STATISTICA

VERIFICA D’IPOTESI - 1

Verifica di ipotesi

Se mi sottopongo al trattamento al Genetics and IVF Institute di Fairfax in Virginia, la probabilità che nasca una femmina è 0.5 o maggiore?

Se prendo il Viagra, la probabilità di avere il mal di testa è 0.04?

La proporzione di guidatori di NY che fanno almeno un incidente in un anno è più alta di quella nazionale?

Verifica di ipotesi

Nelle ultime elezioni comunali il PD a Milano ha preso il 28.64%: l'attuale consenso è superiore?

Il dado che stiamo lanciando è equilibrato?

Il peso medio dei fustini da 45 misurini di detersivo *Tuttosplende* è conforme a quanto dichiarato?

La quantità di crosta nelle buste di grana padano grattuggiato è conforme ai limiti di legge?

Verifica di ipotesi

Nelle ultime elezioni comunali il PD a Milano ha preso il 28.64%: l'attuale consenso è superiore?

Il dado che stiamo lanciando è equilibrato?

Il peso medio dei fustini da 45 misurini di detersivo *Tuttosplende* è conforme a quanto dichiarato?

La quantità di crosta nelle buste di grana padano grattuggiato è conforme ai limiti di legge?

Verifica di ipotesi

Nelle ultime elezioni comunali il PD a Milano ha preso il 28.64%: l'attuale consenso è superiore?

Il dado che stiamo lanciando è equilibrato?

Il peso medio dei fustini da 45 misurini di detersivo *Tuttosplende* è conforme a quanto dichiarato?

La quantità di crosta nelle buste di grana padano grattuggiato è conforme ai limiti di legge?

Cerchiamo una strategia che ci permetta di confermare o smentire un'ipotesi sulla base di un campione che andremo ad osservare.

Verifica di ipotesi

$X_1, \dots, X_n$ i.i.d., $E(X_i) = \mu, Var(X_i) = \sigma^2$, con σ^2 nota.

Sia μ_0 valore di riferimento per la media μ
(es., il peso <u>*dichiarato*</u> del fustino)

$\boldsymbol{H_0}$ **ipotesi nulla, es.** $\boldsymbol{\mu = \mu_0}$

con riferimento ad una certa strategia, sulla base di un campione si decide se **rifiutare** o **non rifiutare** l'ipotesi nulla $\boldsymbol{H_0}$

Verifica di ipotesi

$X_1, \dots, X_n$ i.i.d., $E(X_i) = \mu, Var(X_i) = \sigma^2$, con σ^2 nota.

Sia μ_0 valore di riferimento per la media μ
(es., il peso *dichiarato* del fustino)

H_0 ipotesi nulla, es. $\mu = \mu_0$

con riferimento ad una certa strategia, sulla base di un campione si decide se **rifiutare** o **non rifiutare** l'ipotesi nulla H_0

	Rifiuto H_0	**Non rifiuto H_0**
E' vera H_0	Errore primo tipo	Nessun errore
E' falsa H_0	Nessun errore	Errore secondo tipo

Verifica di ipotesi

$X_1, \dots, X_n$ i.i.d., $E(X_i) = \mu, Var(X_i) = \sigma^2$, con σ^2 nota.

Sia μ_0 valore di riferimento per la media μ
(es., il peso *dichiarato*

$\boldsymbol{H_1}$ **alternativa**, es. $\boldsymbol{\mu \neq \mu_0}$

$\boldsymbol{H_0}$ **ipotesi nulla, es.** $\boldsymbol{\mu = \mu_0}$

con riferimento ad una certa strategia, sulla base di un campione si decide se **rifiutare** o **non rifiutare** l'ipotesi nulla $\boldsymbol{H_0}$

	Rifiuto H_0	**Non rifiuto H_0**
E' vera H_0	Errore primo tipo	Nessun errore
E' falsa H_0	Nessun errore	Errore secondo tipo

Verifica di ipotesi

$X_1, \ldots, X_n$ i.i.d., $E(X_i) = \mu, Var(X_i) = \sigma^2$, con σ^2 nota.

Sia μ_0 valore di riferimento per la media μ
(es., il peso *dichiarato* del fustino)

H_0 ipotesi nulla, es. $\mu = \mu_0$; H_1 alternativa, es. $\mu \neq \mu_0$

$\alpha = P(\text{rifiutare } H_0 \mid H_0$ è vera)

	Rifiuto H_0	**Non rifiuto H_0**
E' vera H_0	Errore primo tipo	Nessun errore
E' falsa H_0	Nessun errore	Errore secondo tipo

$\beta = P(\text{non rifiutare } H_0 \mid H_0$ falsa)

Verifica di ipotesi

$X_1, \ldots, X_n$ i.i.d., $E(X_i) = \mu, Var(X_i) = \sigma^2$, con σ^2 nota.

Sia μ_0 valore di riferimento per la media μ
(es., il peso *dichiarato* del fustino)

H_0 ipotesi nulla, es. $\mu = \mu_0$; H_1 alternativa, es. $\mu \neq \mu_0$

$\alpha = P(\text{rifiutare } H_0 \mid H_0$ è vera)

	Rifiuto H_0	**Non rifiuto H_0**
E' vera H_0	Errore primo tipo	Nessun errore
E' falsa H_0	Nessun errore	Errore secondo tipo

$\beta = P(\text{non rifiutare } H_0 \mid H_0$ falsa)

piccole!

Verifica di ipotesi

$X_1, \ldots, X_n$ i.i.d., $E(X_i) = \mu, Var(X_i) = \sigma^2$, con σ^2 nota.

Sia μ_0 valore di riferimento per la media μ
(es., il peso *dichiarato* del fustino)

H_0 ipotesi nulla, es. $\mu = \mu_0$; H_1 alternativa, es. $\mu \neq \mu_0$

	Rifiuto H_0	**Non rifiuto H_0**
E' vera H_0	α **Errore primo tipo**	Nessun errore
E' falsa H_0	Nessun errore	Errore secondo tipo β

Livello di significatività del test: fissato, piccolo a piacere (5%, 1%, ecc.)

Verifica di ipotesi

$X_1, \dots, X_n$ i.i.d., $E(X_i) = \mu, Var(X_i) = \sigma^2$, con σ^2 nota.

Sia μ_0 valore di riferimento per la media μ
(es., il peso *dichiarato* del fustino)

H_0 ipotesi nulla, es. $\mu = \mu_0$; H_1 alternativa, es. $\mu \neq \mu_0$

	Rifiuto H_0	**Non rifiuto H_0**
E' vera H_0	α **Errore primo tipo**	Nessun errore
E' falsa H_0	Nessun errore	Errore secondo tipo β

Livello di significatività del test: fissato, piccolo a piacere (5%, 1%, ecc.)

QUALE STRATEGIA?

Verifica di ipotesi

$X_1, \dots, X_n$ i.i.d., $E(X_i) = \mu, Var(X_i) = \sigma^2$, con σ^2 nota.

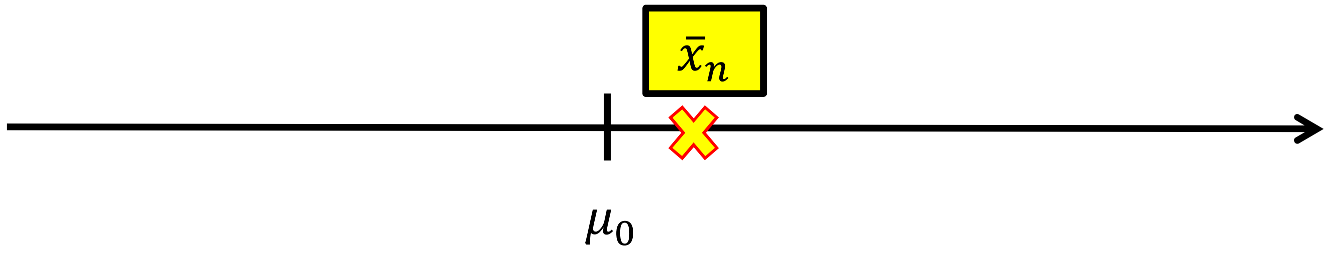
Sia μ_0 valore di riferimento per la media μ
(es., il peso *dichiarato* del fustino)

