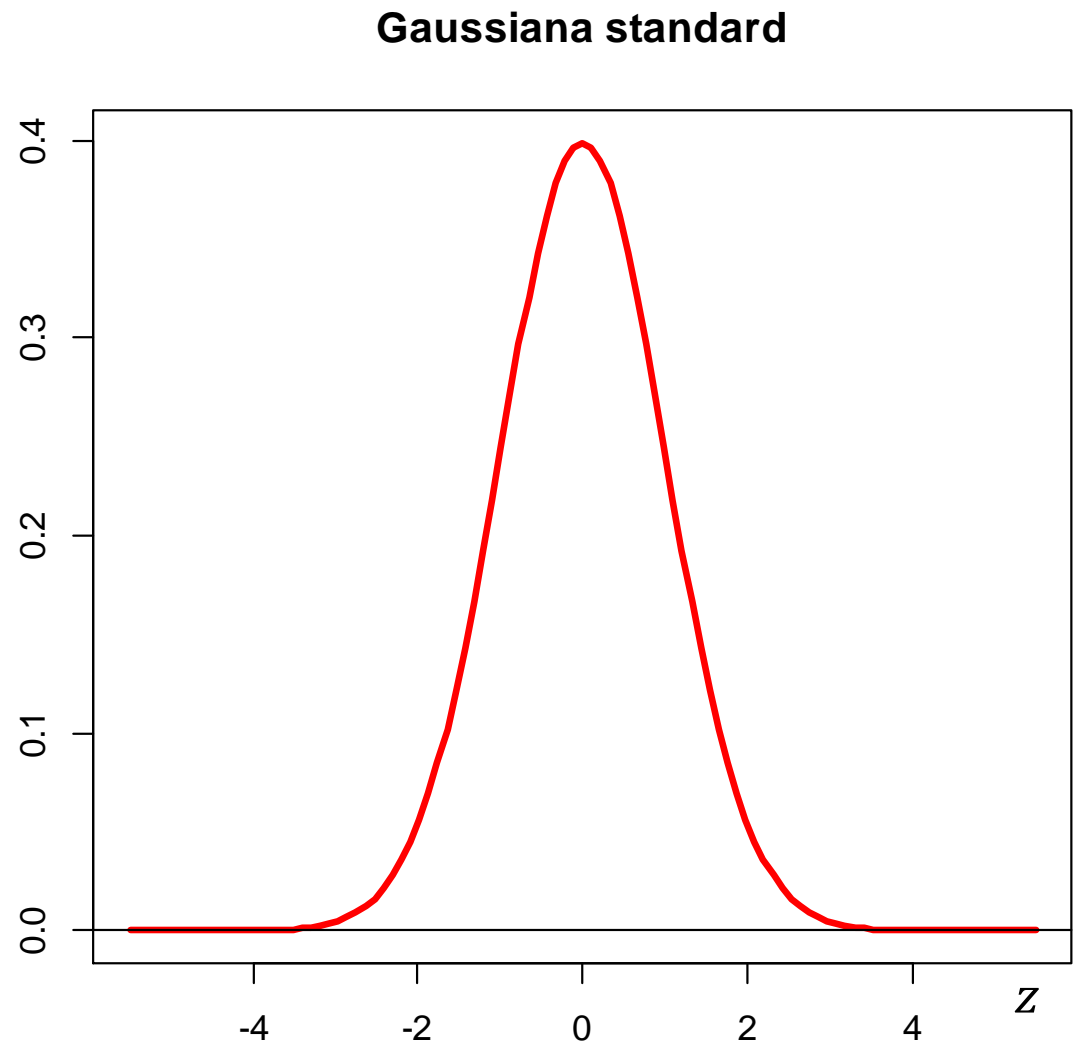


La densità Gaussiana standard

Z ha densità Gaussiana (o Normale) standard, $N(0,1)$, se

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, \quad z \in \mathbb{R}$$



La densità Gaussiana standard

Z ha densità Gaussiana (o Normale) standard, $N(0,1)$

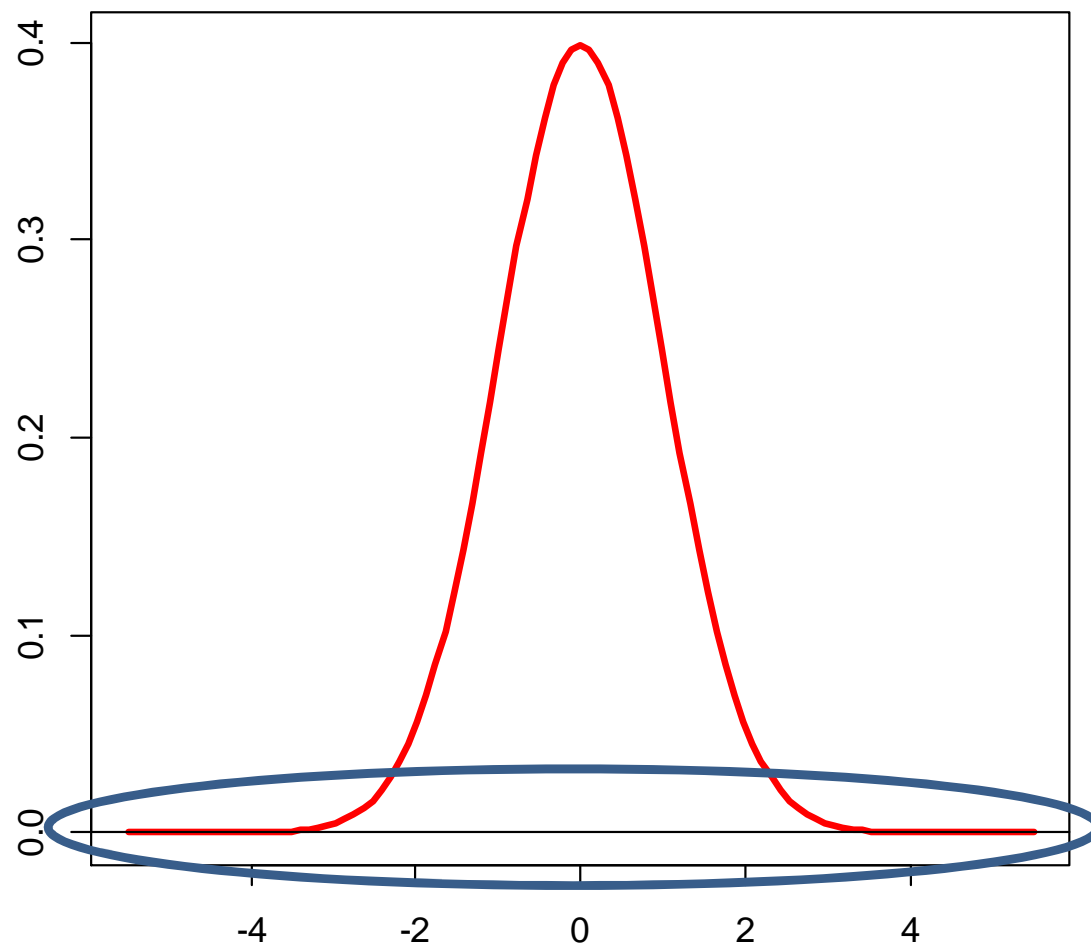
$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, \quad z \in \mathbb{R}$$

Simmetrica attorno allo 0

$$E(Z) = 0$$

$$Var(Z) = 1$$

Gaussiana standard

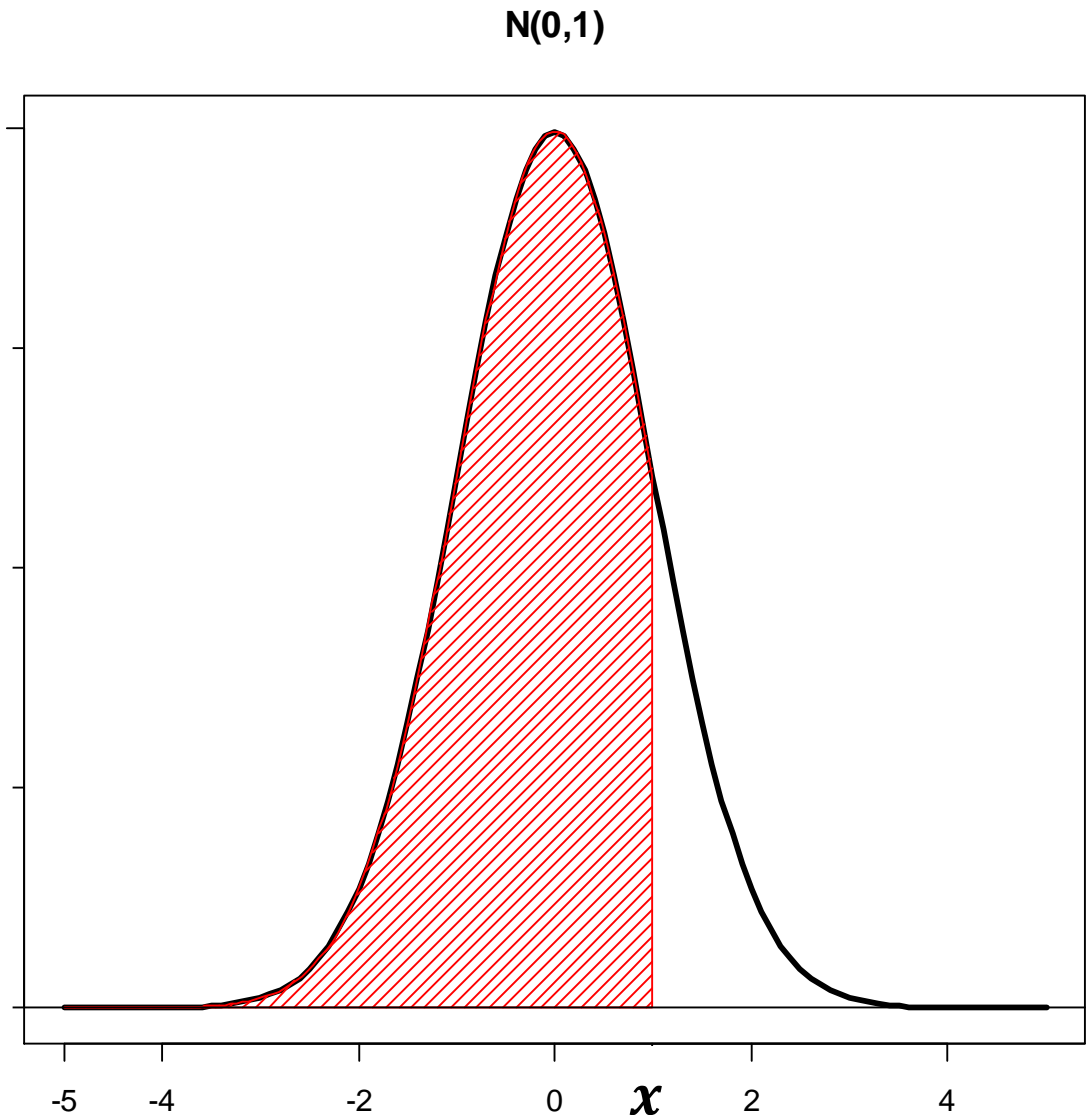


La densità Gaussiana standard

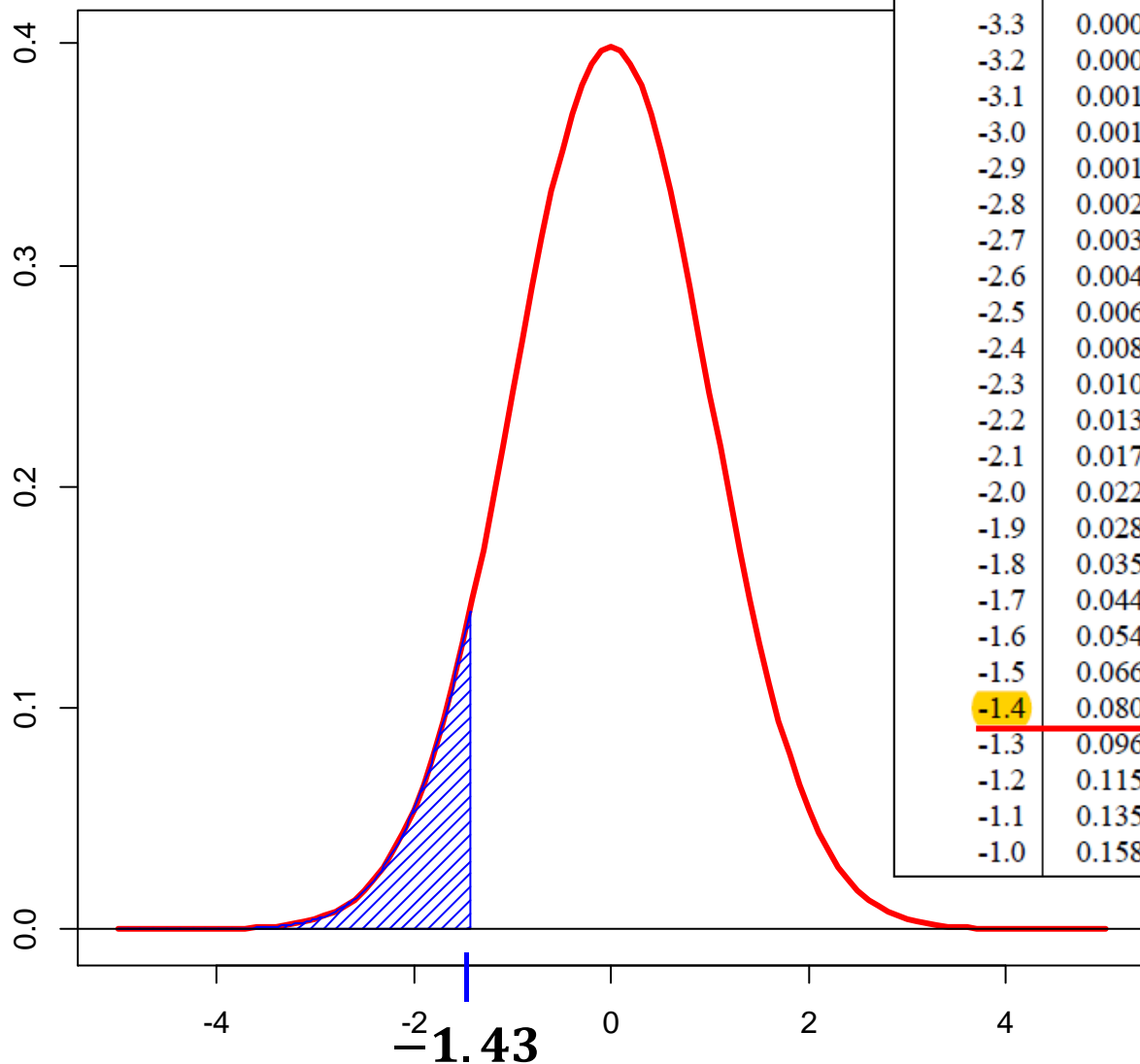
$$Z \sim N(0,1)$$

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, \quad z \in \mathbb{R}$$

$$P(Z \leq x) = \Phi(x) = \int_{-\infty}^x f(z) dz$$



La densità Gaussiana standard



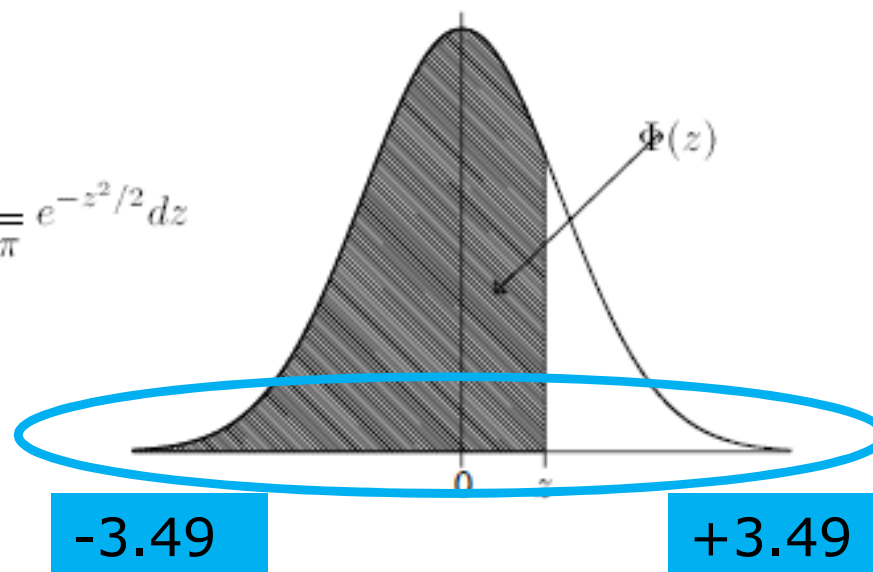
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0016
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0022
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0030
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0040
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0054
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0071
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0094
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0122
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0158
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0202
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0256
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0322
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0401
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0495
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0632	0.0618	0.0606	0.0606
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0735
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0885
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1056
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1251
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1469

$$P(Z \leq -1.43) = 0.0764$$

La densità Gaussiana standard

Tavola 1: Funzione di ripartizione della Variabile Casuale Normale Standardizzata

