trattate le strutture algebriche che si servono di due o più terreni.

A02:**g.02** Il capitolo T22 presenta elementi di teoria dei gruppi.

Il capitolo T23 espone alcuni elementi di teoria degli anelli.

In futuro si intendono redigere altri capitoli simili da dedicare a specie di strutture monoterreno, in particolare ai campi ed ai reticoli.

A02:**g.03** Nel capitolo T25 vengono esposti elementi di teoria dei moduli.
Questo capitolo è l'unico attualmente presente dedicato a una particolare tra le specie di struttura che si servono di due o più terreni; in futuro si intendono trattare altre specie vicine, come le algebre su un campo o su un anello.

A02:**g.04** Nel capitolo T30 sono presentati elementi della topologia generale.

A02:**g.05** Il capitolo T34 vuole costituire una introduzione degli spazi di Hilbert.

A02:**g.06** Nel capitolo T40 sono abbozzate la teoria dei sistemi di Coxeter e Tits, le caratteristiche dei gruppi di riflessioni e lo studio dei sistemi di radici che da quelli derivano.

A02:**g.07** Nel capitolo T50 sono presentati i primi elementi della teoria delle categorie.

A02:**g.08** Gli ultimi tre capitoli del tomo T sono dedicati alla visione complessiva della matematica presentata da MaTeXp accompagnandola con considerazioni su informatica, fisica e altre discipline e con riferimenti storici.

Si tratta di una visione che si collega a varie correnti di pensiero: costruttivismo, pragmatismo, fallibilismo, fisicalismo e semiotica; per queste rimandiamo alle considerazioni svolte in A01c02.

Le linee seguite da MaTeXp tengono in molto conto anche idee come le motivazioni delle scienze cognitive, l'importanza delle scelte linguistiche il peso sempre più rilevante delle sempre più pervasive tecnologie digitali, il ruolo che l'approccio scientifico e quindi la matematica in quanto risolutrice di problemi possono assumere nel contenimento del degrado ambientale.

A02:**g.09** Nelle pagine del capitolo 90 vengono esposte considerazioni di carattere generale sulle risposte che gli uomini e le comunità danno ai vari segnali che provengono loro dall'esterno e che costituiscono fonti di problemi.
Questo porta a prendere in esame alcune idee della semiotica, della linguistica e del pragmatismo e conduce alla possibilità di perseguire soluzioni razionali dei problemi.

Ampliando lo sguardo anche in senso storico si delinea lo sviluppo dei metodi scientifici e delle conoscenze che li hanno accompagnati.

A02:**g.10** Il capitolo T92 è dedicato alle caratteristiche salienti delle basi sulle quali poggia l'*esposizione*.
La matematica, innanzi tutto, viene considerata il quadro conoscitivo al quale devono fare riferimento tutte le attività computazionali.
Da questo segue l'opportunità di iniziare l'*esposizione*con entità finite e algoritmi che li riguardano. Per poter presentare enunciati generali su queste entità risulta decisamente opportuno introdurre nozioni di infinito potenziale da associare a macchine programmabili in grado di eseguire algoritmi ai quali si chiede giungano per ogni istanza a una conclusione in tempi finiti.
Queste considerazioni si ritiene opportuno basarle sopra le macchine di Turing e alle sue varianti (tra le quali si colloca l'odierno computer).
Successivamente si sente la necessità di servirsi di nozioni di portata generale le quali, quasi ineluttabilmente, devono essere formulazioni astratte riguardanti entità che devono essere introdotte mediane assiomi. Lo studio di queste entità e delle strutture che le organizzano richiede di servirsi di strumenti della logica, in particolare di procedimenti dimostrativi logicamente fondati.
In tale modo si cerca di contemperare le esigenze di chi effettua calcoli specifici con quelle di chi cerca risultati generali, ovvero risultati astratti e ottenuti con il metodo logico-deduttivo.

Dopo aver segnalato che lo scopo che qui alla matematica si assegna il ruolo di disciplina che organizza sistematicamente le attività volte a dare soluzioni di buon livello a una ampia gamma di problemi, si tratta la comunicazione delle attività algoritmiche.
Successivamente si toccano i punti critici della impostazione della matematica: l'avvio da oggetti e procedimenti finiti, modo di introdurre le diverse nozioni di infinito e la necessità pratica di introdurre astrazioni e metodo assiomatico.