H_0 ipotesi nulla, es. $\mu = \mu_0$; H_1 alternativa, es. $\mu \neq \mu_0$

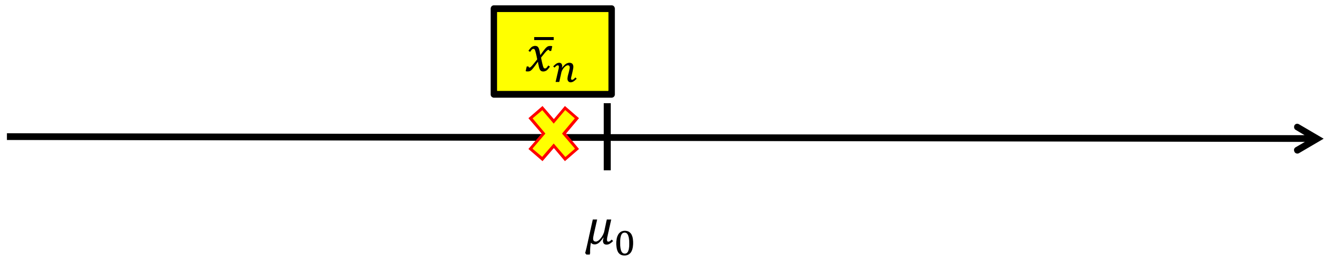
	Rifiuto H_0	**Non rifiuto H_0**
E' vera H_0	α **Errore primo tipo**	Nessun errore
E' falsa H_0	Nessun errore	Errore secondo tipo β

$\bar{X}_n$ (stimatore della media) a confronto con μ_0:
se la media campionaria è vicina a μ_0
$\Rightarrow H_0$ è credibile, allora **non posso rifiutare**