$$\Phi(z) = P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} dz$$



$$P(Z < -3.49) \leq 0.0002$$

-3.49

+3.49

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014

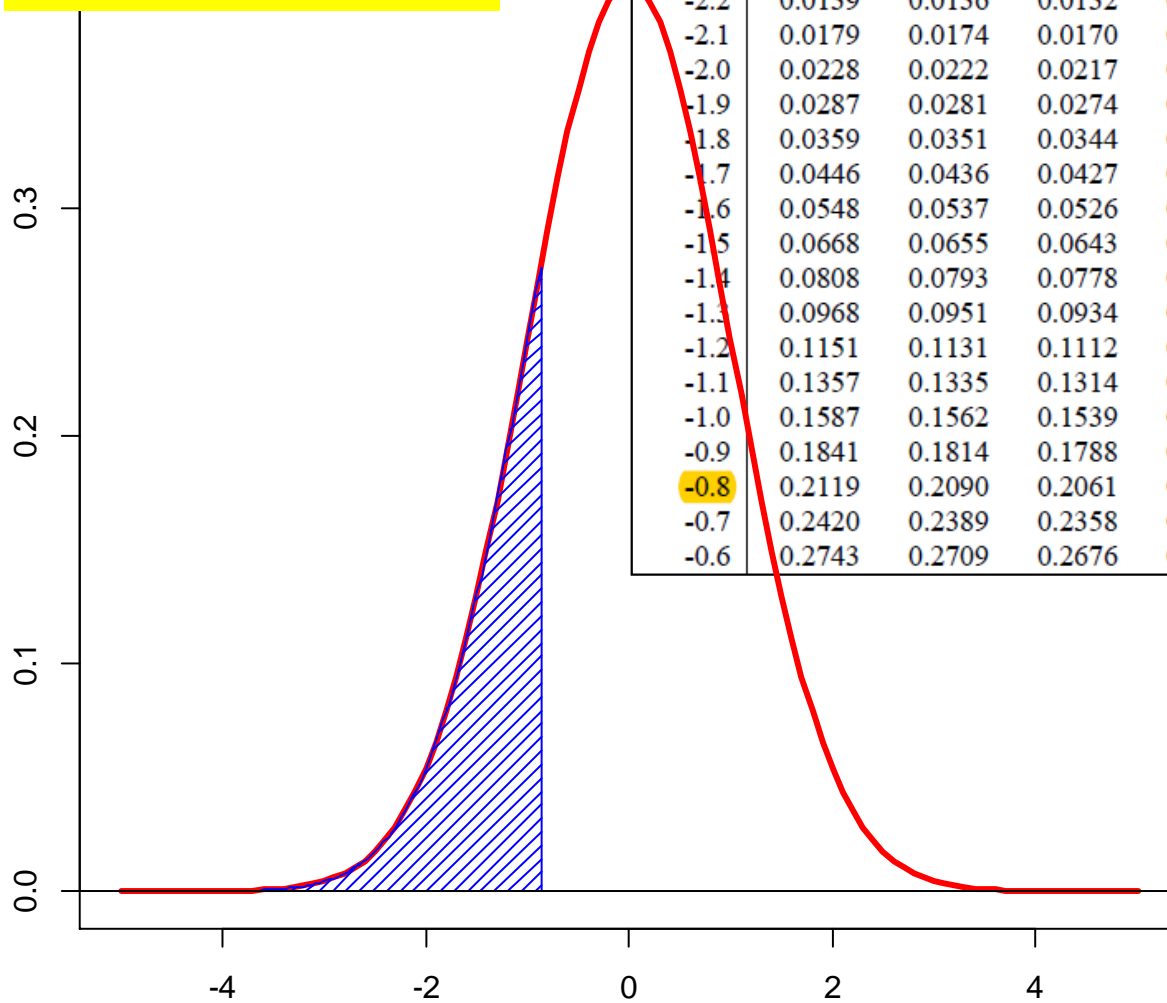
La densità Gaussiana standard

Tavola 1 (segue): Funzione di ripartizione della Variabile Casuale Normale Standardizzata

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

$$P(Z \leq 3.49) = 0.9998 \Rightarrow P(Z > 3.49) < 0.0002$$

$$P(Z \leq -0.87)$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0020
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0027
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0037
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0049
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0066
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0087
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0113
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0146
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0188
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0239
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0301
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0375
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0465
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0571
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0694
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0838
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.1003
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1190
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1401
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1635
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1894
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2177
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2483

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0020
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0027
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0037
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0049
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0066
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0087
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0113
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0146
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0188
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0239
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0301
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0375
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0465
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0571
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0694
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0838
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.1003
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1190
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1401
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1635
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1894
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2177
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2483
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2810
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3156
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3520
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3897
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4286
-0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4681

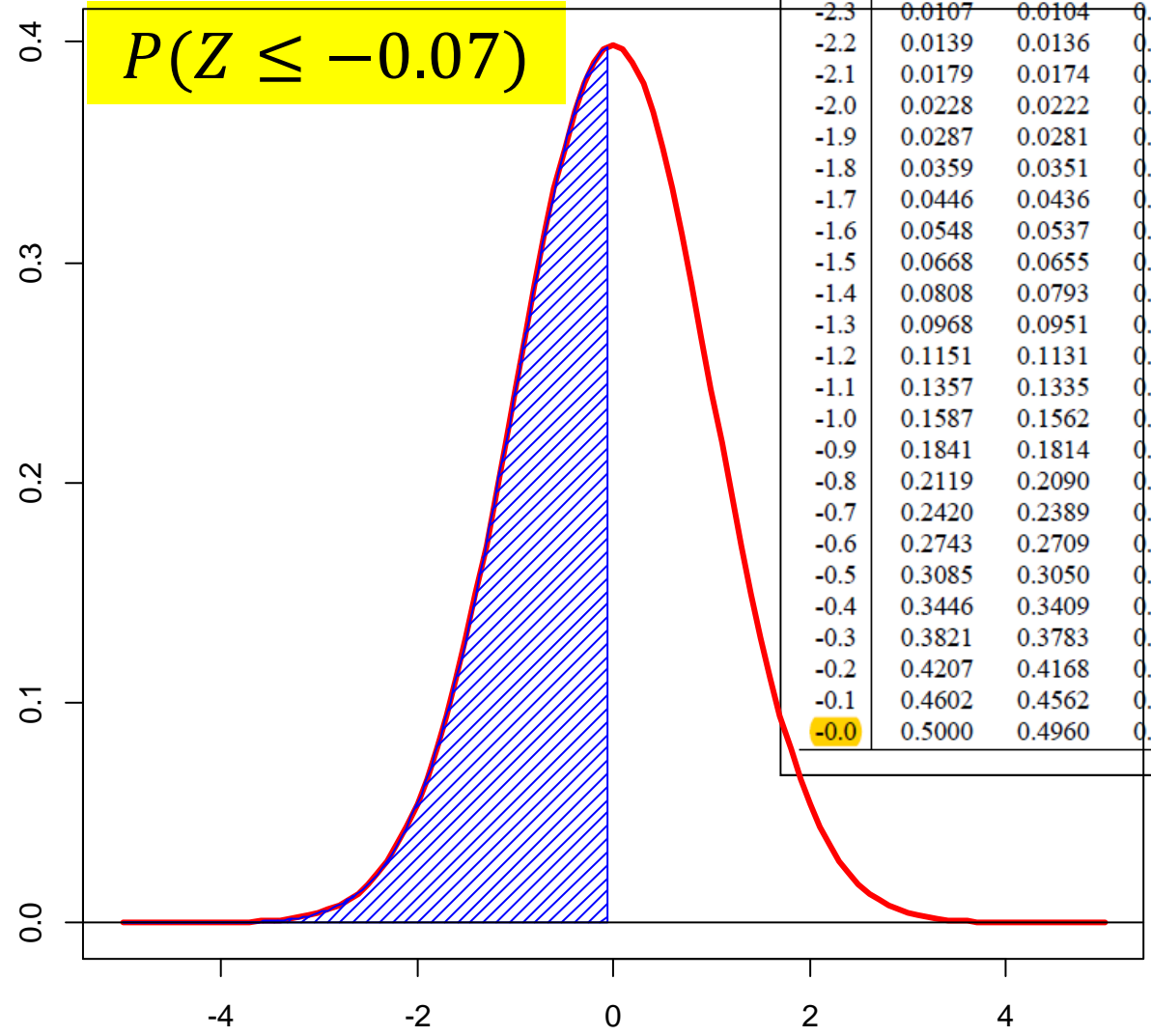


Tavola I (segue): Funzione di ripartizione della Variabile Casuale Normale Standardizzata

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7421	0.7453	0.7484	0.7515	0.7546
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7733	0.7763	0.7792	0.7821	0.7850
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8079	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8314	0.8339	0.8364	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8530	0.8552	0.8574	0.8596	0.8617
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8769	0.8788	0.8807	0.8826
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8943	0.8961	0.8978	0.8995	0.9012
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9098	0.9113	0.9129	0.9144	0.9159	0.9174
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9293	0.9307	0.9320
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9417	0.9428	0.9438
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9494	0.9504	0.9514	0.9523	0.9532	0.9541

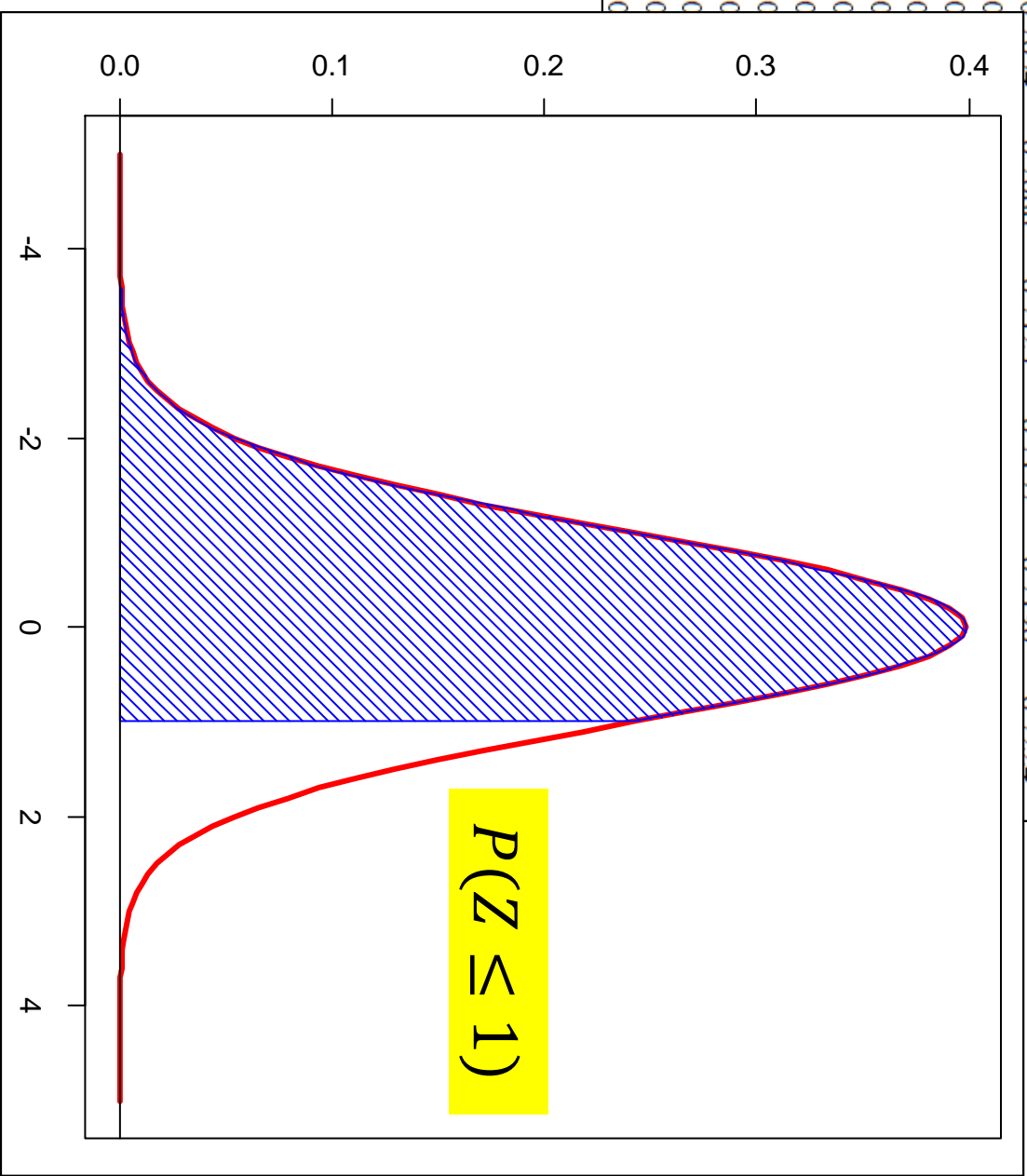
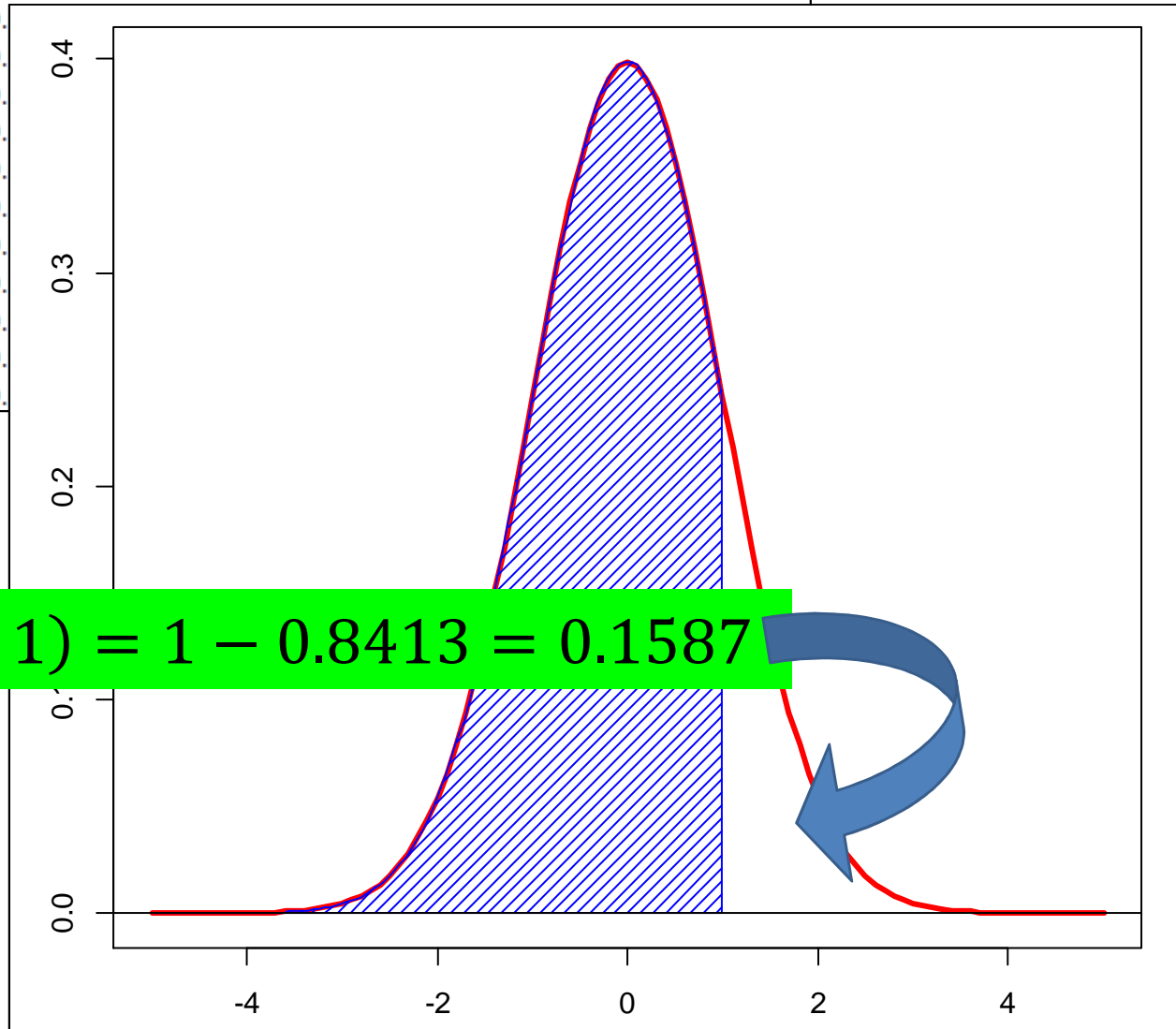
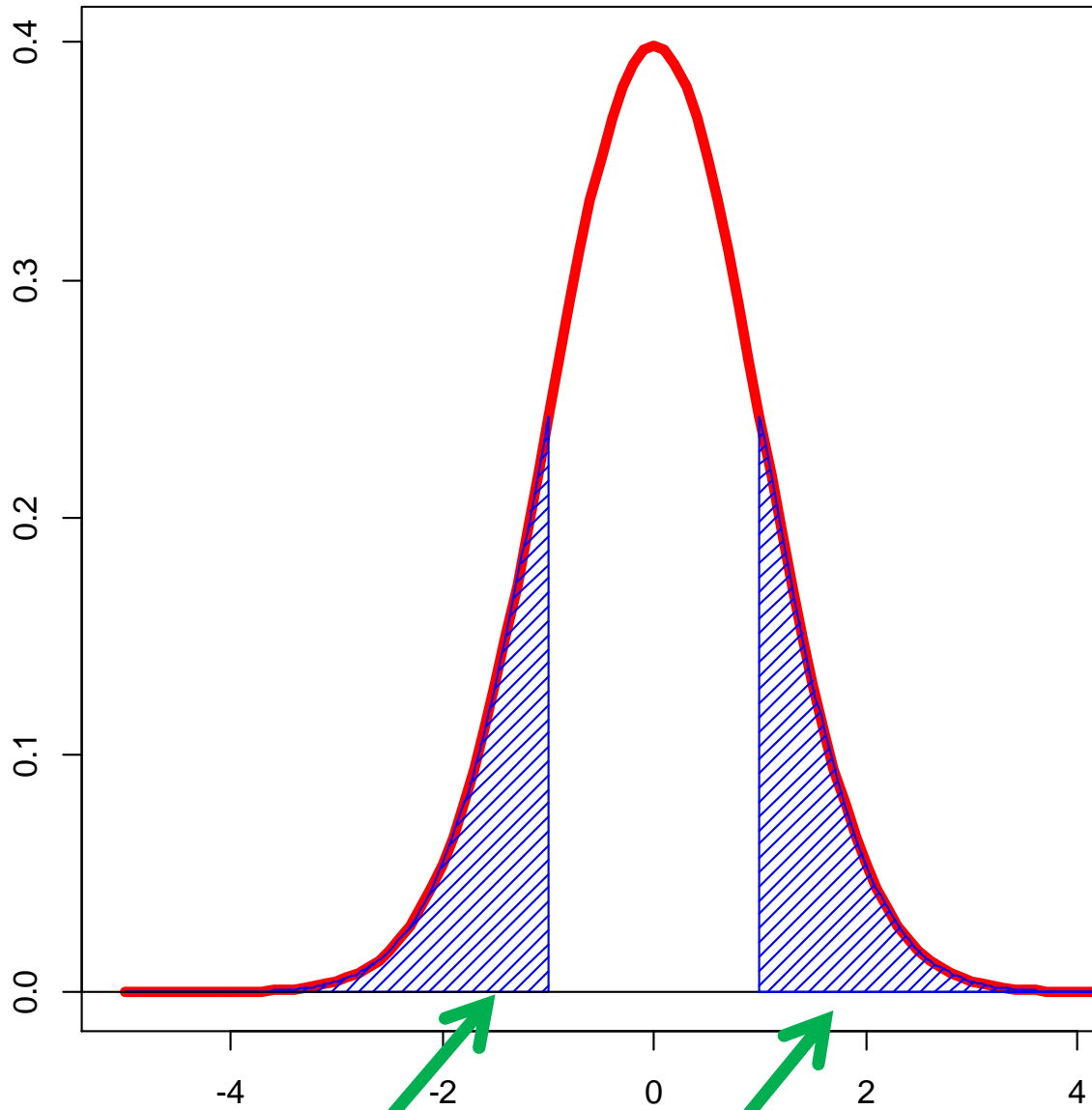