A02:**g.11** Il capitolo T95 si propone di presentare alcune panoramiche cronologiche degli eventi e delle idee concernenti le discipline toccate dall'*esposizione* MaTeXp.
Attualmente è disponibile solo una presentazione cronologia dello sviluppo dei metodi scientifici e dei risultati (scoperte, invenzioni, formalizzazioni e dimostrazioni) che hanno influito, insieme a varie meditazioni filosofiche, sui metodi stessi.
La maggiore attenzione è dedicata alla matematica e secondariamente alla fisica e all'informatica con i relativi progressi tecnologici. Vengono però segnalati anche risultati in altri campi in quanto riteniamo che hanno esercitato influenze rilevanti, anche se indirette, sulle metodologie sulle quali ci concentriamo di più.

A02:h. prontuario

A02:**h.01** Il tomo caratterizzato dalla lettera F si distacca dai precedenti in quanto è dedicato a un prontuario che raccoglie definizioni, enunciati e formule che sono state considerate di maggiore interesse da parte di quanti affrontano attività di calcolo specifiche.

La selezione dei contenuti, ancora piuttosto modesti, come la successione dei capitoli e delle sezioni che li inquadrano discendono da scelte che non seguono criteri stringenti e ma che si possono considerare parzialmente casuali.

Vari paragrafi del prontuario sono più estesi di quelli usuali in quanto racolgono molte informazioni che è opportuno tenere unite. In molti di questi paragrafi sono stati inseriti, scritti in neretto, **termini enfasizzati** i quali hanno lo scopo di portare l'attenzione sopra definizioni e risultati che possono chiarire il complesso dei contenuti dei paragrafi stessi.

Nel prontuario sono presenti non poche ripetizioni e ridondanze: molti fatti sono enunciati in più punti e secondo diversi punti di vista. In effetti anche qui si è favorita la facilità del reperimento dei fatti enunciati, rinunciando al risparmio degli spazi, riducibili a dispositivi digitali.

Questo prontuario si propone di costituire una prima fonte di informazioni; per la sua efficacia quindi sono curate le informazioni di orientamento come i rinvii all'interno dell'*esposizione* della forma [*Ynnzmm*], e ai fascicoli con i vari indici [X10, X11, X12, X13].

A02:**h.02** Data la specificità dell'utilizzo delle informazioni dl prontuario, è opportuno facilitare una rapida individuazione dei contenuti di volta in volta potenzialmente utili. Per questo anche i paragrafi dl prontuario sono dotati di un titolo; molti di questi titoli contengono espressioni matematiche e si servono di abbreviazioni.

Per agevolare il reperimento dei contenuti è disponibile anche l'indice KWIC (KeyWords In Context) dei titoli delle ripartizioni e dei termini enfasizzati; questo indice costuisce la sezione F01:a.. Per il suo ordinamento lessicografico si è scelto che le formule precedano le parole leggibili.

Nel prontuario sono presenti non poche ripetizioni e ridondanze: molti fatti sono enunciati in più punti e secondo diversi punti di vista. In effetti anche qui si è favorita la facilità del reperimento dei fatti enunciati, rinunciando al risparmio degli spazi, grazie alla adozione di dispositivi digitali.

A02:**h.03** I volumi con titolo come "Mathematical tables" e "Handbook of Mathematics" tradizionalmente contengono numerose tabelle di numeri specifici (tipicamente valori interi e approssimazioni dei numeri reali assunti da funzioni in corrispondenza di progressioni aritmetiche di valori degli argomenti) e numerose espressioni che forniscono trasformate di funzioni. In seguito allo sviluppo di strumenti per il calcolo numerico (in particolare di un meccanismo con funzioni di "Calculator" che si può collocare sullo schermo di ogni computer) e in conseguenza dello sviluppo dei poderosi sistemi per il calcolo simbolico, numerico e grafico (meno a portata di mano del precedente) tutti i suddetti valori possono essere ottenuti con i suddetti prodotti software.
Inoltre molte definizioni di grandezze matematiche sono disponibili in pagine Web, in particolare negli articoli di enciclopedie in linea come MathWorld o Wikipedia.

Un prontuario di matematica, quindi, oggi può essere presentato solo come fonte di primo approccio ad alcune informazioni specifiche, idealmente alle più comunemente richieste. Il presente prontuario, quindi, si propone di presentare le informazioni corredate da citazioni di discorsi più completi e mirati nel testo MATeXp (e per questi collegamenti si dovrà curare l'uso di definizioni e di notazioni coerenti) e in altre fonti.

Per l'efficacia di questo prontuario, anch'esso in evoluzione, andranno attentamente curate la coerenza di termini e notazioni e le informazioni di orientamento costituite dai rinvii all'interno dell'*esposizione* e dai fascicoli dedicati ai vari indici [X10, X11, X12, X13, Xpe, Xpu] .

`Testi dell'`*esposizione* `in http://www.mi.imati.cnr.it/alberto/ e in http://arm.mi.imati.cnr.it/Matexp/`