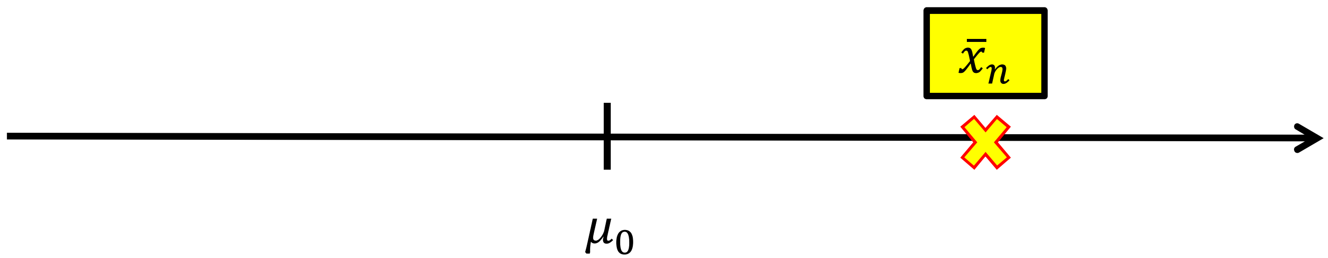
Verifica d'ipotesi



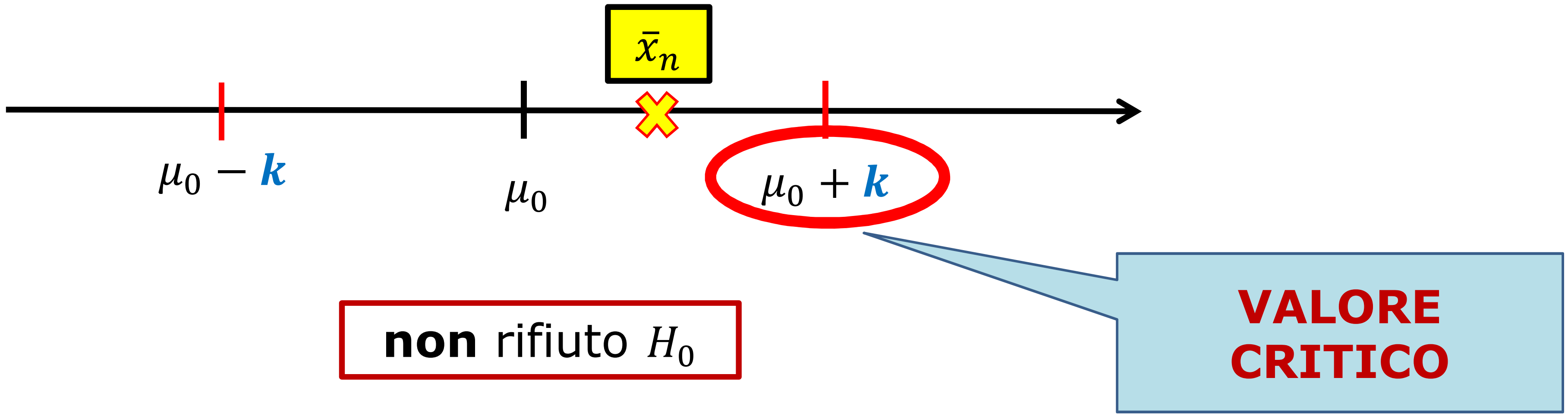
Verifica d'ipotesi



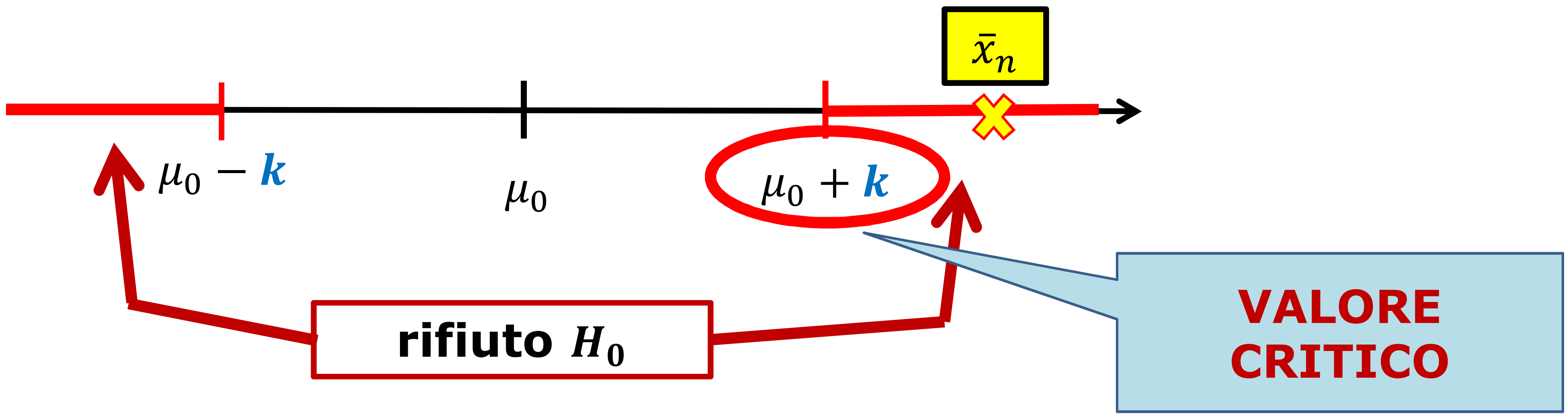
Verifica d'ipotesi



Verifica d'ipotesi

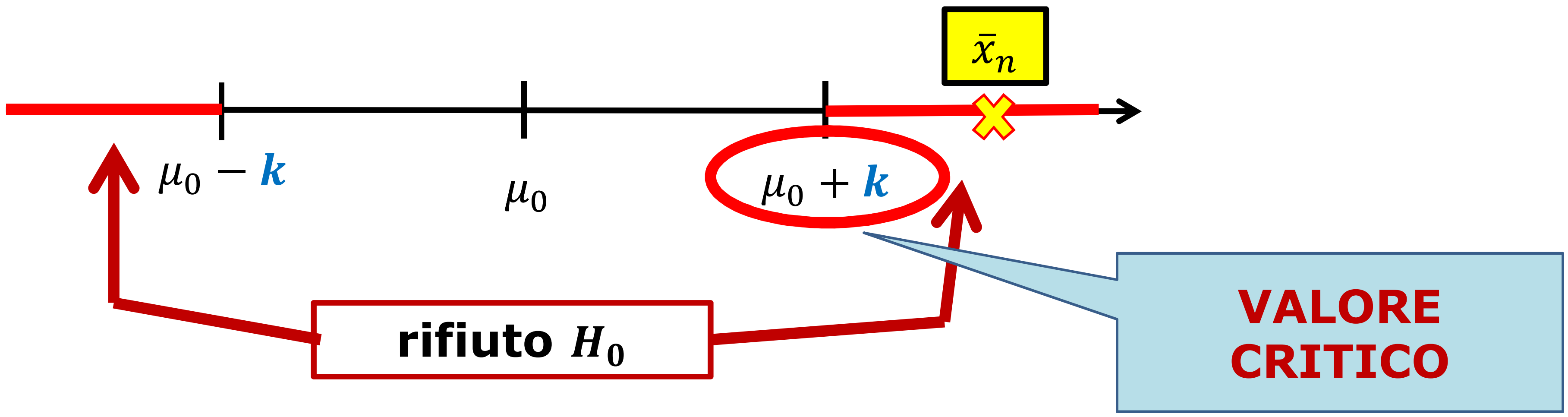


Verifica d'ipotesi



Verifica d'ipotesi

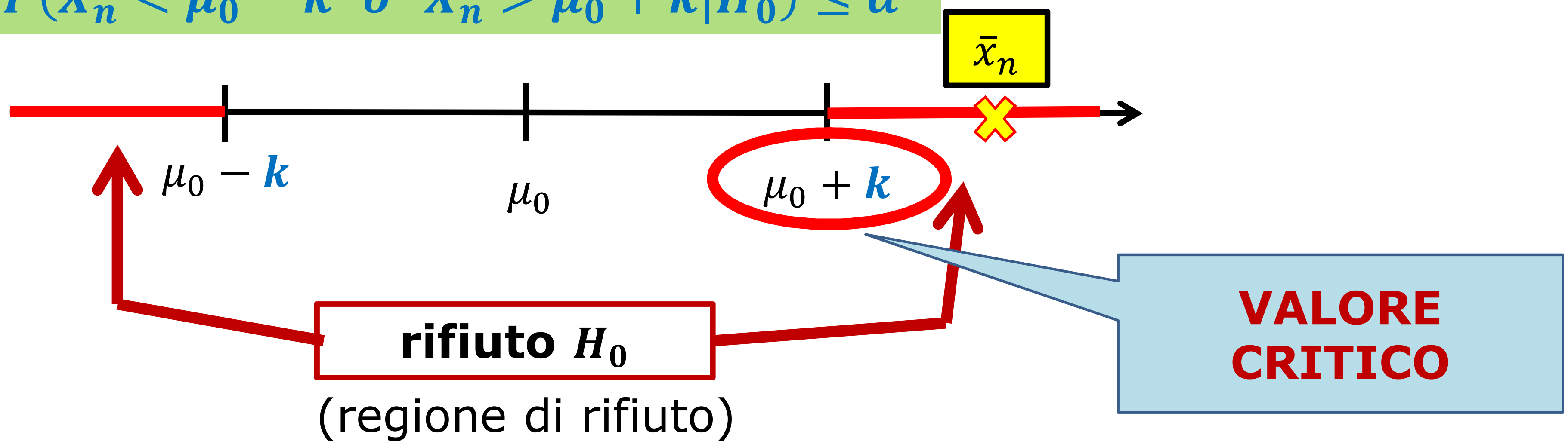
Come stabilisco $\boldsymbol{k}$? In modo che
l'errore di prima specie,
cioè **la probabilità di rifiutare $\boldsymbol{H_0}$**
quando $\boldsymbol{H_0}$ E' VERA,
sia $\leq \alpha$
il livello massimo prefissato



Verifica d'ipotesi

Come stabilisco k? In modo che
l'errore di prima specie,
cioè **la probabilità di rifiutare H_0 quando H_0 E' VERA**,
sia $\leq \alpha$
il livello massimo prefissato

$$P(\overline{X}_n < \mu_0 - k \;\; o \;\; \overline{X}_n > \mu_0 + k | H_0) \leq \alpha$$

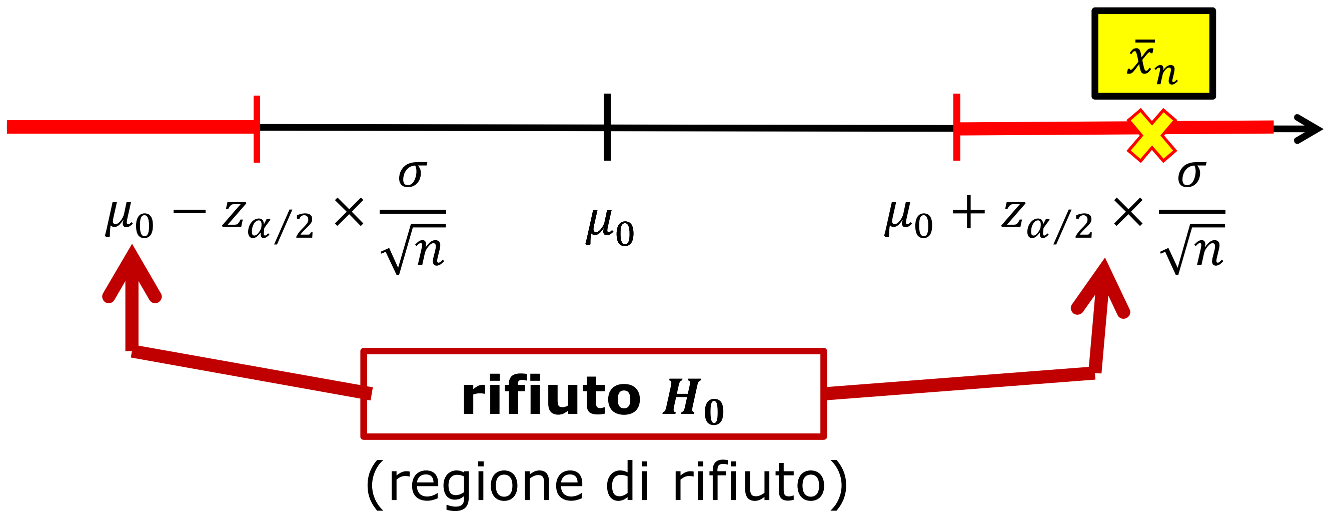


Verifica d’ipotesi con modello Gaussiano

$X_1, \dots, X_n$ i.i.d., $\boldsymbol{X_i \sim N(\mu, \sigma^2)}$, con σ^2 nota e $H_0 : \mu = \mu_0$ è vera

$$\Rightarrow \quad \bar{X}_n \sim N\left(\mu = \mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

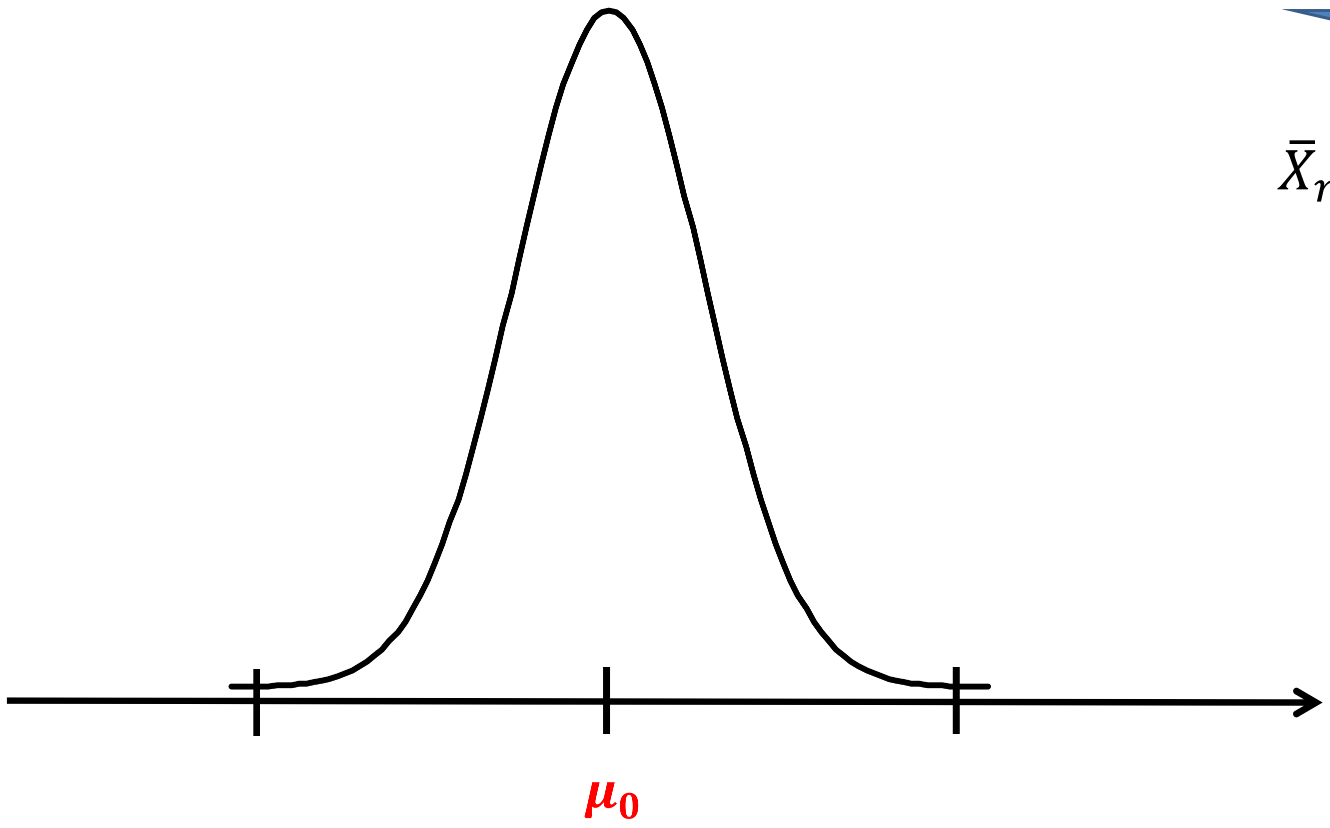
$$\Rightarrow \quad \boxed{k = z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$