Tavola 1 (segue): Funzione di ripartizione della Variabile Casuale Normale Standardizzata

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7421	0.7453	0.7484	0.7515	0.7546
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7824	0.7854
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8079	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8290	0.8315	0.8341	0.8366	0.8391
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8530	0.8552	0.8574	0.8596	0.8617
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8750	0.8770	0.8791	0.8811	0.8831
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8926	0.8945	0.8963	0.8981	0.8999	0.9017
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9417	0.9428	0.9438
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9494	0.9504	0.9514	0.9524	0.9534	0.9544



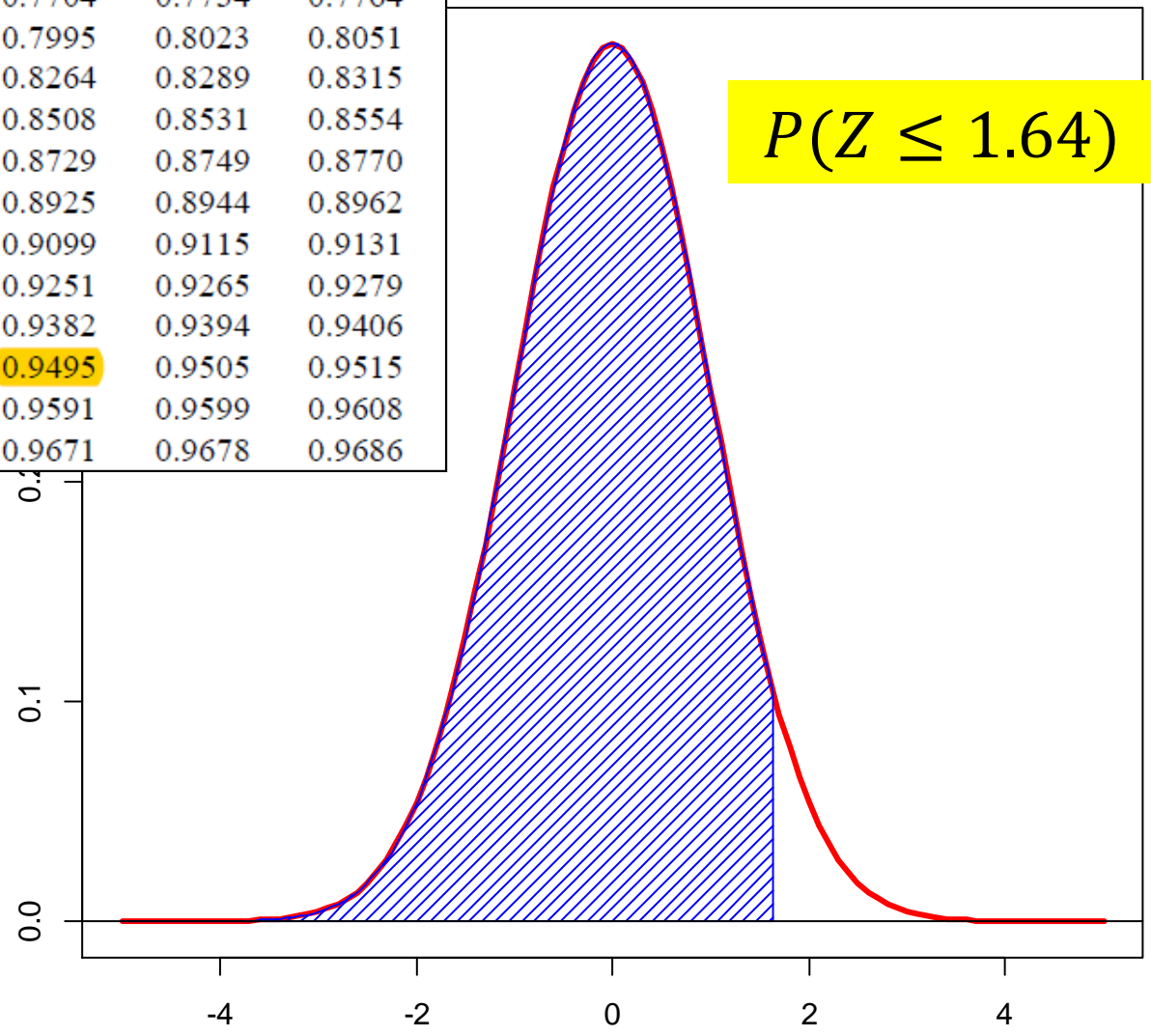
$$P(Z > 1) = 1 - P(Z \leq 1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$$



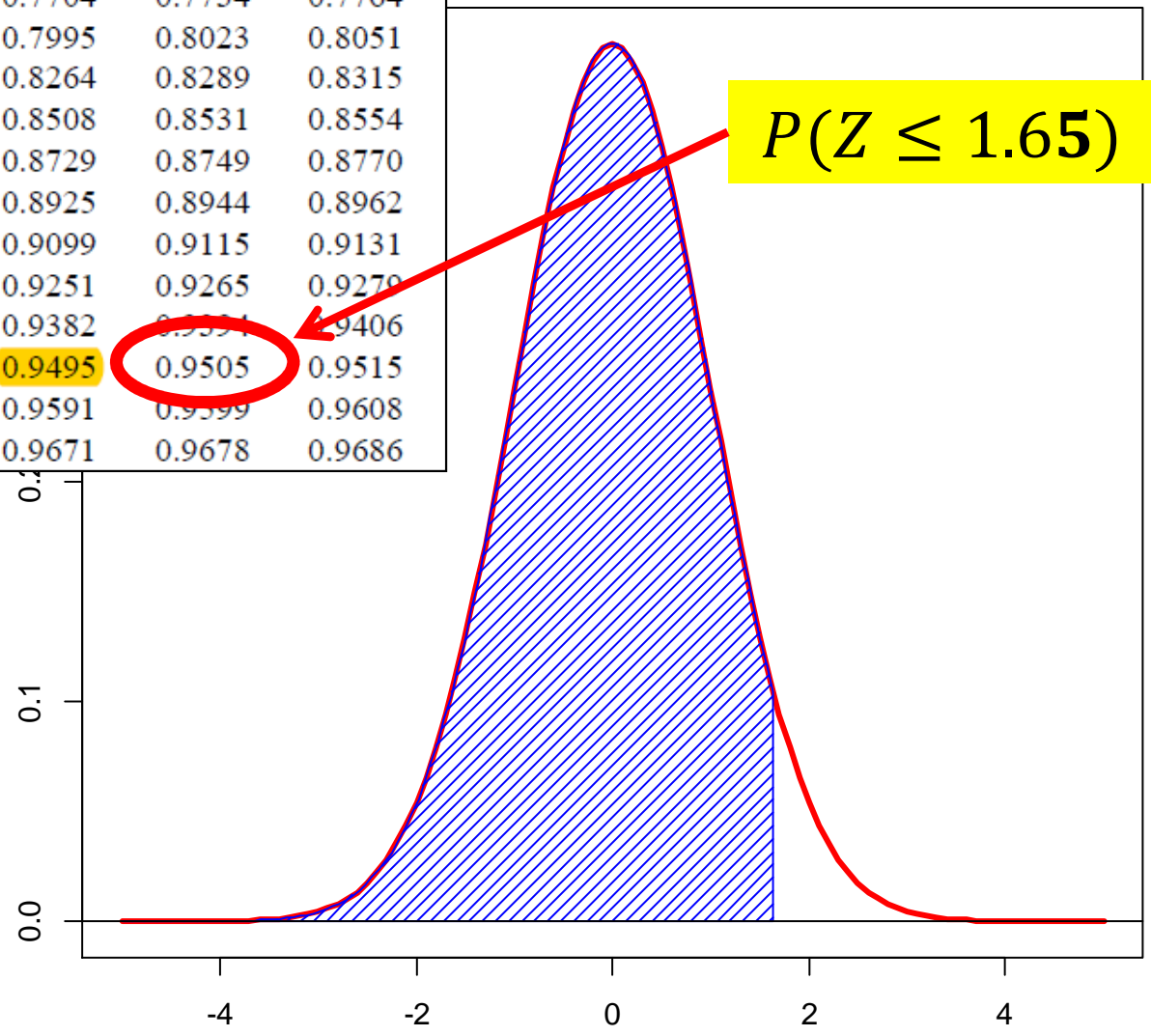
z	0.00	0.01	0.02	0.03
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762

$P(Z < -1) = P(Z > 1) = 0.1587$

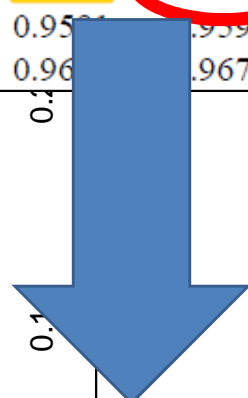
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686



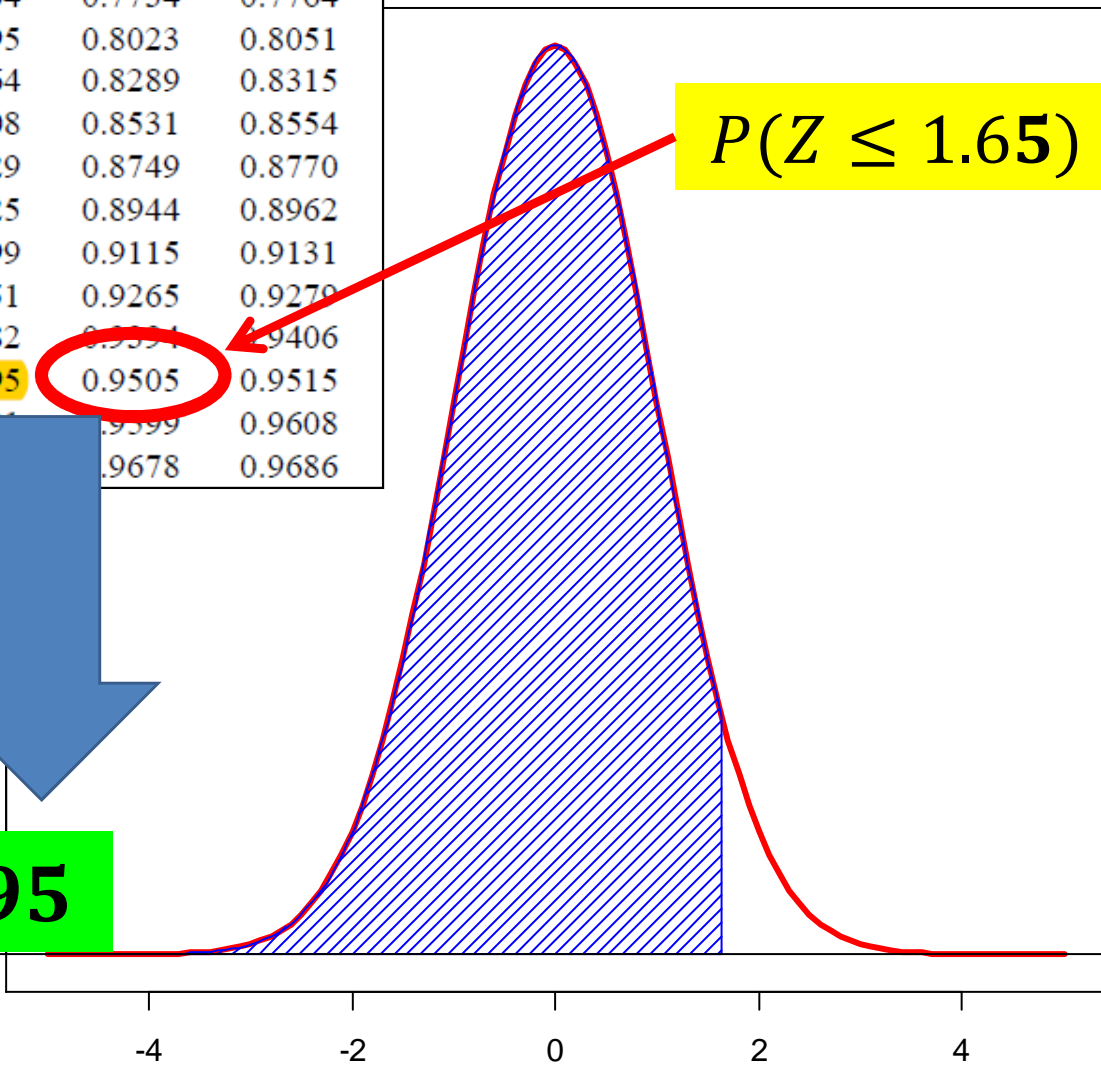
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686



$P(Z \leq 1.645) \approx 0.95$



$P(Z \leq 1.65)$



Esercizio

$$\Phi(-1) = P(Z \leq -1) = ?$$

$$\Phi(1.2) = P(Z \leq 1.2) = ?$$

$$\Phi(-1.3) = P(Z \leq -1.3) = ?$$

$$\Phi(1.35) = P(Z \leq 1.35) = ?$$

$$\Phi(-2.17) = P(Z \leq -2.17) = ?$$

$$\Phi(3.07) = P(Z \leq 3.07) = ?$$

$$P(Z > 1.5) = ?$$

$$P(Z > 1.96) = ?$$

$$P(Z \geq 1.5) = ?$$

$$P(Z < -2.5) = ?$$

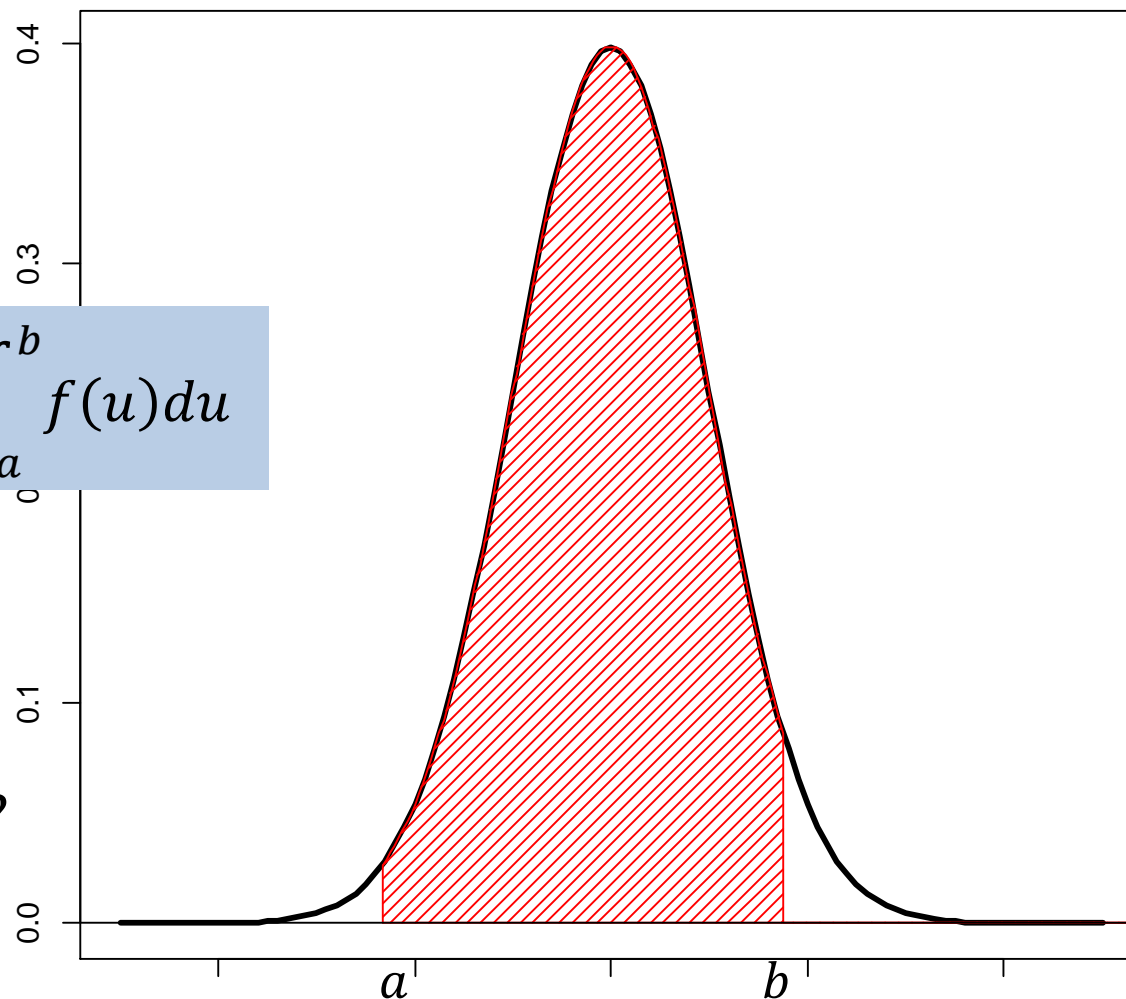
La densità Gaussiana standard

$$Z \sim N(0,1)$$

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, \quad z \in \mathbb{R}$$

$$P(a < Z \leq b) = \Phi(b) - \Phi(a) = \int_a^b f(u) du$$

$$\begin{aligned} P(-2.17 < Z \leq 1.3) &= \\ &= \Phi(1.3) - \Phi(-2.17) = ?? \end{aligned}$$