Verifica d'ipotesi con modello Gaussiano

$X_1, \dots, X_n$ i.i.d., $\boldsymbol{X_i \sim N(\mu, \sigma^2)}$, con σ^2 nota e $H_0 : \mu = \mu_0$ è vera

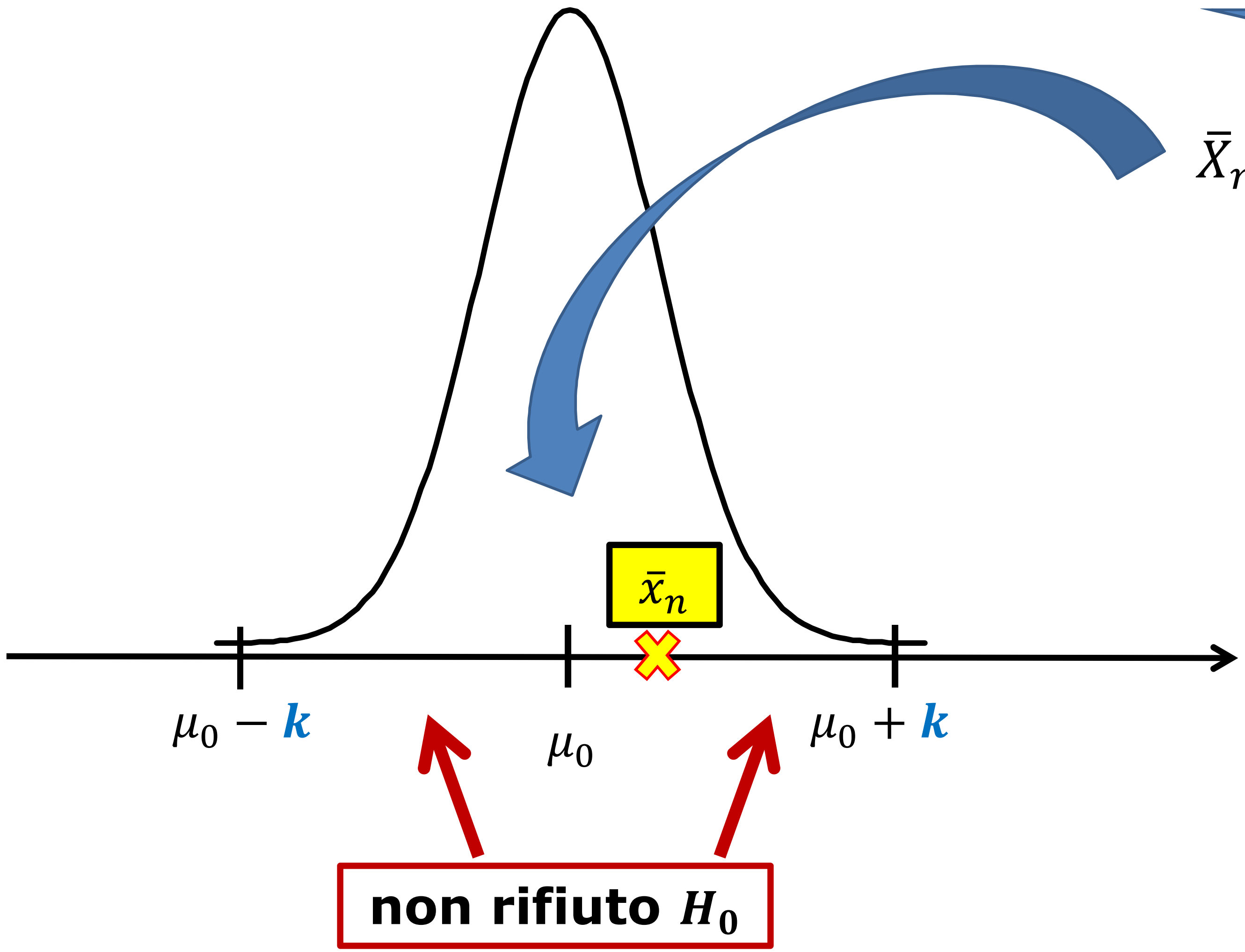
$$\bar{X}_n \sim N\left(\mu = \mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$



Verifica d'ipotesi con modello Gaussiano

$X_1, \dots, X_n$ i.i.d., $\boldsymbol{X_i \sim N(\mu, \sigma^2)}$, con σ^2 nota e $H_0: \mu = \mu_0$ è vera

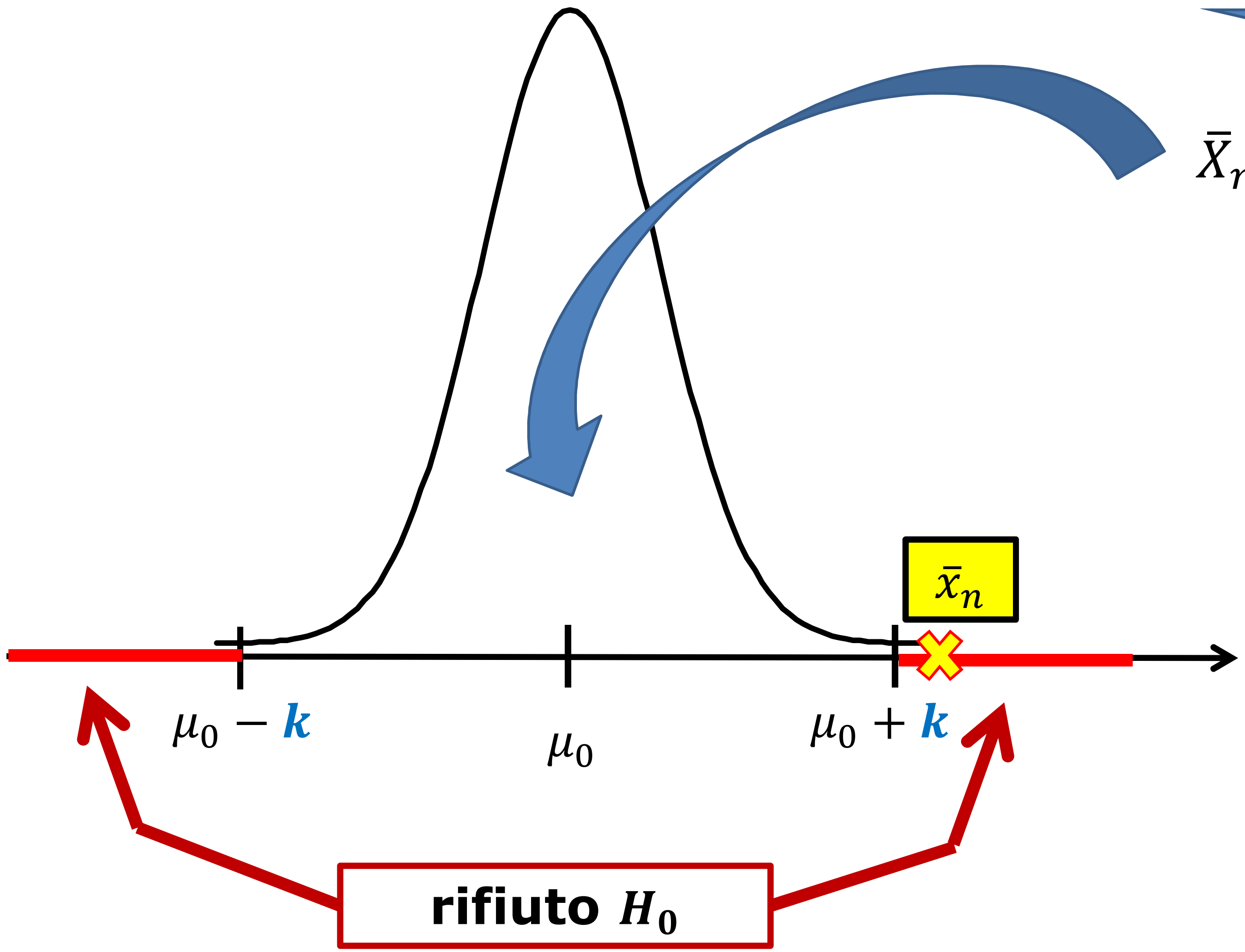
$$\bar{X}_n \sim N\left(\mu = \mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$



Verifica d'ipotesi con modello Gaussiano

$X_1, \dots, X_n$ i.i.d., $\boldsymbol{X_i \sim N(\mu, \sigma^2)}$, con σ^2 nota e $H_0: \mu = \mu_0$ è vera

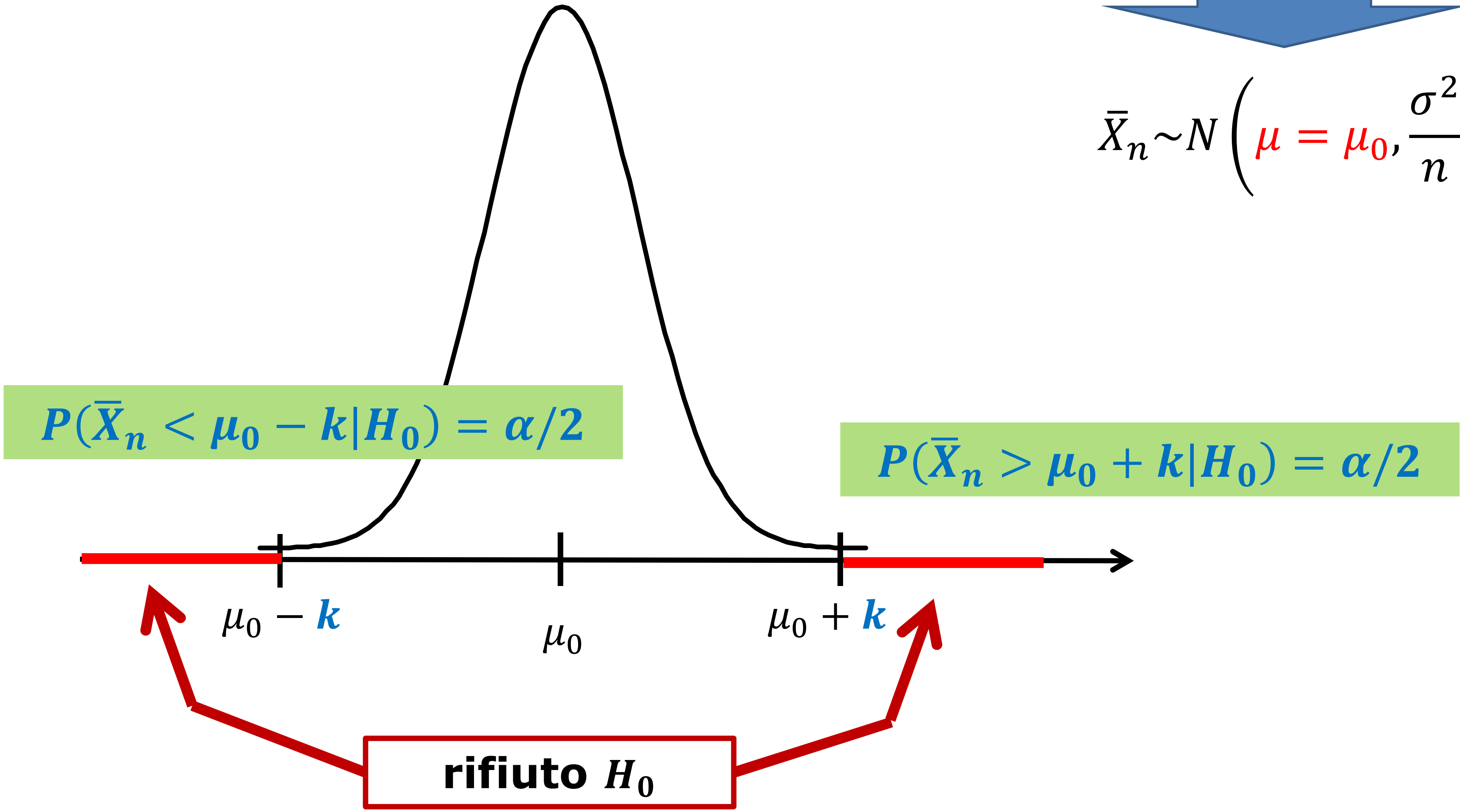
$$\bar{X}_n \sim N\left(\mu = \mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$



Verifica d'ipotesi con modello Gaussiano

$X_1, \ldots, X_n$ i.i.d., $\boldsymbol{X_i \sim N(\mu, \sigma^2)}$, con σ^2 nota e $H_0: \mu = \mu_0$ è vera

$$\bar{X}_n \sim N\left(\mu = \mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

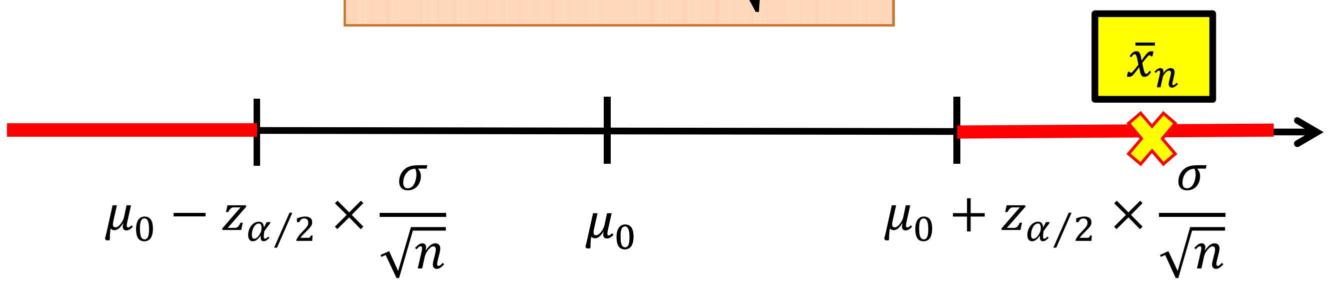


Verifica d'ipotesi con modello Gaussiano

$X_1, \ldots, X_n$ i.i.d., $\boldsymbol{X_i \sim N(\mu, \sigma^2)}$, con σ^2 nota e $H_0: \mu = \mu_0$ è vera

$$\Rightarrow \quad \bar{X}_n \sim N\left(\mu = \mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{k = z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$$



Verifica d'ipotesi con modello Gaussiano

$X_1, \dots, X_n$ i.i.d., $\boldsymbol{X_i \sim N(\mu, \sigma^2)}$, con σ^2 nota e $H_0: \mu = \mu_0$ è vera

$$\bar{X}_n \sim N\left(\mu = \mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

$$\boxed{k = z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$\boxed{\frac{\bar{X}_n - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)}$$

Verifica d'ipotesi con modello Gaussiano

$X_1, \ldots, X_n$ i.i.d., $\boldsymbol{X_i \sim N(\mu, \sigma^2)}$, con σ^2 nota e $H_0: \mu = \mu_0$ è vera

$$\bar{X}_n \sim N\left(\mu = \mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

$$\boxed{k = z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$\boxed{\frac{\bar{X}_n - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)}$$

$$\boxed{k = z_{\alpha/2}}$$

Verifica d'ipotesi con modello Gaussiano

$X_1, \dots, X_n$ i.i.d., $\boldsymbol{X_i \sim N(\mu, \sigma^2)}$, con σ^2 nota e $H_0: \mu = \mu_0$ è vera

$$\bar{X}_n \sim N\left(\mu = \mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

$$\boxed{k = z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$\boxed{\frac{\bar{X}_n - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)}$$

$$\boxed{k = z_{\alpha/2}}$$

Si rifiuta H_0 al livello di significatività α se:

$$\boxed{\left|\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right| > z_{\alpha/2}}$$

Esempi

Per un campione gaussiano di media μ incognita e varianza $\sigma^2 = 7$, verificare al livello $\alpha = 0.05$ l'ipotesi $H_0 : \mu = 3$ contro l'alternativa $H_1 : \mu \neq 3$ nei seguenti casi:

a) $n = 30, \bar{x} = 3.2$

b) $n = 30, \bar{x} = 2.2$

c) $n = 30, \bar{x} = 3.9$

d) $n = 30, \bar{x} = 4.1$

Esempi

$$\left|\frac{\bar{x}_n - \mathbf{3}}{\sqrt{7/n}}\right| > z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$$

Per un campione gaussiano di media μ incognita e varianza $\sigma^2 = 7$, verificare al livello $\alpha = 0.05$ l'ipotesi $H_0 : \mu = 3$ contro l'alternativa $H_1 : \mu \neq 3$ nei seguenti casi:

a) $n = 30, \overline{x} = 3.2$

b) $n = 30, \overline{x} = 2.2$

c) $n = 30, \overline{x} = 3.9$

d) $n = 30, \overline{x} = 4.1$

Esempi

$$\left|\frac{\bar{x}_n - \mathbf{3}}{\sqrt{7/n}}\right| > z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$$