La densità Gaussiana standard

$$Z \sim N(0,1)$$

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, \quad z \in \mathbb{R}$$

$$E(Z) = 0$$

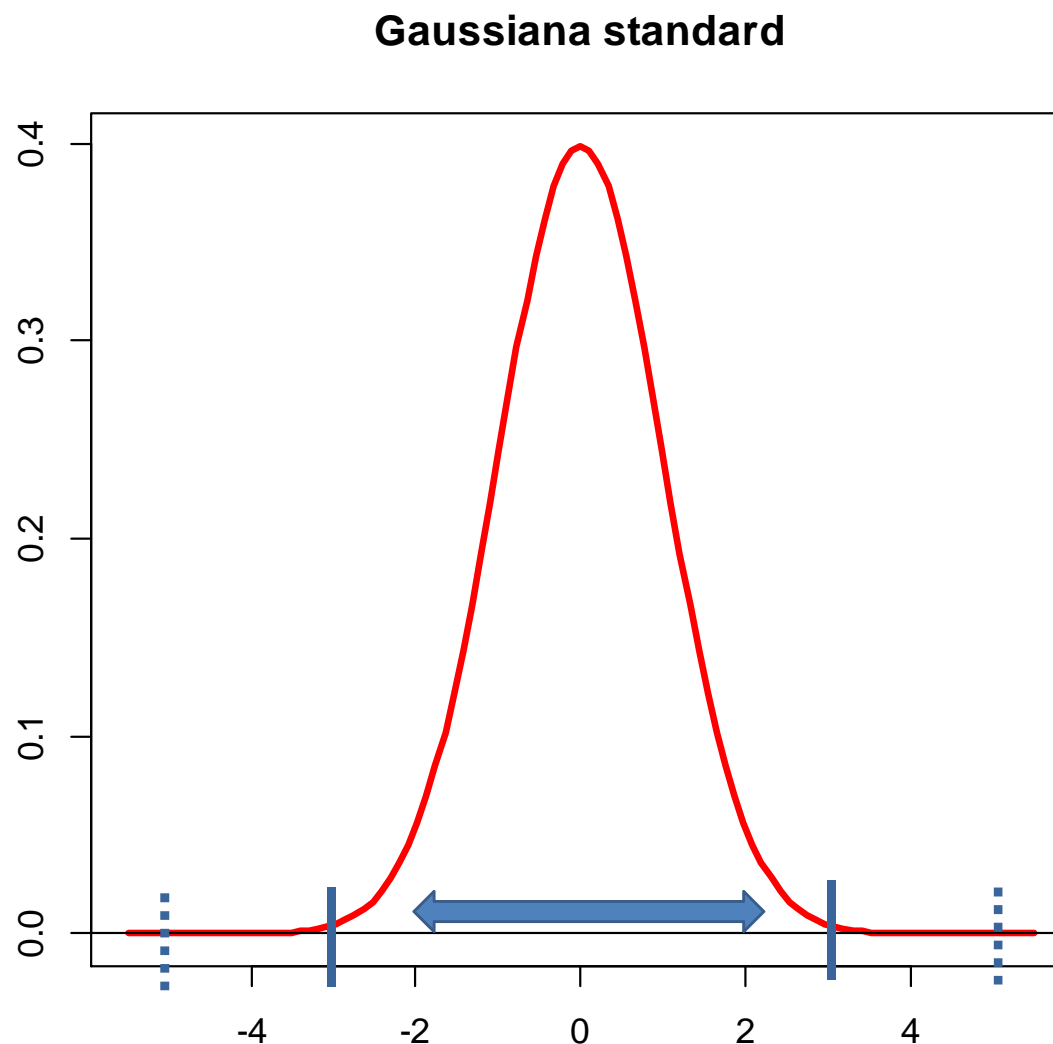
$$\text{Var}(Z) = 1$$

$$P(-2 < Z < 2) = 0.9544$$

"range di normalità" ($\sigma = 1$)

$$P(-3 < Z < 3) = 0.9974$$

$$P(-5 < Z < 5) = 0.9999994$$



La densità Gaussiana

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

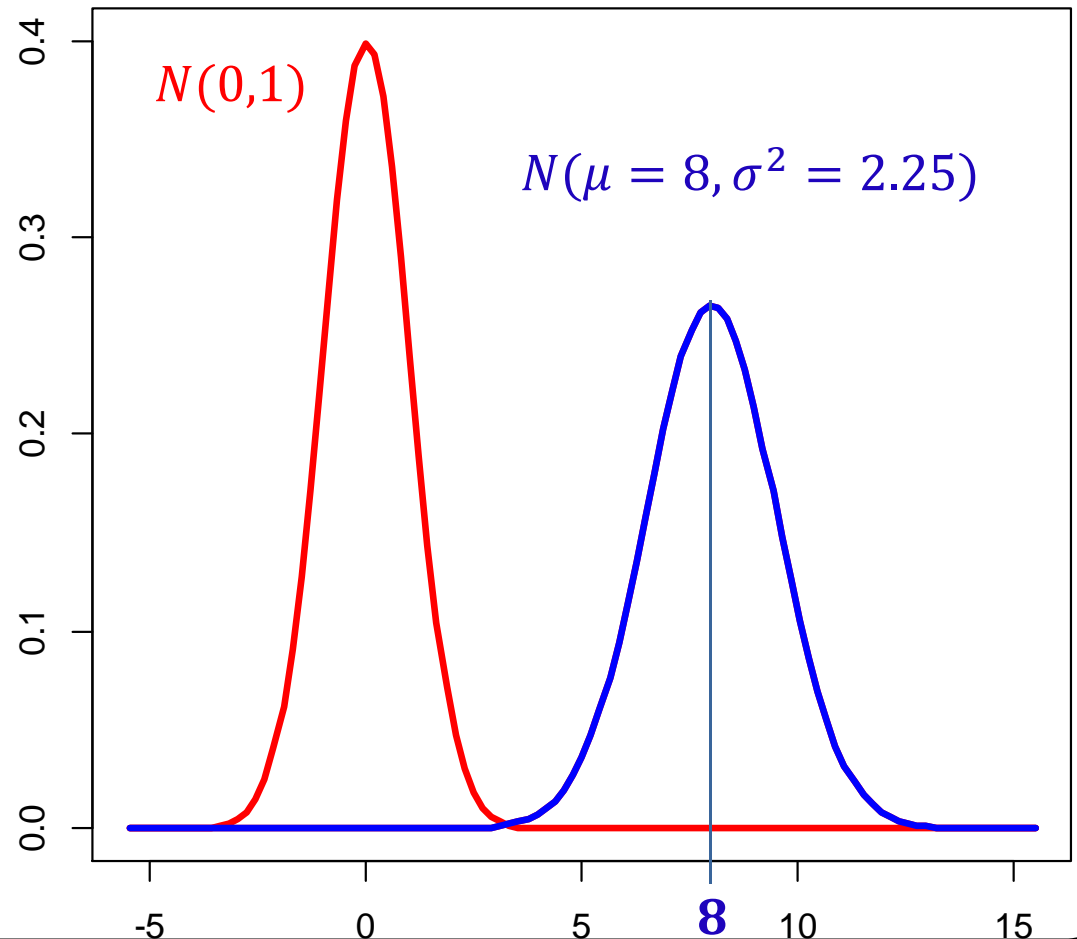
$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad u \in \mathbb{R}$$

$$E(X) = \mu$$

$$\text{Var}(X) = \sigma^2$$

Gaussiana

Simmetrica attorno a μ



La densità Gaussiana

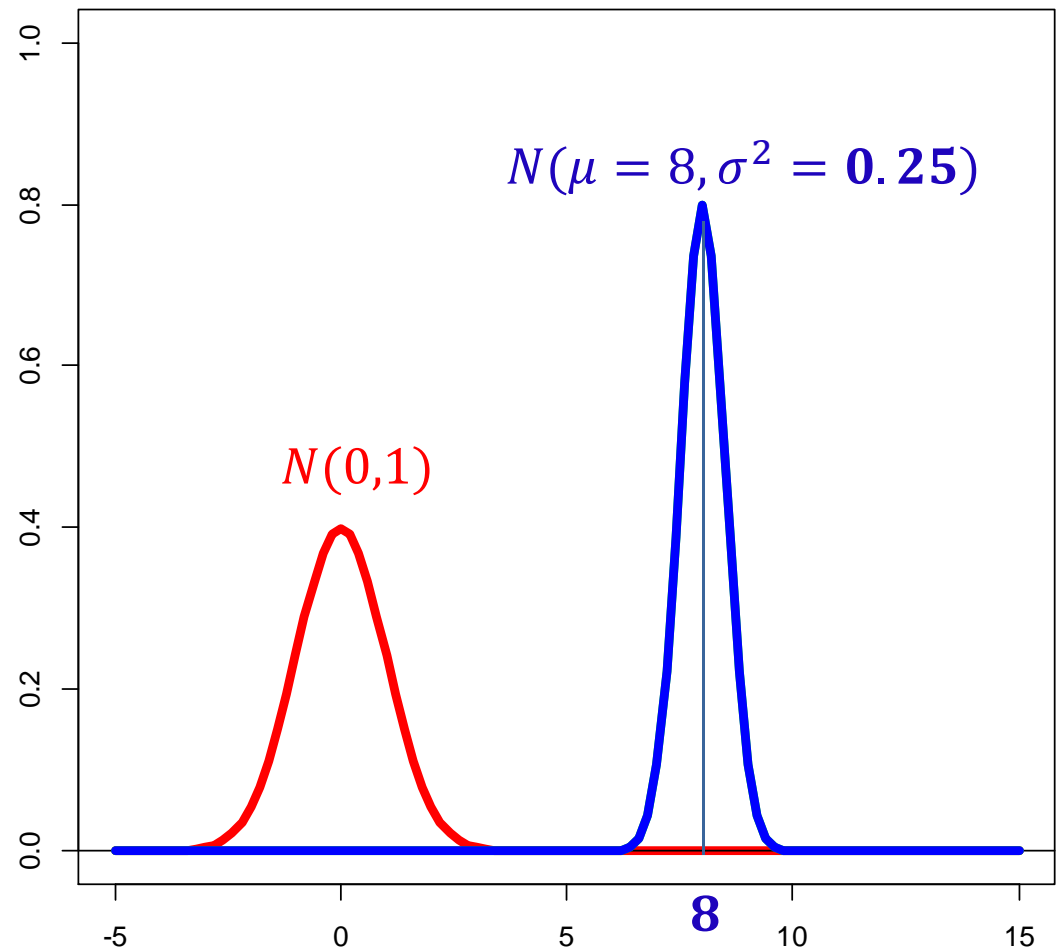
$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad u \in \mathbb{R}$$