Per un campione gaussiano di media μ incognita e varianza $\sigma^2 = 7$, verificare al livello $\alpha = 0.05$ l'ipotesi $H_0 : \mu = 3$ contro l'alternativa $H_1 : \mu \neq 3$ nei seguenti casi:

a) $n = 30, \bar{x} = 3.2 \Rightarrow \left|\frac{3.2-3}{\sqrt{7/30}}\right| = 0.41$

b) $n = 30, \bar{x} = 2.2 \Rightarrow \left|\frac{2.2-3}{\sqrt{7/30}}\right| = 1.66$

c) $n = 30, \bar{x} = 3.9 \Rightarrow \left|\frac{3.9-3}{\sqrt{7/30}}\right| = 1.86$

d) $n = 30, \bar{x} = 4.1 \Rightarrow \left|\frac{4.1-3}{\sqrt{7/30}}\right| = 2.28$

Esempi

$$\left|\frac{\bar{x}_n - \mathbf{3}}{\sqrt{7/n}}\right| > z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$$

Per un campione gaussiano di media μ incognita e varianza $\sigma^2 = 7$, verificare al livello $\alpha = 0.05$ l'ipotesi $H_0 : \mu = 3$ contro l'alternativa $H_1 : \mu \neq 3$ nei seguenti casi:

a) $n = 30, \bar{x} = 3.2 \Rightarrow \left|\frac{3.2-3}{\sqrt{7/30}}\right| = 0.41$ ⟹ non rifiuto H_0

b) $n = 30, \bar{x} = 2.2 \Rightarrow \left|\frac{2.2-3}{\sqrt{7/30}}\right| = 1.66$ ⟹ non rifiuto H_0

c) $n = 30, \bar{x} = 3.9 \Rightarrow \left|\frac{3.9-3}{\sqrt{7/30}}\right| = 1.86$ ⟹ non rifiuto H_0

d) $n = 30, \bar{x} = 4.1 \Rightarrow \left|\frac{4.1-3}{\sqrt{7/30}}\right| = 2.28$ ⟹ **rifiuto** H_0

Esempi

$$\left|\frac{\bar{x}_n - \mathbf{3}}{\sqrt{7/n}}\right| > z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$$

Per un campione gaussiano di media μ incognita e varianza $\sigma^2 = 7$, verificare al livello $\alpha = 0.05$ l'ipotesi $H_0 : \mu = 3$ contro l'alternativa $H_1 : \mu \neq 3$ nei seguenti casi:

a) $n = 10, \bar{x} = 3.2 \Rightarrow \left|\frac{3.2-3}{\sqrt{7/10}}\right| = 0.24$ ⇒ non rifiuto H_0

b) $n = 10, \bar{x} = 2.2 \Rightarrow \left|\frac{2.2-3}{\sqrt{7/10}}\right| = 0.96$ ⇒ non rifiuto H_0

c) $n = 10, \bar{x} = 3.9 \Rightarrow \left|\frac{3.9-3}{\sqrt{7/10}}\right| = 1.08$ ⇒ non rifiuto H_0

d) $n = 10, \bar{x} = 4.1 \Rightarrow \left|\frac{4.1-3}{\sqrt{7/10}}\right| = 1.31$ ⇒ **non rifiuto H_0**

pur con la stessa media!!

Esempi

$$\left|\frac{\bar{x}_n - \mathbf{3}}{\sqrt{7/n}}\right| > z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$$

Per un campione gaussiano di media μ incognita e varianza $\sigma^2 = 7$, verificare al livello $\alpha = 0.05$ l'ipotesi $H_0 \,:\, \mu = 3$ contro l'alternativa $H_1 \,:\, \mu \neq 3$ nei seguenti casi:

a) $n = 100, \bar{x} = 3.2 \Rightarrow \left|\frac{3.2-3}{\sqrt{7/100}}\right| = 0.76$ ⟹ non rifiuto H_0

b) $n = 100, \bar{x} = 2.2 \Rightarrow \left|\frac{2.2-3}{\sqrt{7/100}}\right| = 3.02$ ⟹ **rifiuto $\boldsymbol{H_0}$**

c) $n = 100, \bar{x} = 3.9 \Rightarrow \left|\frac{3.9-3}{\sqrt{7/100}}\right| = 3.40$ ⟹ **rifiuto $\mathbf{H_0}$**

d) $n = 100, \bar{x} = 4.1 \Rightarrow \left|\frac{4.1-3}{\sqrt{7/100}}\right| = 4.16$ ⟹ **rifiuto $\boldsymbol{H_0}$**

Esempi

$$\left|\frac{\bar{x}_n - \mathbf{3}}{\sqrt{7/n}}\right| > z_{\alpha/2} = \boldsymbol{z_{0.005}} = \mathbf{2.5758}$$

Per un campione gaussiano di media μ incognita e varianza $\sigma^2 = 7$, verificare al livello $\boldsymbol{\alpha = 0.01}$ l'ipotesi $H_0 : \mu = 3$ contro l'alternativa $H_1 : \mu \neq 3$ nei seguenti casi:

a) $n = 30, \bar{x} = 3.2 \Rightarrow \left|\frac{3.2-3}{\sqrt{7/30}}\right| = 0.41$ → non rifiuto H_0

b) $n = 30, \bar{x} = 2.2 \Rightarrow \left|\frac{2.2-3}{\sqrt{7/30}}\right| = 1.66$ → non rifiuto H_0

c) $n = 30, \bar{x} = 3.9 \Rightarrow \left|\frac{3.9-3}{\sqrt{7/30}}\right| = 1.86$ → non rifiuto H_0

d) $n = 30, \bar{x} = 4.1 \Rightarrow \left|\frac{4.1-3}{\sqrt{7/30}}\right| = 2.28$ → **non rifiuto** H_0

Esercizio 1

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\bar{x} = 32.2$ sec.. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che $\mu = 30$ contro l'alternativa che $\mu \neq 30$ ai livelli α =5% e $\alpha = 1$%.

Esercizio 1

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\bar{x} = 32.2$ sec.. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che $\mu = 30$ contro l'alternativa che $\mu \neq 30$ ai livelli α =5% e $\alpha = 1$%.

$(X_1, \dots, X_{40})$, i.i.d: $X_i \sim N(\mu, 1.4^2)$

$(x_1, \dots, x_{40})$ con $\bar{x}_{40} = 32.2\ sec$

Esercizio 1

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\bar{x} = 32.2$ sec.. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che $\mu = 30$ contro l'alternativa che $\mu \neq 30$ ai livelli α =5% e α = 1%.

$(X_1, \dots, X_{40})$, i.i.d: $X_i \sim N(\mu, 1.4^2)$

$H_0: \mu = 30\ sec \quad H_1: \mu \neq 30\ sec$

$(x_1, \dots, x_{40})$ con $\bar{x}_{40} = 32.2\ sec$

$$\frac{|\bar{x}_{40} - 30|}{1.4/\sqrt{40}} = \frac{|32.2 - 30|}{0.2213594} = \frac{2.2}{0.2213594} = 9.94$$

Esercizio 1

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\bar{x} = 32.2$ sec.. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che $\mu = 30$ contro l'alternativa che $\mu \neq 30$ ai livelli α =5% e $\alpha = 1$%.

$(X_1, \dots, X_{40})$, i.i.d: $X_i \sim N(\mu, 1.4^2)$

$H_0\colon \mu = 30\ sec \quad H_1\colon \mu \neq 30\ sec$

$(x_1, \dots, x_{40})$ con $\bar{x}_{40} = 32.2\ sec$

$$\frac{|\bar{x}_{40} - 30|}{1.4/\sqrt{40}} = \frac{|32.2 - 30|}{0.2213594} = \frac{2.2}{0.2213594} = 9.94$$

$$z_{0.025} = 1.9600$$

$$z_{0.005} = 2.5758$$

Esercizio 1

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\bar{x} = 32.2$ sec.. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che $\mu = 30$ contro l'alternativa che $\mu \neq 30$ ai livelli α =5% e $\alpha = 1$%.

$(X_1, \dots, X_{40})$, i.i.d: $X_i \sim N(\mu, 1.4^2)$

H_0: $\mu = 30\ sec$ $\quad H_1$: $\mu \neq 30\ sec$

$(x_1, \dots, x_{40})$ con $\bar{x}_{40} = 32.2\ sec$

$$\frac{|\bar{x}_{40} - 30|}{1.4/\sqrt{40}} = \frac{|32.2 - 30|}{0.2213594} = \frac{2.2}{0.2213594} = 9.94 > \begin{cases} z_{0.025} = 1.9600 \\ z_{0.005} = 2.5758 \end{cases}$$

rifiutiamo H_0: c'è una **forte evidenza contro** l'ipotesi nulla, cioè contro i valori dichiarati dall'autorità

Esercizio 1 - commento

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\bar{x} = 32.2$ sec.. **Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che $\mu = 30$ contro l'alternativa che $\mu \neq 30$** ai livelli α =5% e $\alpha = 1\%$.