$$E(X) = \mu$$

$$\text{Var}(X) = \sigma^2$$

Simmetrica attorno a μ



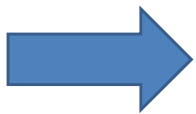
La densità Gaussiana

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad u \in \mathbb{R}$$

$$E(X) = \mu$$

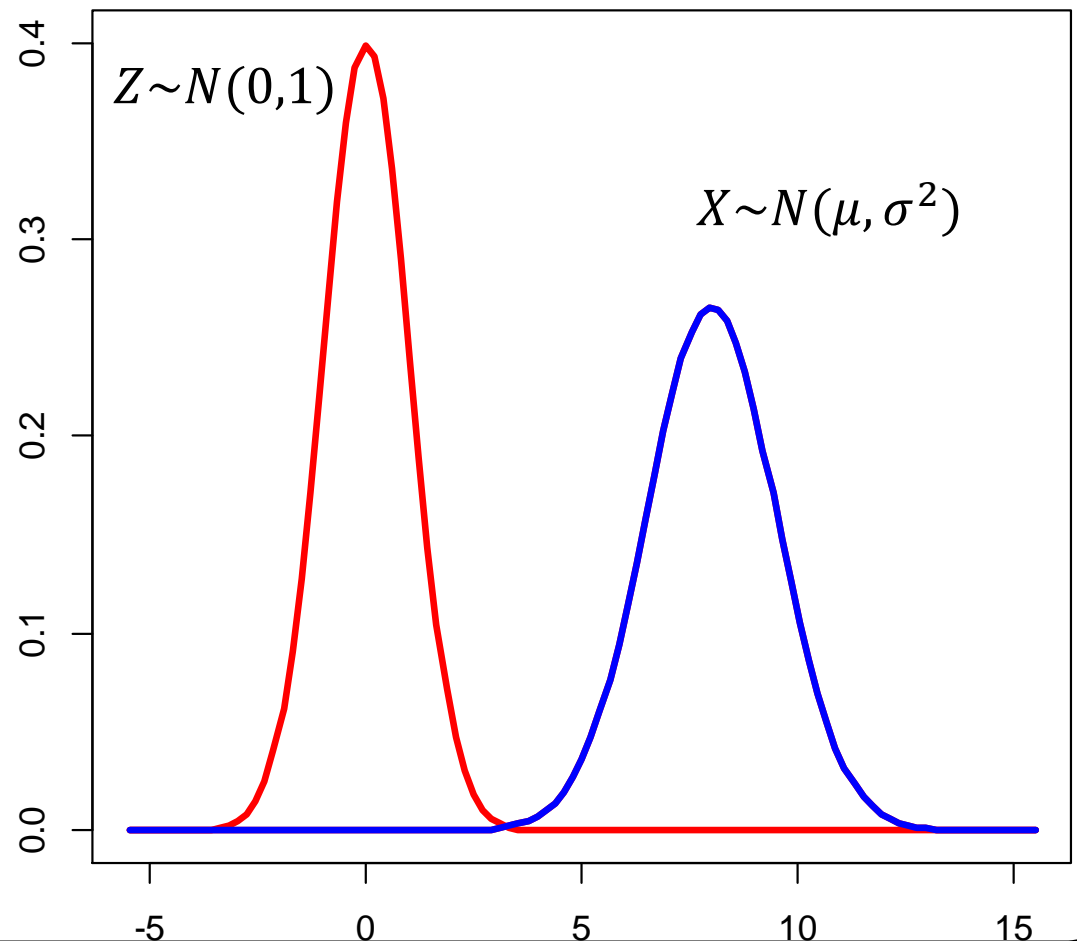
$$\text{Var}(X) = \sigma^2$$



$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

standardizzazione

Gaussiana



La densità Gaussiana

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad u \in \mathbb{R}$$

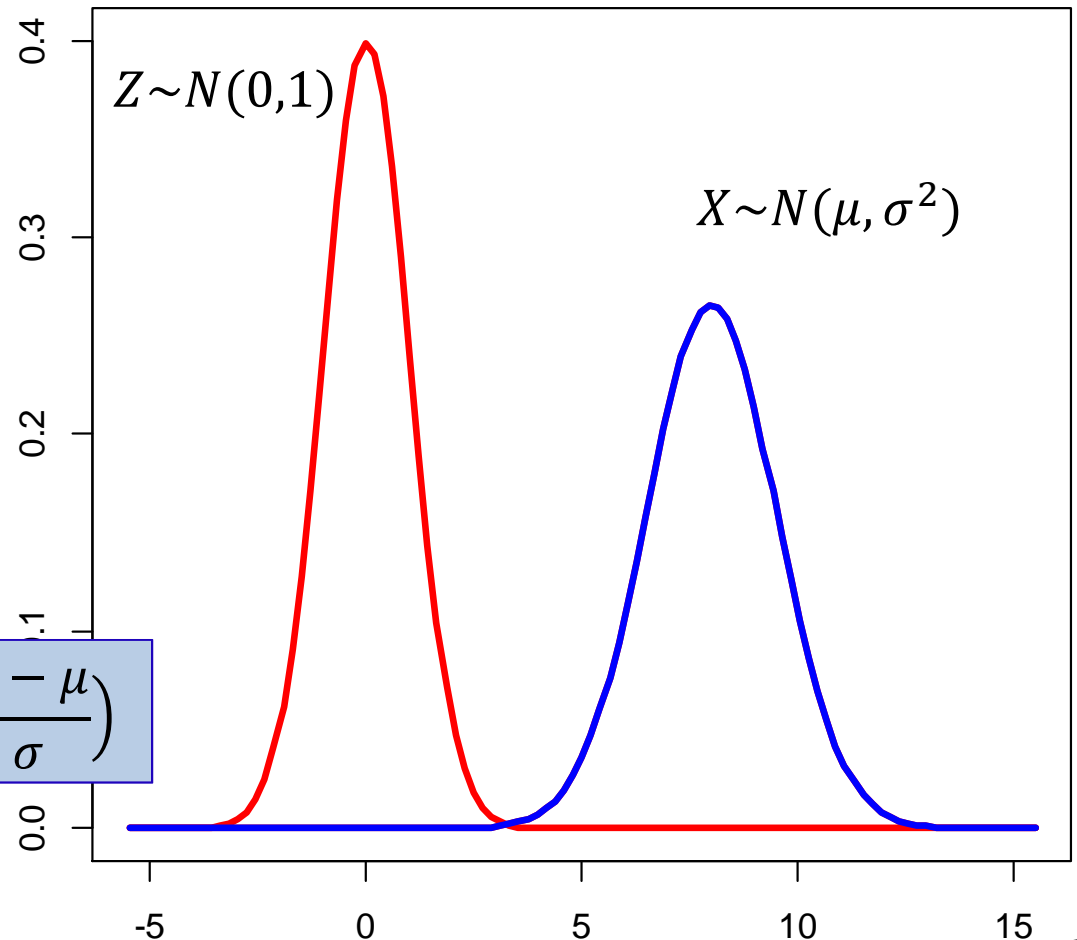
Gaussiana

$$E(X) = \mu$$

$$\text{Var}(X) = \sigma^2$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

$$P(X \leq x) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$



La densità Gaussiana

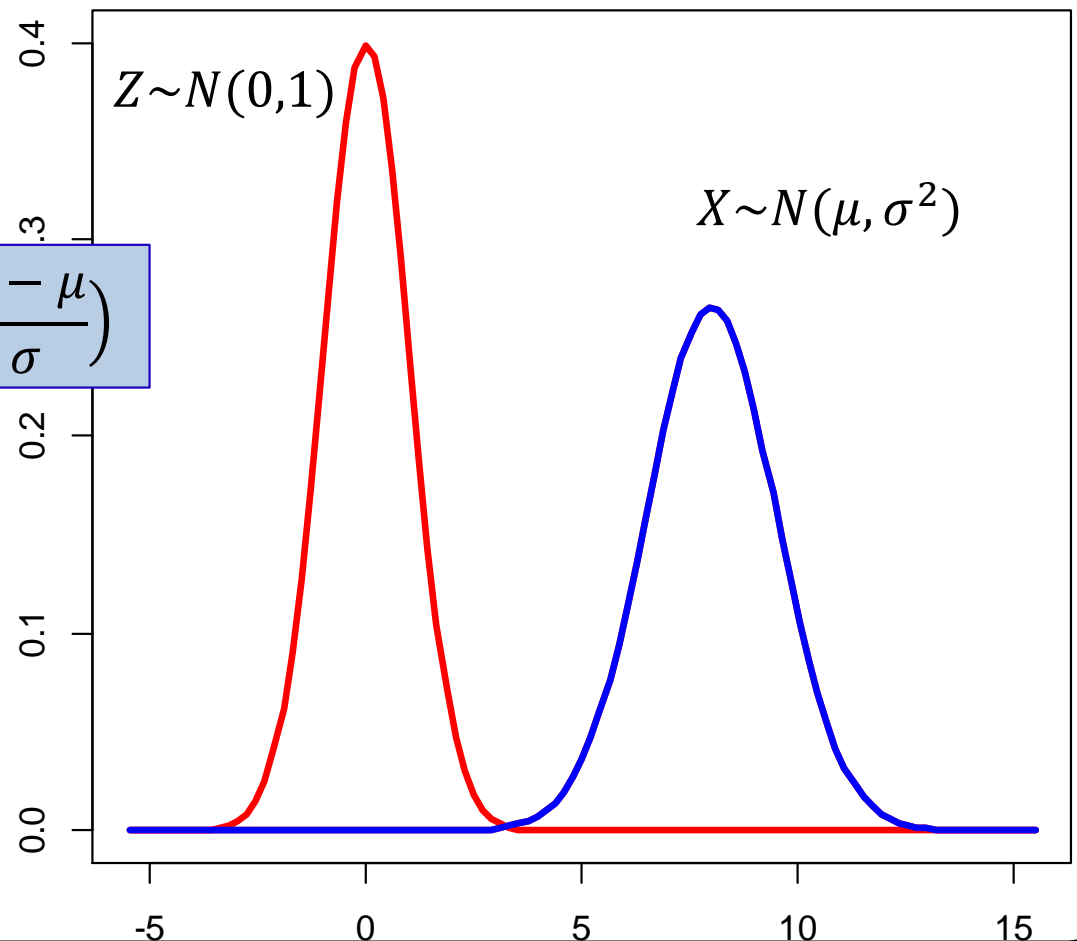
$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad u \in \mathbb{R}$$

Gaussiana

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

$$P(X \leq x) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$



La densità Gaussiana

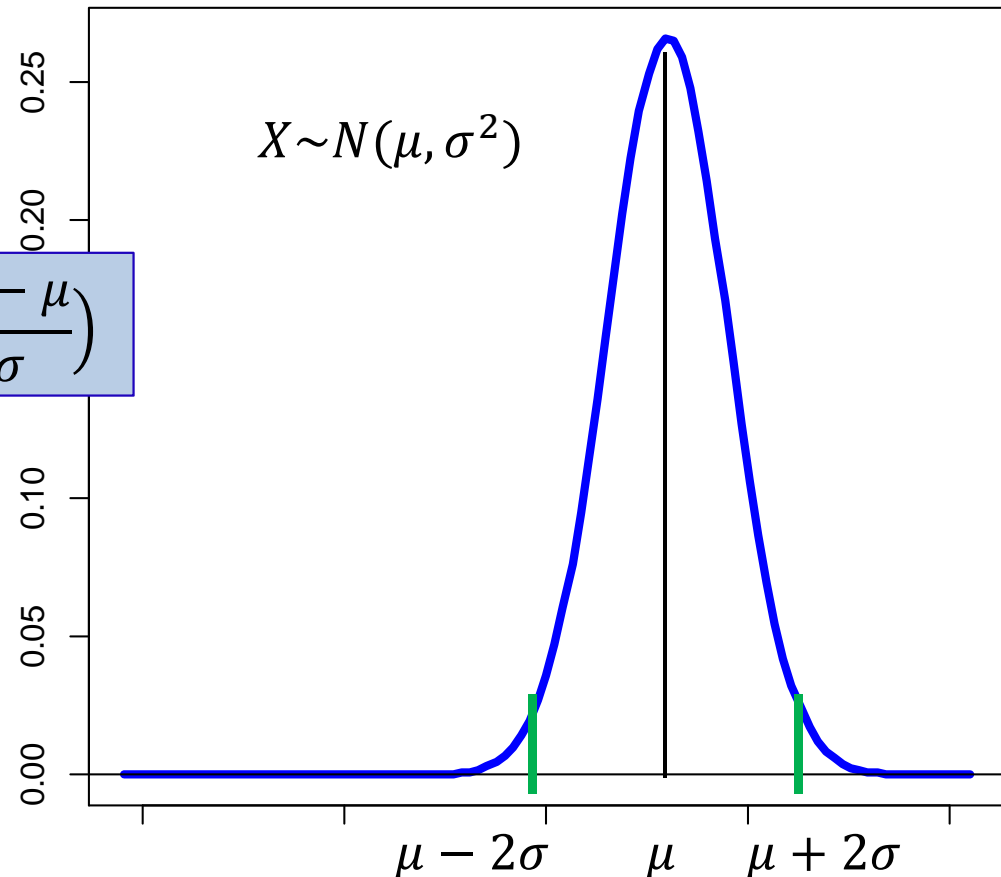
$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad u \in \mathbb{R}$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

$$P(X \leq x) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

$$\begin{aligned} P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) &= P\left(-2 < \frac{X - \mu}{\sigma} < 2\right) \\ &= P(-2 < Z < 2) \\ &= \mathbf{0.9544} \end{aligned}$$



La densità Gaussiana

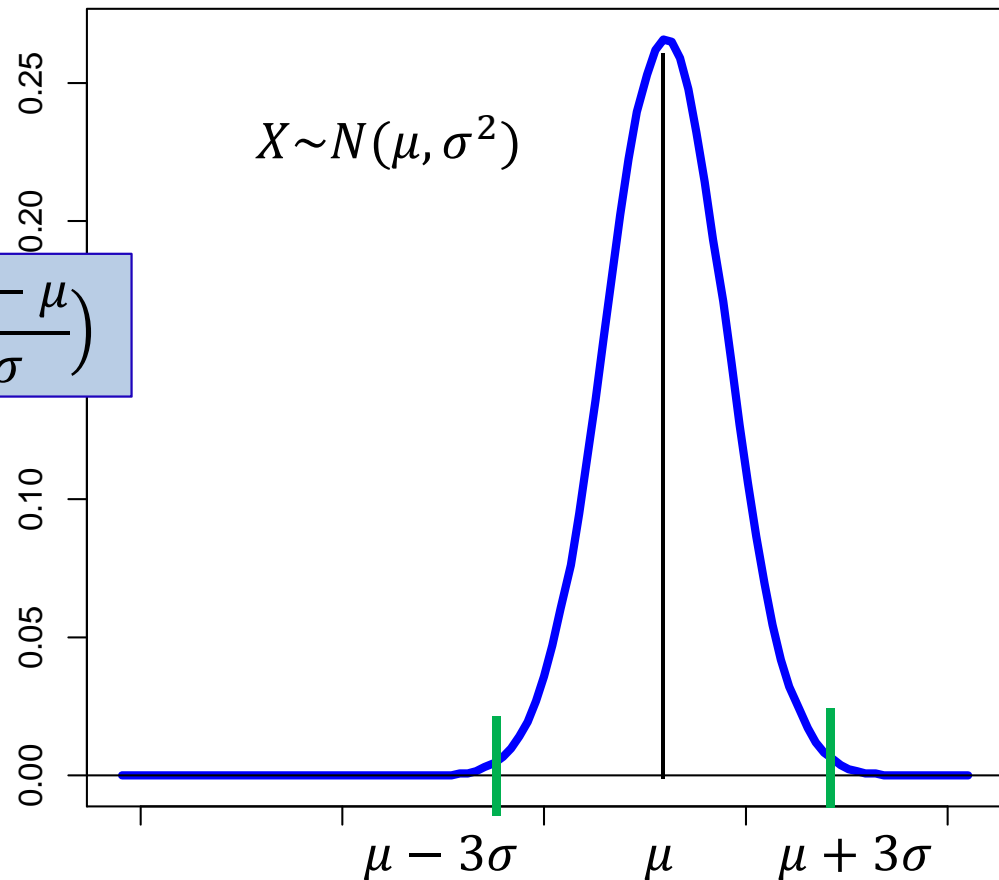
$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad u \in \mathbb{R}$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

$$P(X \leq x) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

$$P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) = ???$$



I valori critici della $N(0,1)$

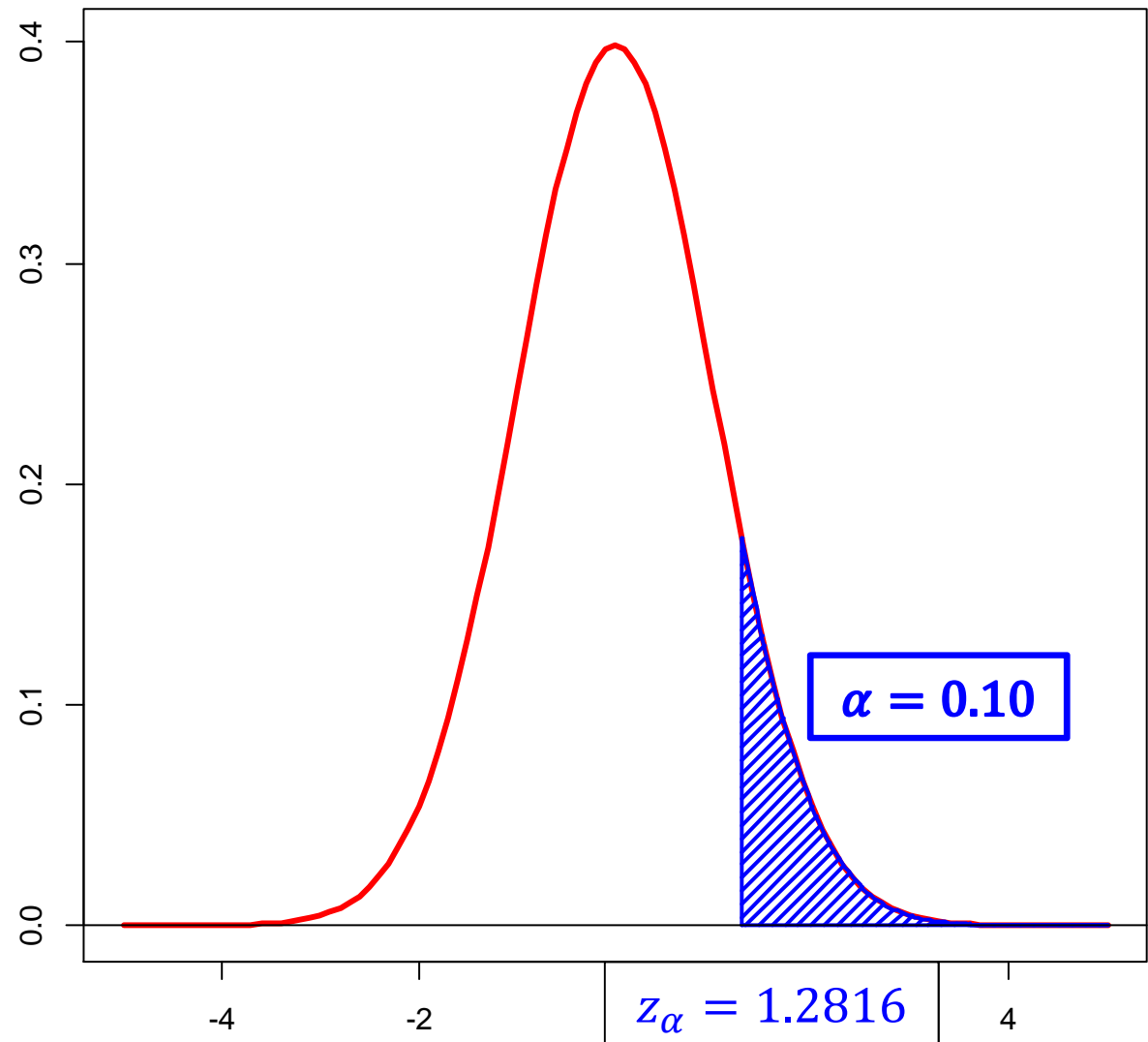
Tavola 1a: Valori critici della Variabile Casuale Normale Standardizzata $P(Z \geq z_\alpha) = \alpha$.

α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005	0.0001	
z_α	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0902	3.2905	3.7190	
α	0.00009	0.00008	0.00007	0.00006	0.00005	0.00004	0.00003	0.00002	0.00001
z_α	3.7455	3.7750	3.8082	3.8461	3.8906	3.9444	4.0128	4.1075	4.2649

I valori critici della $N(0,1)$

Tavola 1a: Valori critici della Variabile Casuale Normale Standardizzata. $P(Z \geq z_\alpha) = \alpha$.

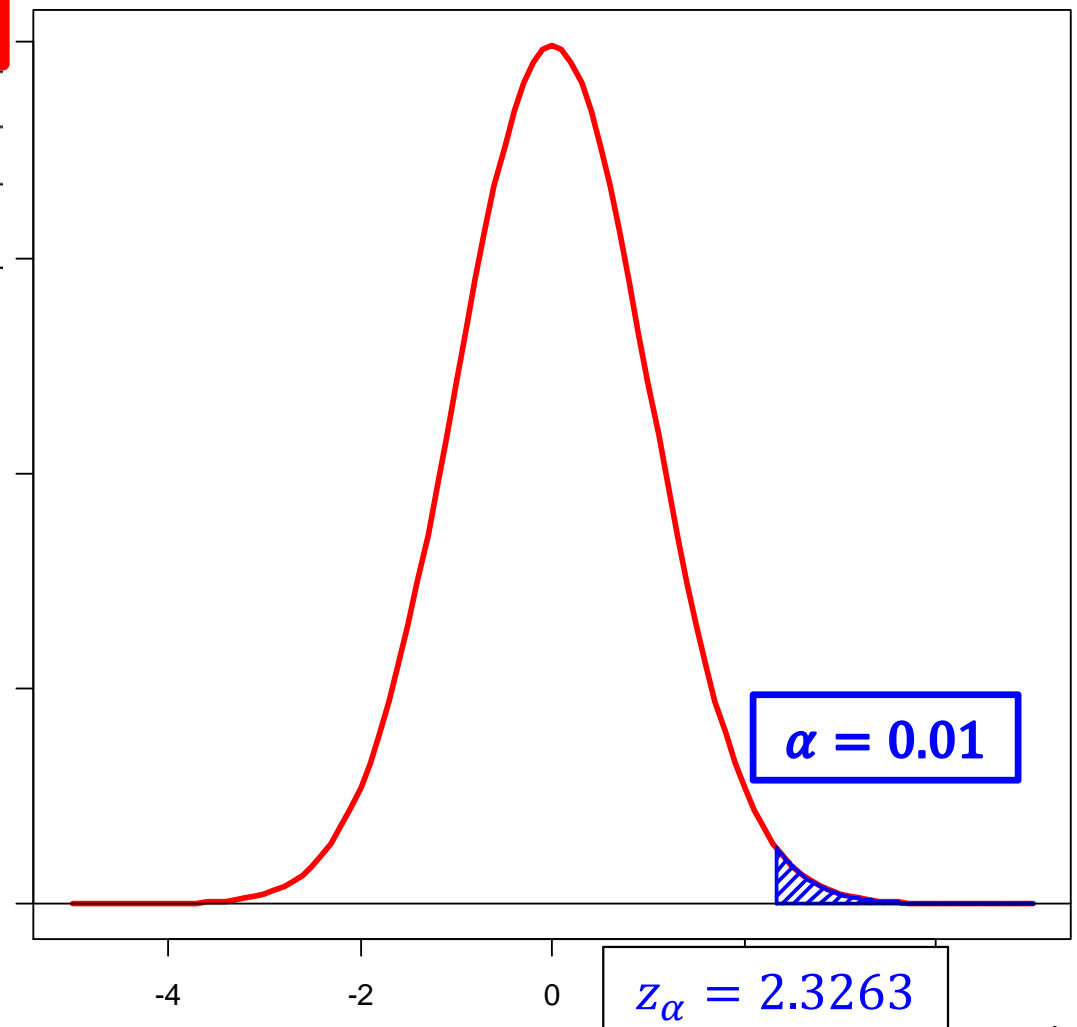
α	0.10	0.05	0.025	
z_α	1.2816	1.6449	1.9600	
α	0.00009	0.00008	0.00007	0
z_α	3.7455	3.7750	3.8082	



I valori critici della $N(0,1)$

Tavola 1a: Valori critici della Variabile Casuale Normale Standardizzata. $P(Z \geq z_\alpha) = \alpha$.

α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005	0.0001
z_α	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263				
α	0.00009	0.00008	0.00007	0.00006				
z_α	3.7455	3.7750	3.8082	3.8461				

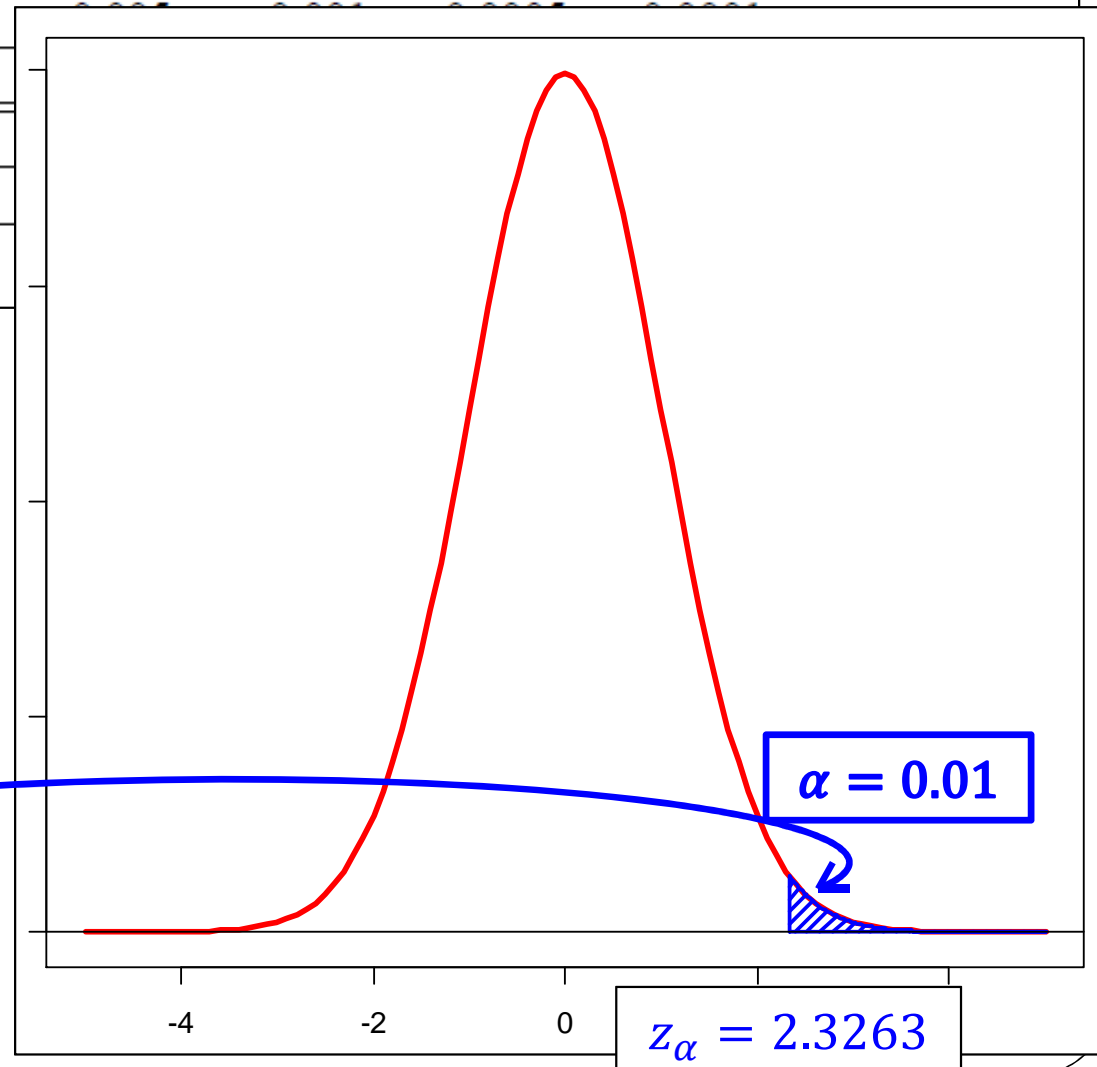


I valori critici della $N(0,1)$

Tavola 1a: Valori critici della Variabile Casuale Normale Standardizzata. $P(Z \geq z_\alpha) = \alpha$.

α	0.10	0.05	0.025	0.01
z_α	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263
α	0.00009	0.00008	0.00007	0.00006
z_α	3.7455	3.7750	3.8082	3.8461

Se il modello per il nostro fenomeno è $N(0,1)$, ci aspettiamo valori "tra -2 e 2" come più probabili: se otteniamo 3.25 è già piuttosto anomalo



I valori critici della $N(0,1)$

Tavola 1a: Valori critici della Variabile Casuale Normale Standardizzata. $P(Z \geq z_\alpha) = \alpha$.

α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005	0.0001	
z_α	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0902	3.2905	3.7190	
α	0.00009	0.00008	0.00007	0.00006	0.00005	0.00004	0.00003	0.00002	0.00001
z_α	3.7455	3.7750	3.8082	3.8461	3.8906	3.9444	4.0128	4.1075	4.2649

sono le "code" che nemmeno si riescono a disegnare

Esercizio 1

Supponiamo che il tempo di attesa nella pizzeria da asporto sia una variabile casuale continua X , normale con media $\mu = 9.5$ minuti e deviazione standard $\sigma = 3.25$ minuti.

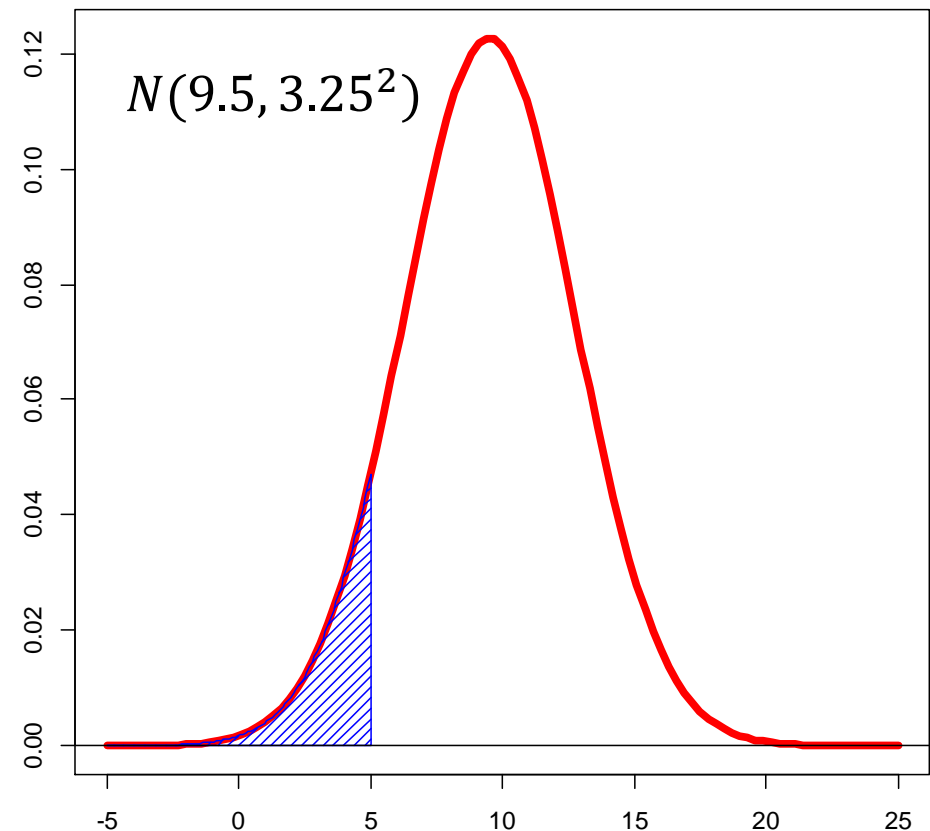
- a) Calcolare la probabilità che il tempo d'attesa sia inferiore ai 5 minuti
- b) Calcolare la probabilità che il tempo d'attesa superi i 12 minuti
- c) Calcolare la probabilità che il tempo d'attesa vari da 5 a 12 minuti
- d) Se il tempo di attesa è di 17 minuti, posso dire che sto aspettando più del normale?

Esercizio 1

Supponiamo che il tempo di attesa nella pizzeria da asporto sia una variabile casuale continua X , normale con media $\mu = 9.5$ minuti e deviazione standard $\sigma = 3.25$ minuti.

a) Calcolare la probabilità che il tempo d'attesa sia inferiore ai 5 minuti

$$\begin{aligned} P(X \leq 5) &= P\left(\frac{X - 9.5}{3.25} \leq \frac{5 - 9.5}{3.25}\right) = \\ &= P(Z \leq -1.31) = 0.0831 \end{aligned}$$

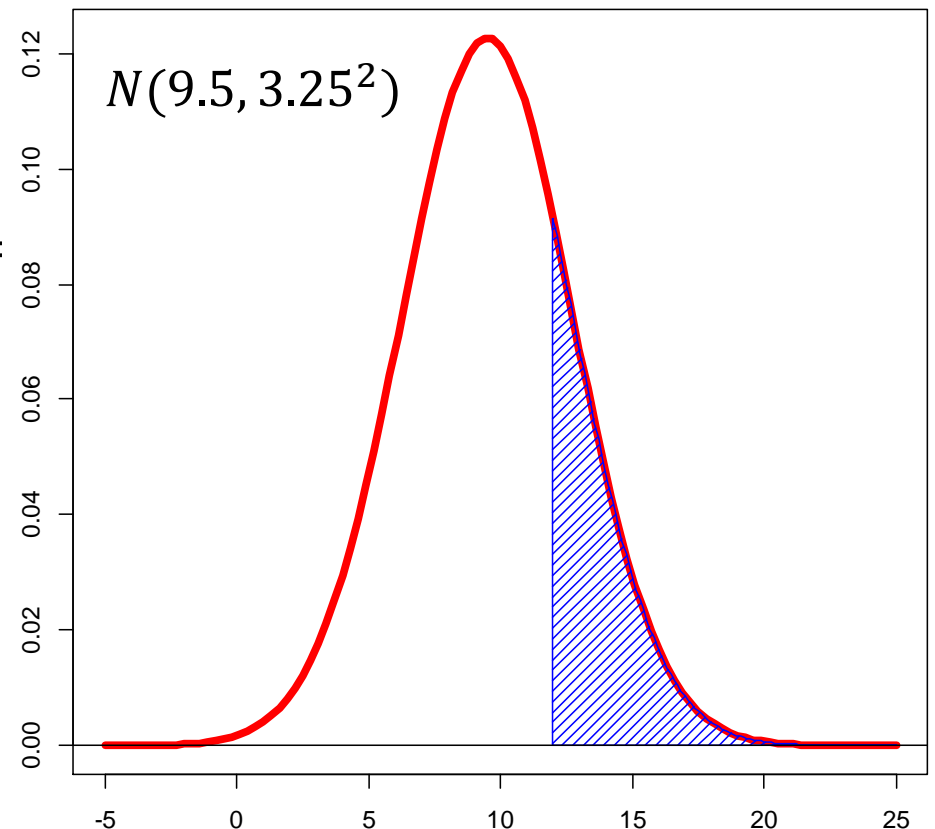


Esercizio 1

Supponiamo che il tempo di attesa nella pizzeria da asporto sia una variabile casuale continua X , normale con media $\mu = 9.5$ minuti e deviazione standard $\sigma = 3.25$ minuti.

b) Calcolare la probabilità che il tempo d'attesa superi i 12 minuti

$$\begin{aligned} P(X > 12) &= P\left(\frac{X - 9.5}{3.25} > \frac{12 - 9.5}{3.25}\right) = \\ &= P(Z > 0.77) = 1 - P(Z \leq 0.77) = \\ &= 1 - 0.7793 = 0.2207 \end{aligned}$$

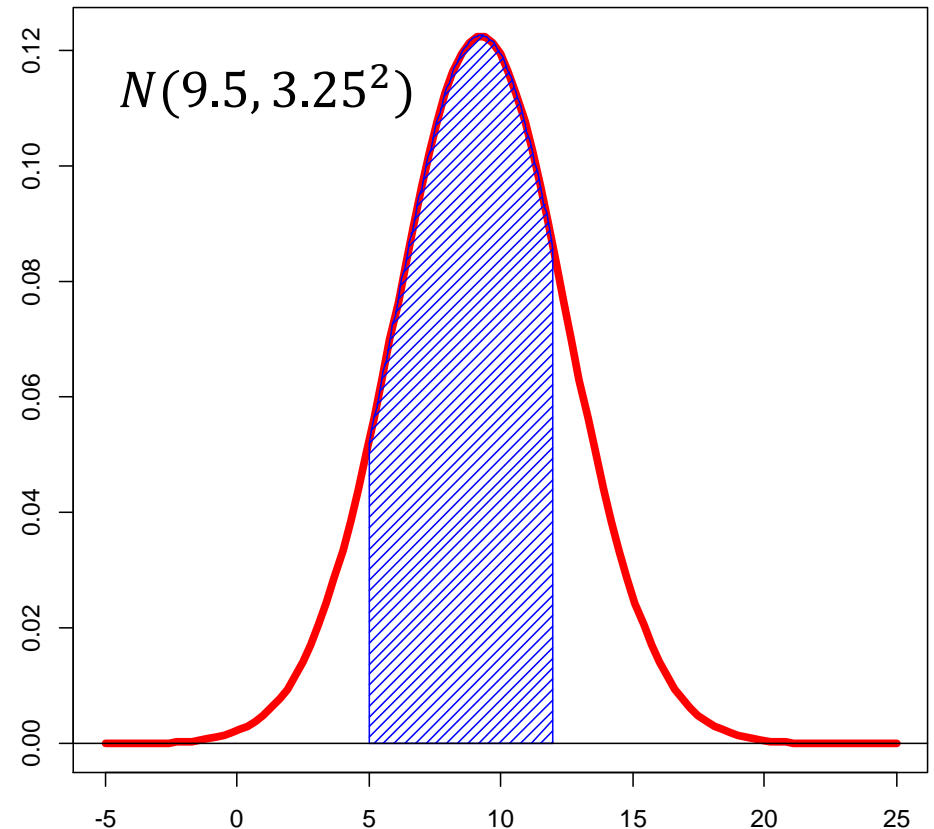


Esercizio 1

Supponiamo che il tempo di attesa nella pizzeria da asporto sia una variabile casuale continua X , normale con media $\mu = 9.5$ minuti e deviazione standard $\sigma = 3.25$ minuti.

c) Calcolare la probabilità che il tempo d'attesa vari da 5 a 12 minuti

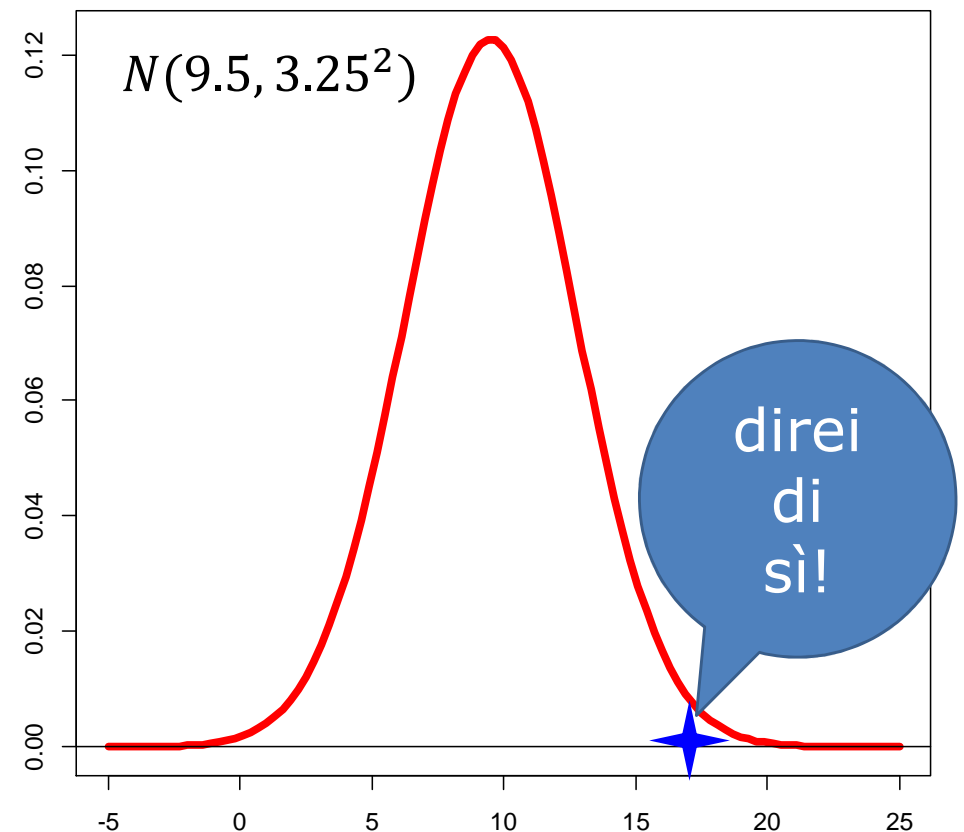
$$\begin{aligned} P(5 < X \leq 12) &= P(X \leq 12) - P(X \leq 5) \\ &= 0.7793 - 0.0831 = 0.6962 \end{aligned}$$



Esercizio 1

Supponiamo che il tempo di attesa nella pizzeria da asporto sia una variabile casuale continua X , normale con media $\mu = 9.5$ minuti e deviazione standard $\sigma = 3.25$ minuti.

d) Se il tempo di attesa è di 17 minuti, posso dire che sto aspettando più del normale?