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\bar{x} = 32.2$ sec.. **Possiamo concludere** ad un livello del 5% **che le autorità si sbagliano**? E ad un livello dell'1%?

Esercizio 1 - commento

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\bar{x} = 32.2$ sec.. **Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che $\mu = 30$ contro l'alternativa che $\mu \neq 30$** ai livelli α =5% e $\alpha = 1$%.

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\bar{x} = 32.2$ sec.. **C'è abbastanza evidenza per concludere** ad un livello del 5% **che le autorità si sbagliano**? E ad un livello dell'1%?

Esercizio 1

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\bar{x} = 32.2$ sec.. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che $\mu = 30$ contro l'alternativa che $\mu \neq 30$ ai livelli $\alpha =$5% e $\alpha =$ 1%. Quanto vale davvero la durata del rosso?

$(X_1, \dots, X_{40})$, i.i.d: $X_i \sim N(\mu, 1.4^2)$

$(x_1, \dots, x_{40})$ con $\bar{x}_{40} = 32.2\ sec$

Esercizio 1

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\bar{x} = 32.2$ sec.. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che $\mu = 30$ contro l'alternativa che $\mu \neq 30$ ai livelli $\alpha =$5% e $\alpha =$ 1%. Quanto vale davvero la durata del rosso?

$(X_1, \ldots, X_{40})$, i.i.d: $X_i \sim N(\mu, 1.4^2)$

$(x_1, \ldots, x_{40})$ con $\bar{x}_{40} = 32.2\ sec$

$$\left(\bar{X}_n - z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}, \bar{X}_n + z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}\right)$$

Esercizio 1

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\bar{x} = 32.2$ sec.. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che $\mu = 30$ contro l'alternativa che $\mu \neq 30$ ai livelli $\alpha =$5% e $\alpha =$ 1%. Quanto vale davvero la durata del rosso?

$(X_1, \dots, X_{40})$, i.i.d: $X_i \sim N(\mu, 1.4^2)$

$(x_1, \dots, x_{40})$ con $\bar{x}_{40} = 32.2\ sec$

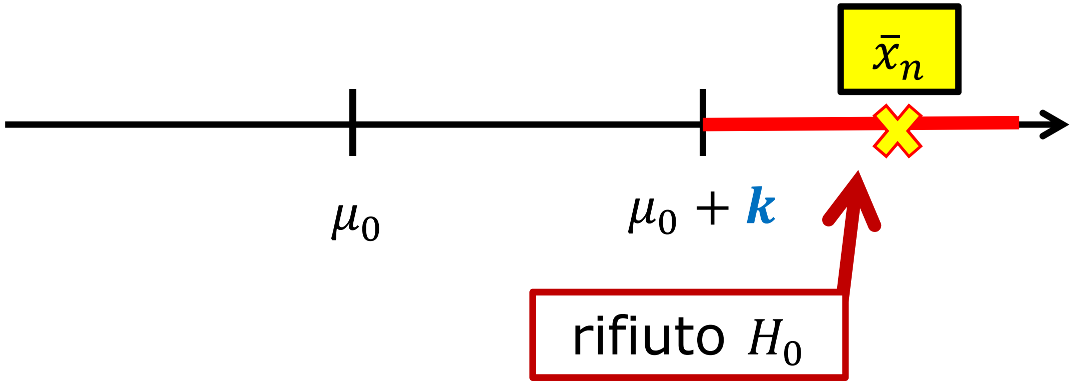
$$\left(\bar{X}_n - z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}, \bar{X}_n + z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}\right)$$

$$IC(95\%) : \bar{x}_{40} \mp z_{0.025} \times \frac{1.4}{\sqrt{40}} = \left(32.2 - 1.96 \times \frac{1.4}{\sqrt{40}}, 32.2 + 1.96 \times \frac{1.4}{\sqrt{40}}\right) =$$

$$= \mathbf{(31.77, 32.63)}$$

Verifica d'ipotesi con modello Gaussiano

$H_0 : \mu = \mu_0$, $\boldsymbol{H_1 : \mu > \mu_0}$ (test a una coda, o unilatero)

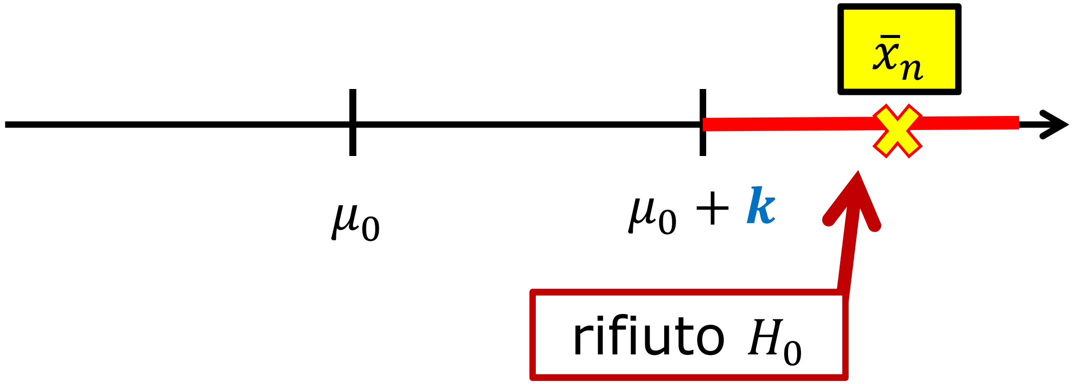


$$\boxed{\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > k = z_\alpha}$$

$$\bar{x}_n > \mu_0 + z_\alpha \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Verifica d'ipotesi con modello Gaussiano

$H_0 : \mu = 30$, $H_1 : \mu > 30$ (test a una coda, o unilatero)



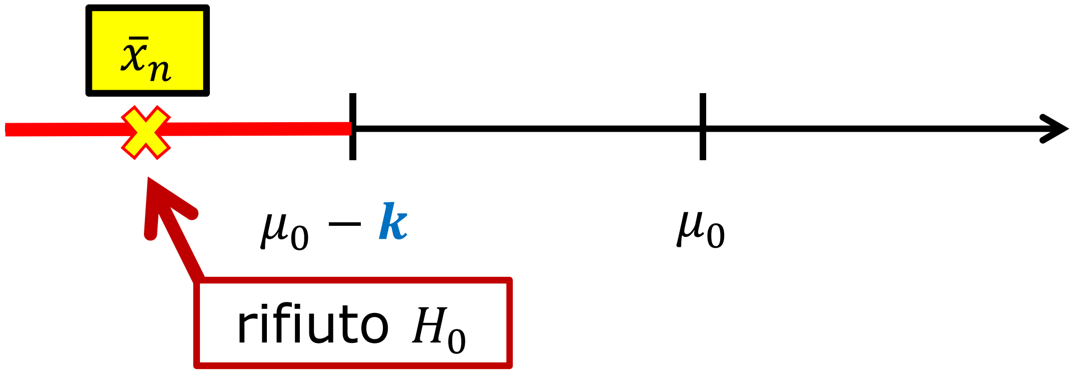
$$\boxed{\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > k = z_\alpha}$$

$$\frac{\bar{x}_{40} - 30}{1.4/\sqrt{40}} = \frac{32.2 - 30}{0.2213594} = \frac{2.2}{0.2213594} = 9.94 > \boldsymbol{z_{0.05}} = \mathbf{1.645}$$

C'è una **forte evidenza contro** l'ipotesi nulla, cioè contro i dati dichiarati dall'autorità, a favore dell'alternativa che la durata media **sia superiore** a quanto dichiarato.