Esercizio 1

Supponiamo che il tempo di attesa nella pizzeria da asporto sia una variabile casuale continua X , normale con media $\mu = 9.5$ minuti e deviazione standard $\sigma = 3.25$ minuti.

d) Se il tempo di attesa è di 17 minuti, posso dire che sto aspettando più del normale?

$$\frac{17 - 9.5}{3.25} = 2.308$$

2.308 > 1.96 ci permette di dire che meno del 2.5% dei clienti aspetta tanto quanto stiamo aspettando noi!

Tavola 1a: Valori critici della Variabile Casuale Normale Standardizzata. $P(Z \geq z_\alpha) = \alpha$.

α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005	0.0001	
z_α	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0902	3.2905	3.7190	
α	0.00009	0.00008	0.00007	0.00006	0.00005	0.00004	0.00003	0.00002	0.00001
z_α	3.7455	3.7750	3.8082	3.8461	3.8906	3.9444	4.0128	4.1075	4.2649

Esercizio 5

Nei test effettuati sui piloti di jet è risultato che la loro soglia di blackout ha distribuzione normale con media 4.5g e deviazione standard 0.7g.

a) Scegliendo a caso un pilota di jet, qual è la probabilità che la sua soglia di blackout sia $< 4g$?

Esercizio 5

Nei test effettuati sui piloti di jet è risultato che la loro soglia di blackout ha distribuzione normale con media 4.5g e deviazione standard 0.7g.

a) Scegliendo a caso un pilota di jet, qual è la probabilità che la sua soglia di blackout sia $< 4g$?

$$X \sim N(4.5, 0.7^2) \Rightarrow P(X < 4) = P\left(\frac{X - 4.5}{0.7} < \frac{4 - 4.5}{0.7}\right) = \Phi(-0.71) = 0.2389$$

Possiamo dire che il 23.9% dei piloti ha soglia di blackout $< 4g$.

Esercizio 5

Nei test effettuati sui piloti di jet è risultato che la loro soglia di blackout ha distribuzione normale con media 4.5g e deviazione standard 0.7g.

b) Se viene permesso di diventare astronauti solo ai piloti la cui soglia rientra nel 25% più alto, qual è la soglia minima necessaria?

Esercizio 5

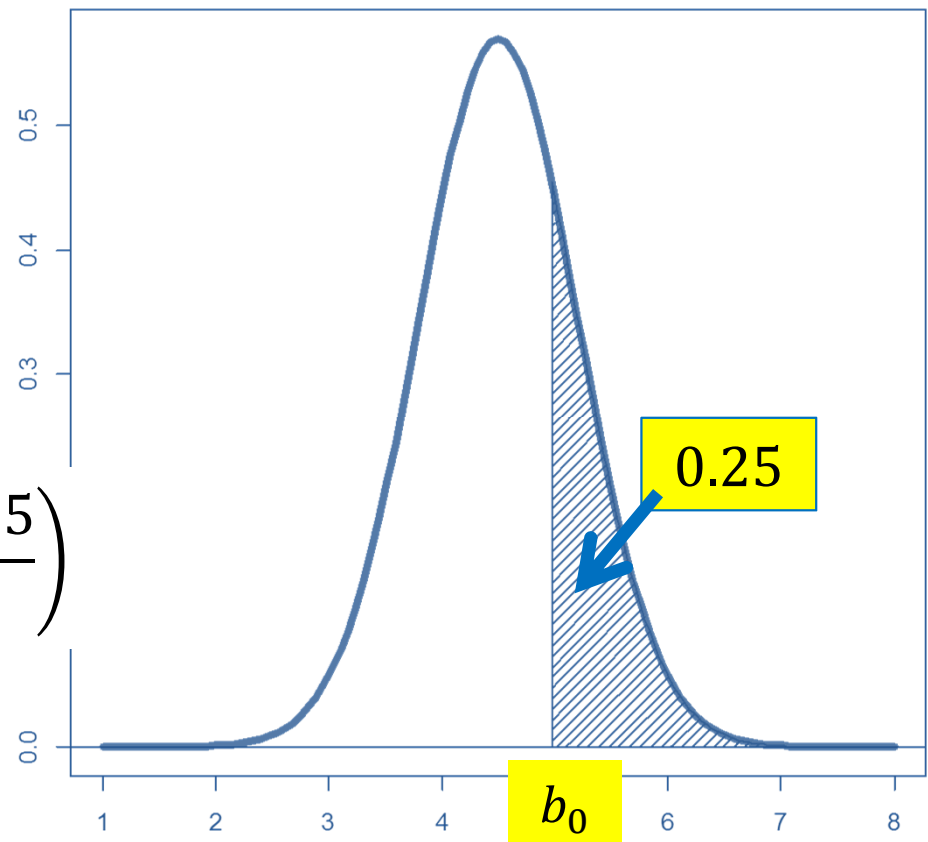
Nei test effettuati sui piloti di jet è risultato che la loro soglia di blackout ha distribuzione normale con media 4.5g e deviazione standard 0.7g.

b) Se viene permesso di diventare astronauti solo ai piloti la cui soglia rientra nel 25% più alto, qual è la soglia minima necessaria?

$$X \sim N(4.5, 0.7^2)$$

$$b_0 : P(X > b_0) = 0.25$$

$$0.25 = P(X > b_0) = P\left(\frac{X - 4.5}{0.7} > \frac{b_0 - 4.5}{0.7}\right)$$



Esercizio 5

Nei test effettuati sui piloti di jet è risultato che la loro soglia di blackout ha distribuzione normale con media 4.5g e deviazione standard 0.7g.

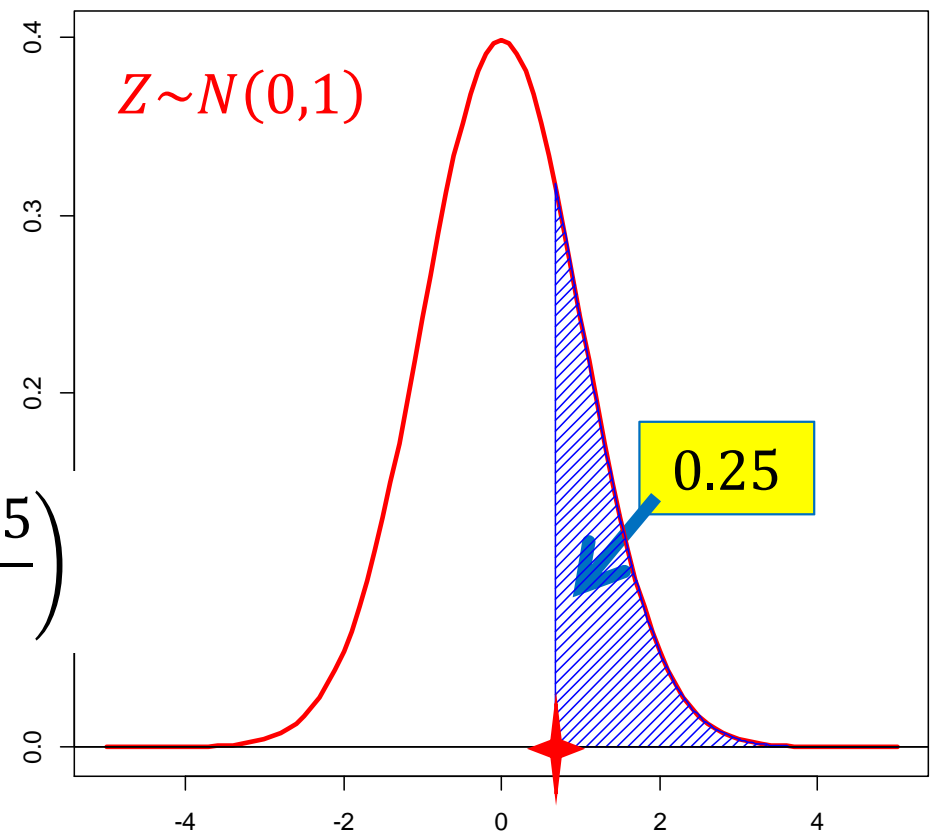
b) Se viene permesso di diventare astronauti solo ai piloti la cui soglia rientra nel 25% più alto, qual è la soglia minima necessaria?

$$X \sim N(4.5, 0.7^2)$$

$$b_0 : P(X > b_0) = 0.25$$

$$0.25 = P(X > b_0) = P\left(\frac{X - 4.5}{0.7} > \frac{b_0 - 4.5}{0.7}\right)$$

$$0.25 = P\left(Z > \frac{b_0 - 4.5}{0.7}\right)$$



Esercizio 5

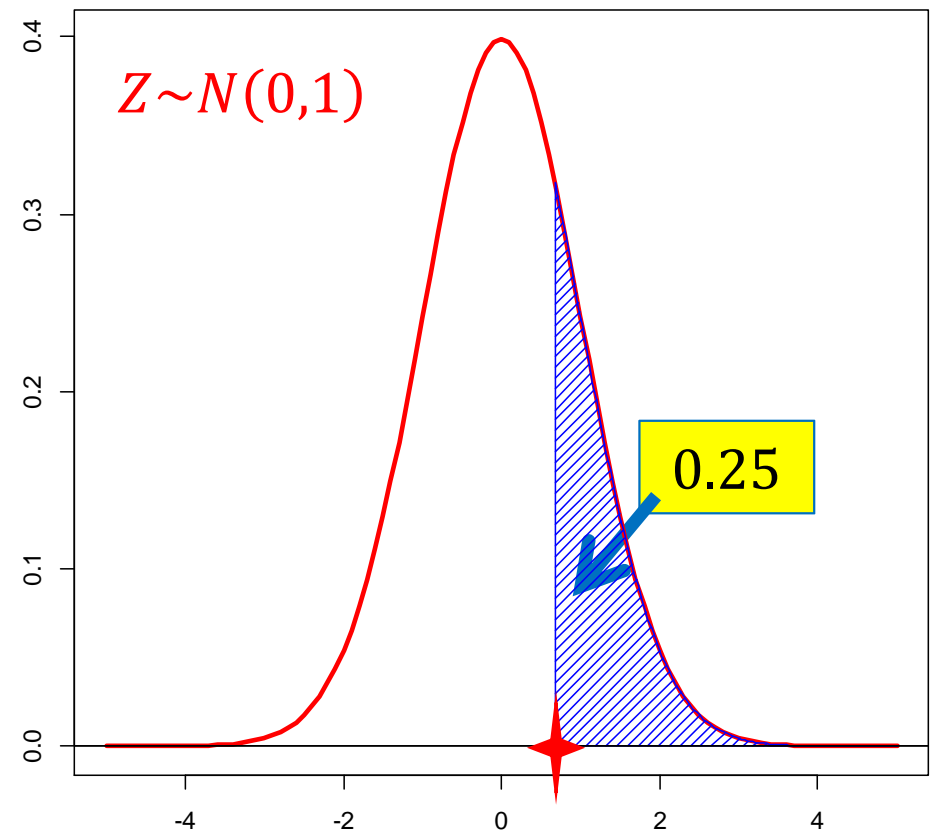
Nei test effettuati sui piloti di jet è risultato che la loro soglia di blackout ha distribuzione normale con media 4.5g e deviazione standard 0.7g.

b) Se viene permesso di diventare astronauti solo ai piloti la cui soglia rientra nel 25% più alto, qual è la soglia minima necessaria?

$$\frac{b_0 - 4.5}{0.7} = \frac{0.67 + 0.68}{2} = 0.675$$

$$0.75 = P\left(Z \leq \frac{b_0 - 4.5}{0.7}\right)$$

$$0.25 = P\left(Z > \frac{b_0 - 4.5}{0.7}\right)$$



Esercizio 5

Nei test effettuati sui piloti di jet è risultato che la loro soglia di blackout ha distribuzione normale con media 4.5g e deviazione standard 0.7g.

b) Se viene permesso di diventare astronauti solo ai piloti la cui soglia rientra nel 25% più alto, qual è la soglia minima necessaria?

$$\frac{b_0 - 4.5}{0.7} = \frac{0.67 + 0.68}{2} = 0.675$$

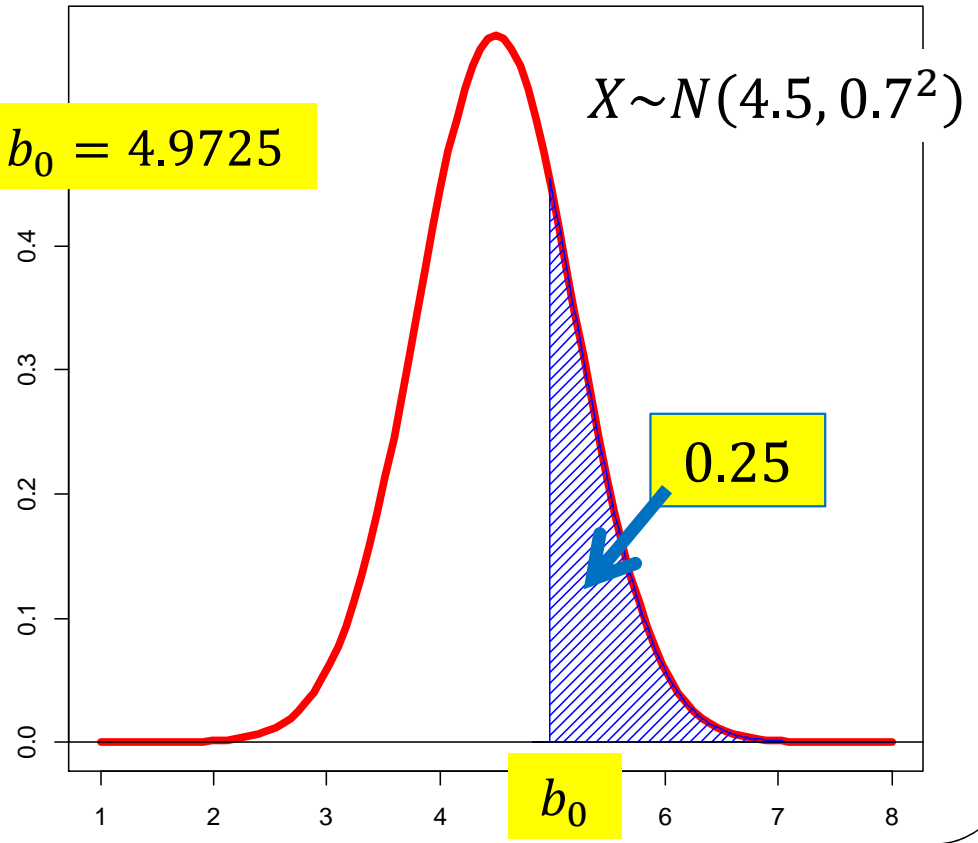


$$b_0 = 4.9725$$

$$0.75 = P\left(Z \leq \frac{b_0 - 4.5}{0.7}\right)$$

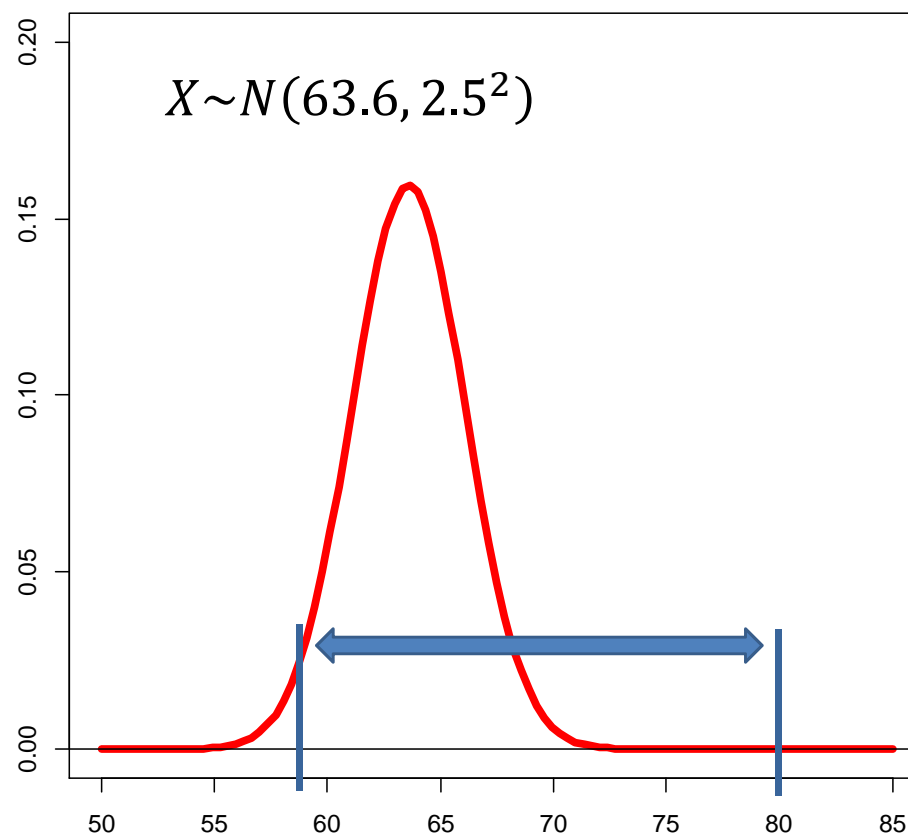


$$0.25 = P\left(Z > \frac{b_0 - 4.5}{0.7}\right)$$



Esercizio 9 p. 163

Altezza delle donne (in pollici) $X \sim N(63.6, 2.5^2)$. L'esercito USA richiede donne tra i 58 e gli 80 pollici (cioè 147.3 – 203.2 cm). Determinare la % di donne con il requisito richiesto.

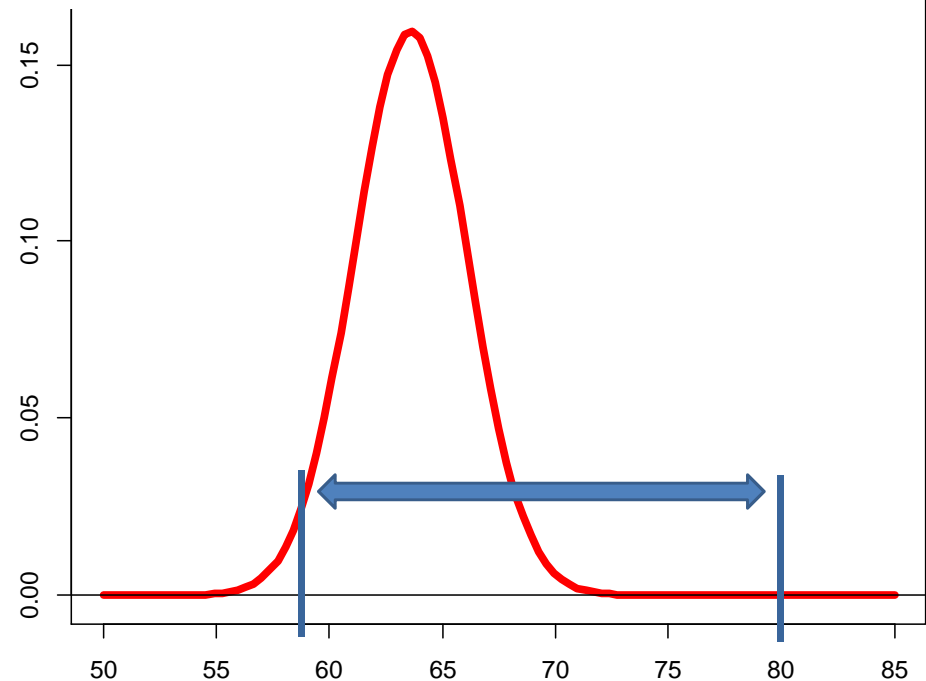


Esercizio 9 p. 163

Altezza delle donne (in pollici) $X \sim N(63.6, 2.5^2)$. L'esercito USA richiede donne tra i 58 e gli 80 pollici (cioè 147.3 – 203.2 cm). Determinare la % di donne con il requisito richiesto.

$$P(58 \leq X \leq 80) = P\left(\frac{58 - 63.6}{2.5} \leq \frac{X - 63.6}{2.5} \leq \frac{80 - 63.6}{2.5}\right) = P(-2.24 \leq Z \leq 6.56)$$

$$= \Phi(6.56) - \Phi(-2.24) = 1 - 0.0125 = 0.9875$$



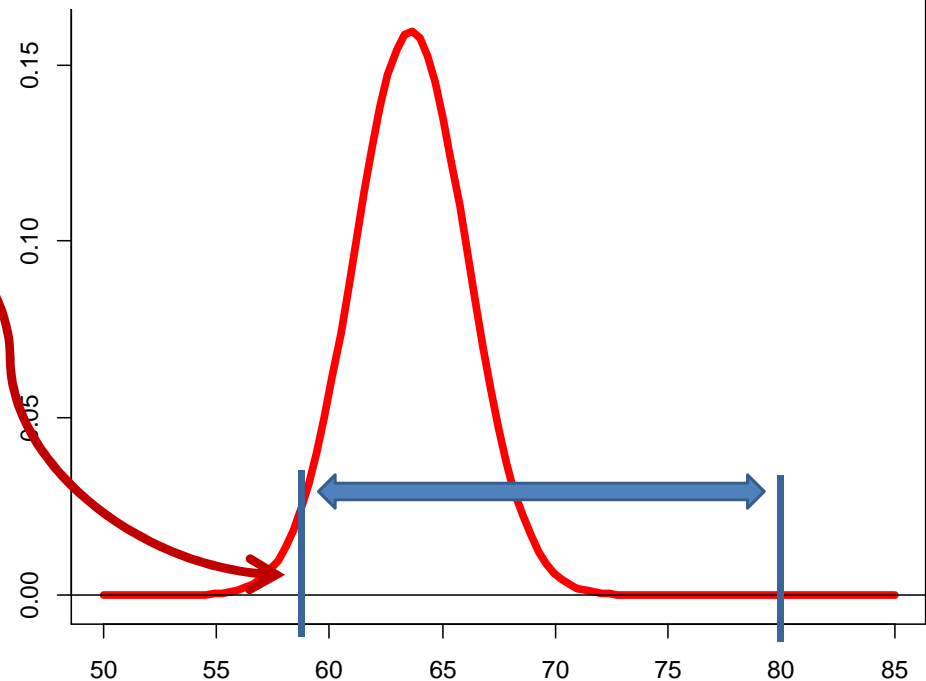
Esercizio 9 p. 163

Altezza delle donne (in pollici) $X \sim N(63.6, 2.5^2)$. L'esercito USA richiede donne tra i 58 e gli 80 pollici (cioè 147.3 – 203.2 cm). Determinare la % di donne con il requisito richiesto.

$$P(58 \leq X \leq 80) = P\left(\frac{58 - 63.6}{2.5} \leq \frac{X - 63.6}{2.5} \leq \frac{80 - 63.6}{2.5}\right) = P(-2.24 \leq Z \leq 6.56)$$

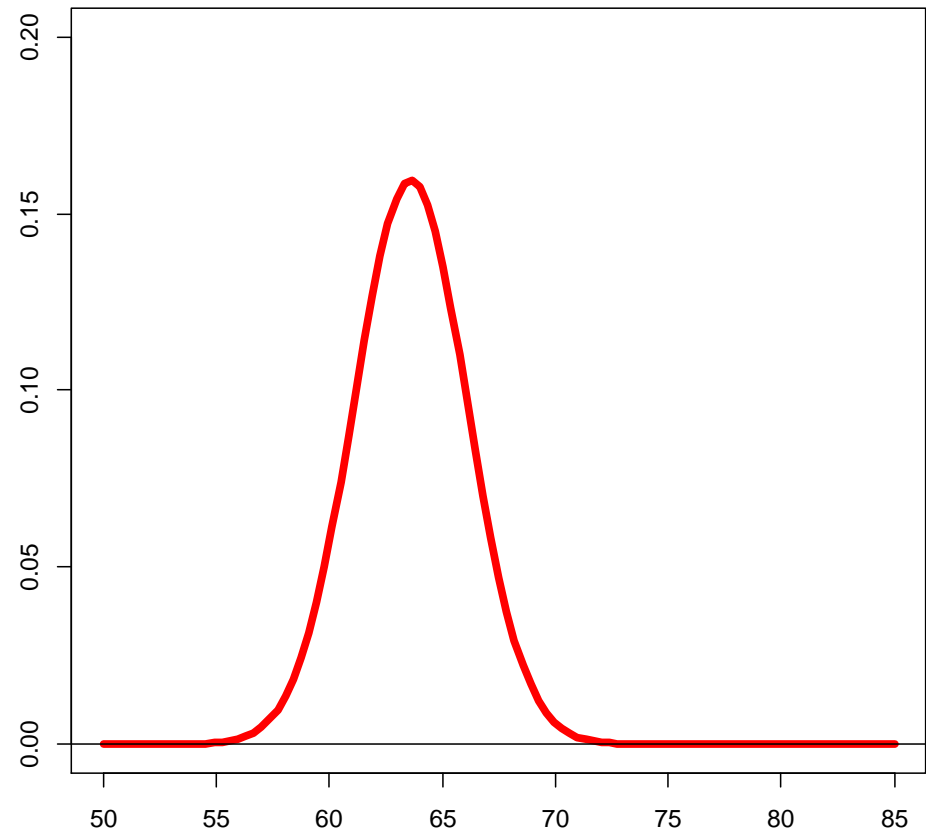
$$= \Phi(6.56) - \Phi(-2.24) = 1 - 0.0125 = 0.9875$$

Viene negato l'accesso nell'esercito all'1.25% delle donne, quelle di altezza < 58 pollici



Esercizio 9 p. 163, aggiunta

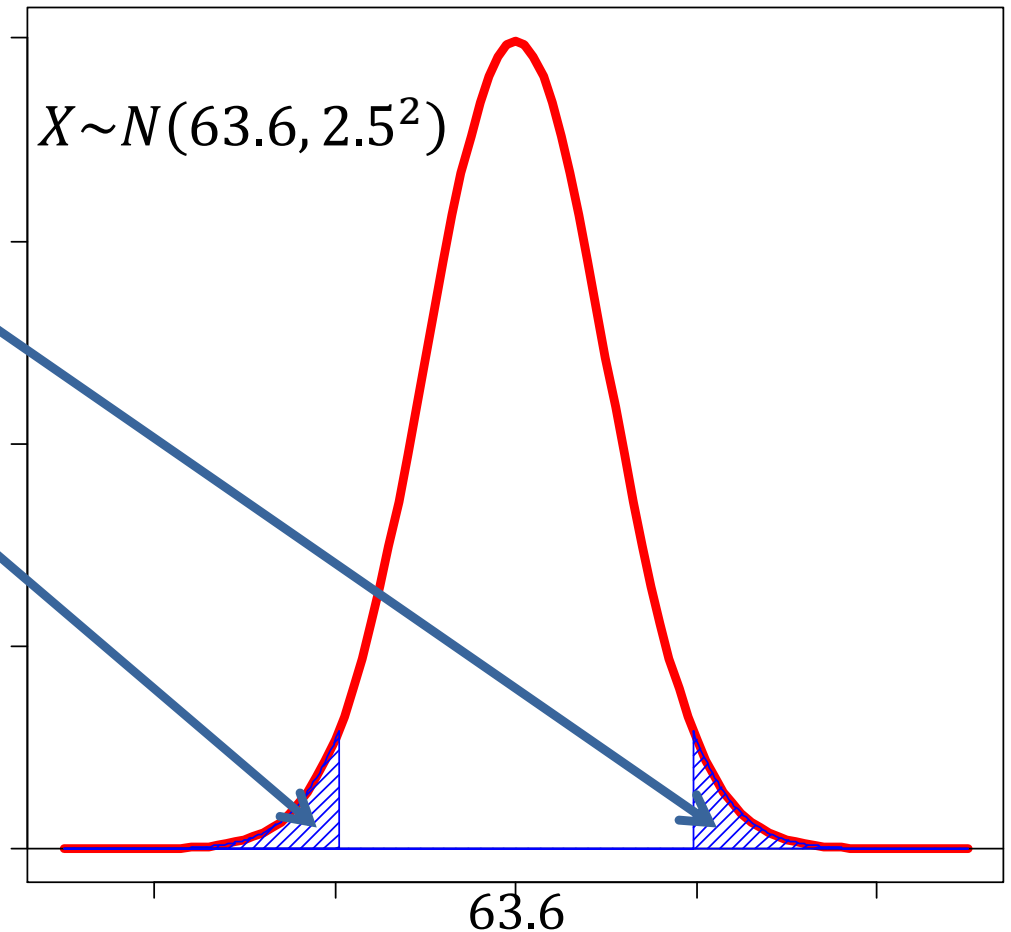
Quali soglie dovrebbe fissare di altezza l'esercito in modo da includere il 95% delle donne, scartando sia le più alte sia le più basse?



Esercizio 9 p. 163, aggiunta

Quali soglie dovrebbe fissare di altezza l'esercito in modo da includere il 95% delle donne, scartando sia le più alte sia le più basse?

Possiamo agire in modo "simmetrico", scartando un ugual numero di basse e di alte



Esercizio 9 p. 163, aggiunta

Quali soglie dovrebbe fissare di altezza l'esercito in modo da includere il 95% delle donne, scartando sia le più alte sia le più basse?

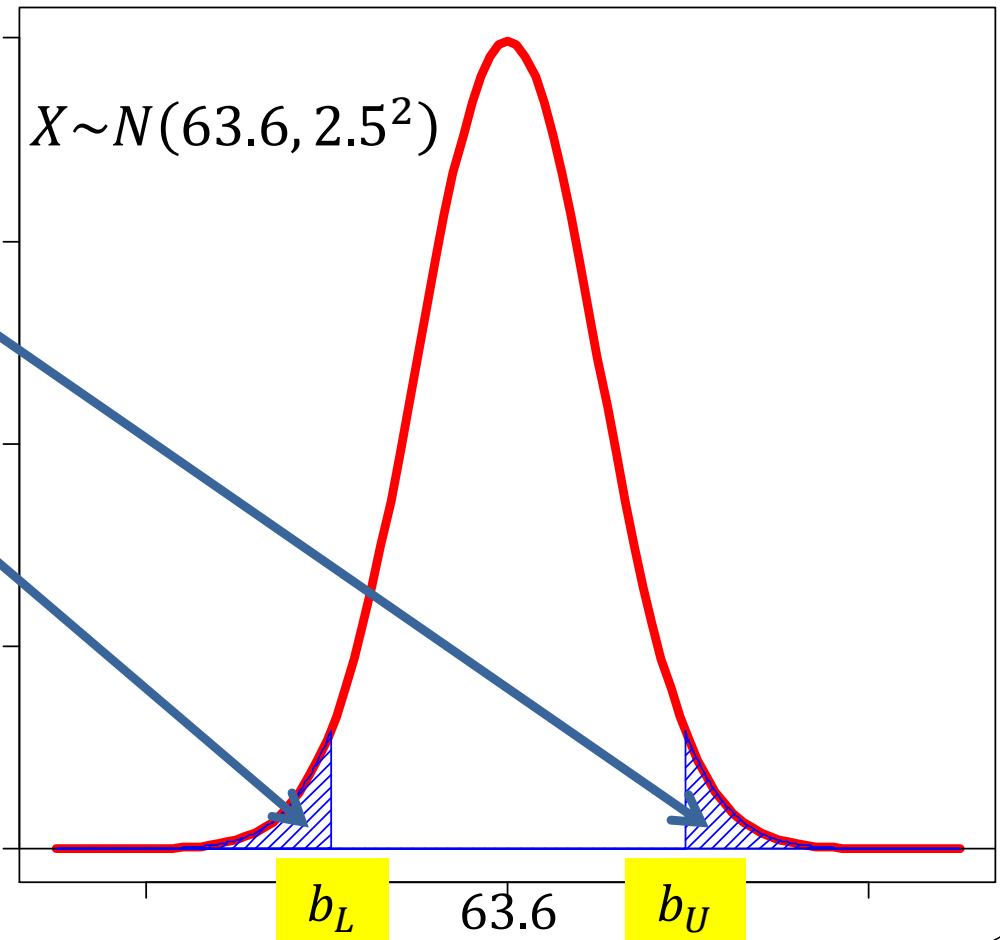
Possiamo agire in modo "simmetrico", scartando un **ugual numero** di basse e di alte

$$\frac{5\%}{2} = \frac{0.05}{2} = 0.025$$

$$0.025 = P(X < b_L) = P(X > b_U)$$



$$\frac{b_L - 63.3}{2.5} = -1.96, \quad \frac{b_U - 63.3}{2.5} = 1.96$$



Esercizio 9 p. 163, aggiunta

Quali soglie dovrebbe fissare di altezza l'esercito in modo da includere il 95% delle donne, scartando sia le più alte sia le più basse?

Possiamo agire in modo "simmetrico", scartando un **ugual numero** di basse e di alte

$$\frac{5\%}{2} = \frac{0.05}{2} = 0.025$$

$$b_L = -1.96 \times 2.5 + 63.3 = 58.4$$

$$b_U = +1.96 \times 2.5 + 63.3 = 68.2$$

Il 95% delle donne ha altezza tra 58.4 e 68.2 pollici