Verifica d'ipotesi con modello Gaussiano

$H_0 : \mu = \mu_0$, $\boldsymbol{H_1 : \mu < \mu_0}$ (test a una coda, o unilatero)

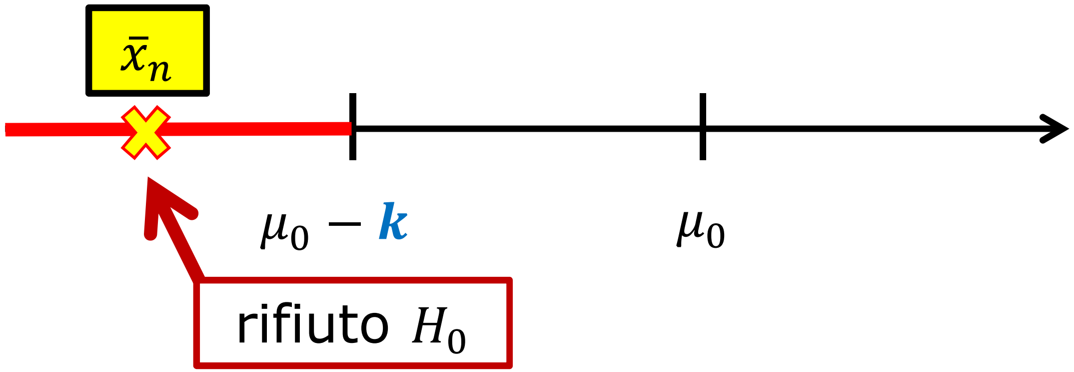


$$\boxed{\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < -k = -z_\alpha \,(< 0)}$$

$$\bar{x}_n < \mu_0 - z_\alpha \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Verifica d'ipotesi con modello Gaussiano

$H_0 : \mu = 30$, $H_1 : \mu < 30$ (test a una coda, o unilatero)



$$\boxed{\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < k_\alpha = -z_\alpha}$$

$$\bar{x}_n < \mu_0 - z_\alpha \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\frac{\bar{x}_{40} - 30}{1.4/\sqrt{40}} = \frac{32.2 - 30}{0.2213594} = \frac{2.2}{0.2213594} = 9.94 > -\boldsymbol{z_{0.05}} = -\mathbf{1.645}$$

Non si può rifiutare l'ipotesi nulla! (La media campionaria sta dall'altra parte…)

Verifica d'ipotesi: μ

$(X_1, \ldots, X_n)$ campione aleatorio $N(\mu, \sigma^2)$ σ^2 nota

H_0	H_1		
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\left\lvert \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right\rvert > z_{\alpha/2}$	
$\mu = \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} > z_{\alpha}$	$\bar{x} > \mu_0 + z_{\alpha} \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$
$\mu = \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < -z_{\alpha}$	$\bar{x} < \mu_0 - z_{\alpha} \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Verifica d'ipotesi: μ

$(X_1, \ldots, X_n)$ campione aleatorio $N(\mu, \sigma^2)$

σ^2 **non** nota $\Rightarrow$

$$s_n{}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_i (x_i - \bar{x})^2$$

H_0	H_1	
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\left\{ \begin{array}{l} \left\lvert \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right\rvert > z_{\alpha/2} \\ \left\lvert \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s_n/\sqrt{n}} \right\rvert > t(n-1)_{\alpha/2} \end{array} \right.$
$\mu = \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\left\{ \begin{array}{ll} \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} > z_\alpha & \bar{x} > \mu_0 + z_\alpha \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s_n/\sqrt{n}} > t(n-1)_{1-\alpha} & \end{array} \right.$
$\mu = \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\left\{ \begin{array}{ll} \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < -z_\alpha & \bar{x} < \mu_0 - z_\alpha \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s_n/\sqrt{n}} < -t(n-1)_\alpha \quad (= t(n-1)_\alpha) & \end{array} \right.$

Esercizio 2

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg.
Sulla base del seguente campione del contenuto di nicotina di 20 sigarette scelte a caso tra quelle prodotte da *AdS*

$$0.84, 1.07, 2.02, 2.3, 0.72, 0.85, 2.01, 1.28, 1.78, 2.39,$$
$$1.20, 2.10, 1.37, 2.05, 0.88, 1.26, 2.13, 1.91, 1.16, 0.39$$

verificare l'ipotesi nulla che il contenuto di nicotina delle *AdS* sia uguale a quello standard ad un livello di significatività del 5%.

Esercizio 2

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg.
Sulla base del seguente campione del contenuto di nicotina di 20 sigarette scelte a caso tra quelle prodotte da *AdS*

$$0.84, 1.07, 2.02, 2.3, 0.72, 0.85, 2.01, 1.28, 1.78, 2.39,$$
$$1.20, 2.10, 1.37, 2.05, 0.88, 1.26, 2.13, 1.91, 1.16, 0.39$$

verificare l'ipotesi nulla che il contenuto di nicotina delle *AdS* sia uguale a quello standard ad un livello di significatività del 5%.

H_0: $\mu = \mu_0 = 1.5\, mg$ $\quad$ $\boldsymbol{H_1}$: $\boldsymbol{\mu < 1.5\, mg}$

$$\boxed{\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\frac{s_n}{\sqrt{n}}} < -t(n-1)_{0.05}}$$

$(X_1, \dots, X_{20})$, i.i.d: $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 non nota

Esercizio 2

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg.
Sulla base del seguente campione del contenuto di nicotina di 20 sigarette scelte a caso tra quelle prodotte da *AdS*

$$0.84, 1.07, 2.02, 2.3, 0.72, 0.85, 2.01, 1.28, 1.78, 2.39,$$
$$1.20, 2.10, 1.37, 2.05, 0.88, 1.26, 2.13, 1.91, 1.16, 0.39$$

verificare l'ipotesi nulla che il contenuto di nicotina delle *AdS* sia uguale a quello standard ad un livello di significatività del 5%.

H_0: $\mu = \mu_0 = 1.5\, mg$

$\boldsymbol{H_1}$: $\boldsymbol{\mu < 1.5\, mg}$

$$\boxed{\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\frac{s_n}{\sqrt{n}}} < -t(n-1)_{0.05}}$$

$$\bar{x}_n = \frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20} x_i = \mathbf{1.48}$$

$$s_n{}^2 = \left[\frac{1}{19}\sum_{i=1}^{20} x_i{}^2\right] - \frac{20}{19} \times 1.48^2 = 0.36 \Longrightarrow s_n = \sqrt{0.36} = 0.6$$

Esercizio 2

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg.
Sulla base del seguente campione del contenuto di nicotina di 20 sigarette scelte a caso tra quelle prodotte da *AdS*

$$0.84, 1.07, 2.02, 2.3, 0.72, 0.85, 2.01, 1.28, 1.78, 2.39,$$
$$1.20, 2.10, 1.37, 2.05, 0.88, 1.26, 2.13, 1.91, 1.16, 0.39$$

verificare l'ipotesi nulla che il contenuto di nicotina delle *AdS* sia uguale a quello standard ad un livello di significatività del 5%.

$H_0: \mu = \mu_0 = 1.5\, mg$

$\boldsymbol{H_1: \mu < 1.5\, mg}$

$$\boxed{\frac{1.48 - 1.5}{\frac{0.6}{\sqrt{20}}} = -0.149}$$

$$\boxed{-t(19)_{0.05} = -1.7291}$$

$$\bar{x}_n = \frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20} x_i = \mathbf{1.48}$$

$$s_n{}^2 = \left[\frac{1}{19}\sum_{i=1}^{20} x_i{}^2\right] - \frac{20}{19} \times 1.48^2 = 0.36 \Longrightarrow s_n = \sqrt{0.36} = 0.6$$

Esercizio 2

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg.
Sulla base del seguente campione del contenuto di nicotina di 20 sigarette scelte a caso tra quelle prodotte da *AdS*

$$0.84, 1.07, 2.02, 2.3, 0.72, 0.85, 2.01, 1.28, 1.78, 2.39,$$
$$1.20, 2.10, 1.37, 2.05, 0.88, 1.26, 2.13, 1.91, 1.16, 0.39$$

verificare l'ipotesi nulla che il contenuto di nicotina delle *AdS* sia uguale a quello standard ad un livello di significatività del 5%.

$H_0: \mu = \mu_0 = 1.5\, mg$

$\boldsymbol{H_1: \mu < 1.5\, mg}$

$$\frac{1.48 - 1.5}{\frac{0.6}{\sqrt{20}}} = -0.149$$

$$-t(19)_{0.05} = -1.7291$$

non si rifiuta

$$\bar{x}_n = \frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20} x_i = \mathbf{1.48}$$

$$s_n{}^2 = \left[\frac{1}{19}\sum_{i=1}^{20} x_i{}^2\right] - \frac{20}{19} \times 1.48^2 = 0.36 \Longrightarrow s_n = \sqrt{0.36} = 0.6$$

Esercizio 2

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg.
Sulla base del seguente campione del contenuto di nicotina di 20 sigarette scelte a caso tra quelle prodotte da *AdS*

$$0.84, 1.07, 2.02, 2.3, 0.72, 0.85, 2.01, 1.28, 1.78, 2.39,$$
$$1.20, 2.10, 1.37, 2.05, 0.88, 1.26, 2.13, 1.91, 1.16, 0.39$$

verificare l'ipotesi nulla che il contenuto di nicotina delle *AdS* sia uguale a quello standard ad un livello di significatività del 5%.

H_0: $\mu = \mu_0 = 1.5\, mg$

$\boldsymbol{H_1}$: $\boldsymbol{\mu < 1.5\, mg}$

$$\bar{x}_n = \frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20} x_i = \mathbf{1.48}$$

non si rifiuta

Non c'è abbastanza evidenza per dimostrare quanto detto da *AdS.*