ESERCIZI

Esercizio 4

La variabile discreta X ha la distribuzione di frequenza data nelle seguente tabella:

x	**-20**	**-10**	**0**	**10**	**20**
$P(X = x)$	0.15	0.18	0.25	0.10	0.32

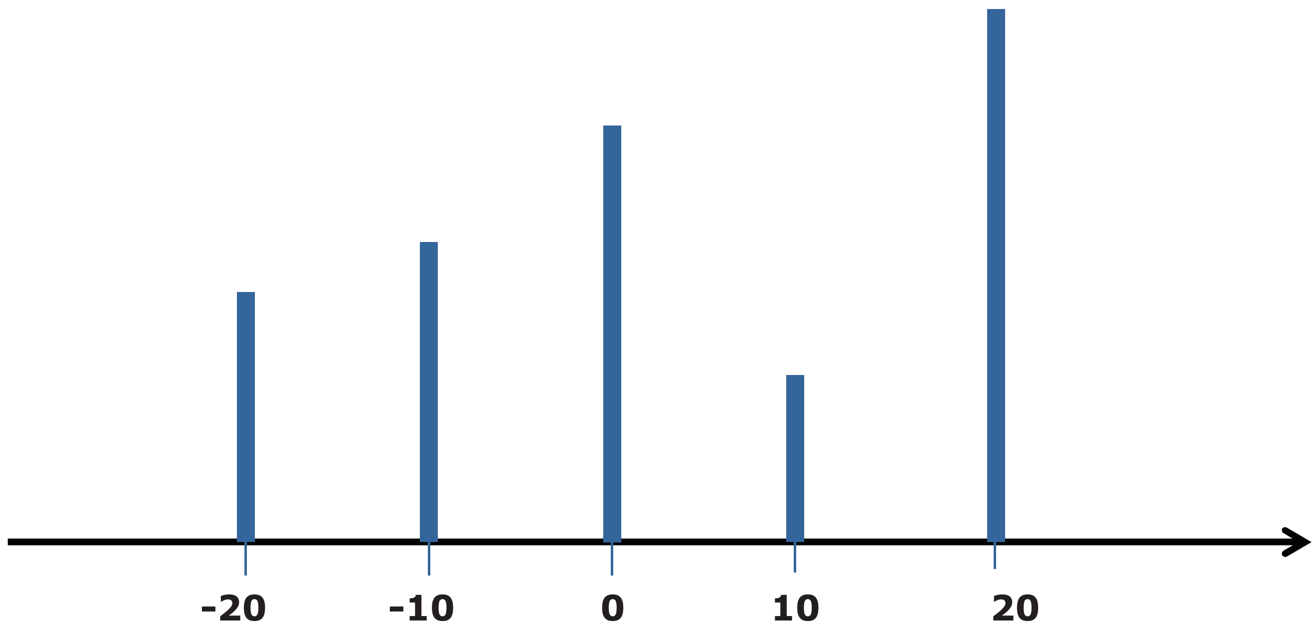
a) Rappresentare la distribuzione con un opportuno grafico
b) Calcolare $P(X > 0)$ e $P(X \neq 0)$
c) Calcolare $E(X)$ e $Var(X)$

Esercizio 4

La variabile discreta X ha la distribuzione di frequenza data nelle seguente tabella:

x	-20	-10	0	10	20
$P(X = x)$	0.15	0.18	0.25	0.10	0.32

a) Rappresentare la distribuzione con un opportuno grafico

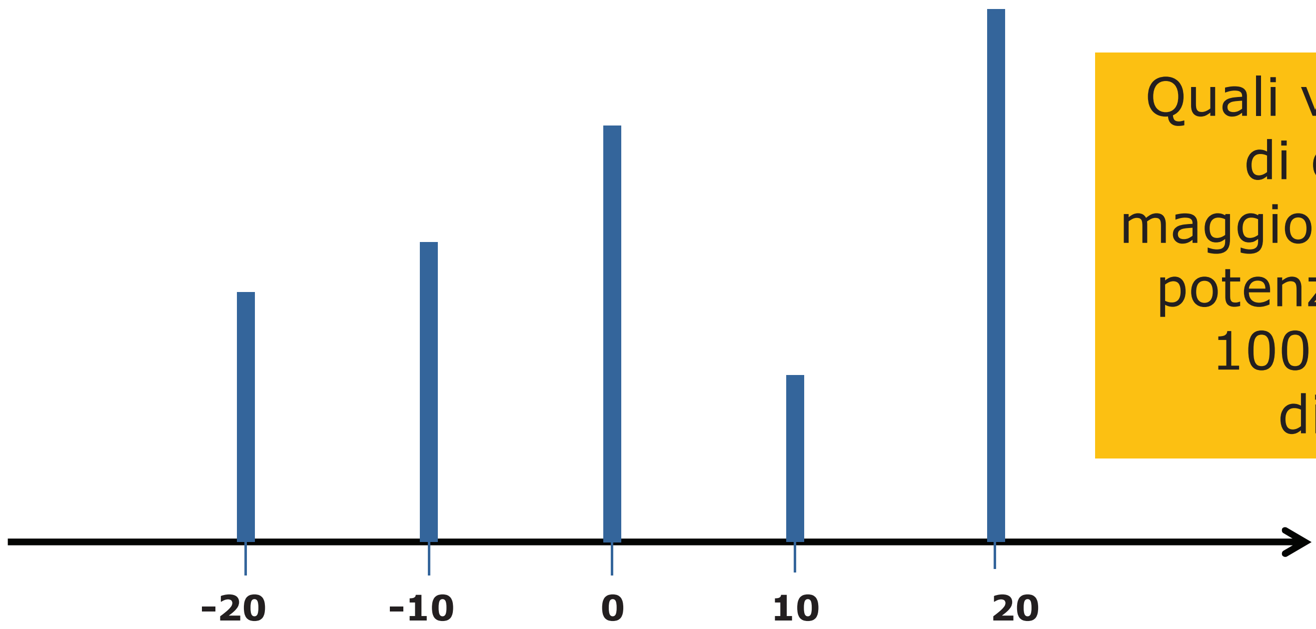


Esercizio 4

La variabile discreta X ha la distribuzione di frequenza data nelle seguente tabella:

x	-20	-10	0	10	20
$P(X = x)$	0.15	0.18	0.25	0.10	0.32

a) Rappresentare la distribuzione con un opportuno grafico



Quali valori vi aspettate di osservare con maggiore frequenza in un potenziale campione di 100 dati da questa distribuzione?

Esercizio 4

La variabile discreta X ha la distribuzione di frequenza data nelle seguente tabella:

x	**-20**	**-10**	**0**	**10**	**20**
$P(X=x)$	0.15	0.18	0.25	0.10	0.32

b) Calcolare $P(X>0)$ e $P(X\neq 0)$

$$P(X>0)=P(X=10)+P(X=20)=0.10+0.32=0.42$$

Esercizio 4

La variabile discreta X ha la distribuzione di frequenza data nelle seguente tabella:

x	-20	-10	0	10	20
$P(X = x)$	0.15	0.18	0.25	0.10	0.32

b) Calcolare $P(X > 0)$ e $P(X \neq 0)$

$$P(X > 0) = P(X = 10) + P(X = 20) = 0.10 + 0.32 = 0.42$$

$$P(X \neq 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0.25 = 0.75$$

Esercizio 4

La variabile discreta X ha la distribuzione di frequenza data nelle seguente tabella:

x	-20	-10	0	10	20
$P(X = x)$	0.15	0.18	0.25	0.10	0.32

c) Calcolare $E(X)$ e $Var(X)$

$$E(X) = (-20) \times 0.15 + (-10) \times 0.18 + 0 \times 0.25 + 10 \times 0.10 + 20 \times 0.32 = 2.6$$

Esercizio 4

La variabile discreta X ha la distribuzione di frequenza data nelle seguente tabella:

x	**-20**	**-10**	**0**	**10**	**20**
$P(X = x)$	0.15	0.18	0.25	0.10	0.32

c) Calcolare $E(X)$ e $Var(X)$

$$E(X) = (-20) \times 0.15 + (-10) \times 0.18 + 0 \times 0.25 + 10 \times 0.10 + 20 \times 0.32 = 2.6$$

$$Var(X) = (-20)^2 \times 0.15 + (-10)^2 \times 0.18 + 0^2 \times 0.25 + 10^2 \times 0.10 + 20^2 \times 0.32 - 2.6^2$$

$$= 216 - 6.76 = 209.26 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{209.26} = 14.466$$

Esercizio 5

Quale delle seguenti tabelle **non** rappresenta la distribuzione di frequenza di una variabile casuale?

x	**-3**	**-2**	**-1**
$P(X = x)$	0.3	0.4	0.3

x	**200**	**300**	**1000**
$P(X = x)$	0.0	0.5	0.5

x	**- 0.1**	**0.3**	**0.5**
$P(X = x)$	0.15	0.55	0.25

x	**0**
$P(X = x)$	1

Esercizio 2

Nel XVIII rapporto Almalaurea si legge che la percentuale di persone in Italia fra i 30 ed i 34 anni che ha completato il ciclo di educazione terziaria (università o un'altra scuola tecnica) è del 25.3% (corriere.it, 27/04/2016).

a) Estratto a caso un campione di 10 italiani nella fascia d'età 30-34 anni, calcolare la probabilità che 4 di essi siano laureati

Esercizio 2

Nel XVIII rapporto Almalaurea si legge che la percentuale di persone in Italia fra i 30 ed i 34 anni che ha completato il ciclo di educazione terziaria (università o un'altra scuola tecnica) è del 25.3% (corriere.it, 27/04/2016).

a) Estratto a caso un campione di 10 italiani nella fascia d'età 30-34 anni, calcolare la probabilità che 4 di essi siano laureati

$X\ v.c.\ che\ conta\ il\ numero\ di\ laureati\ in\ un\ campione\ casuale\ di\ 10\ It.$

$X \sim Binom(10, 0.253)$

$$P(X=4) = \binom{10}{4} 0.253^4 (1-0.253)^6 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times 0.253^4 \times 0.747^6 = 0.149$$

Esercizio 2

Nel XVIII rapporto Almalaurea si legge che la percentuale di persone in Italia fra i 30 ed i 34 anni che ha completato il ciclo di educazione terziaria (università o un'altra scuola tecnica) è del 25.3% (corriere.it, 27/04/2016).

b) Estratto a caso un campione di 10 italiani nella fascia d'età 30-34 anni, calcolare la probabilità che al massimo 2 di essi siano laureati

$$X\ v.c.\ che\ conta\ il\ numero\ di\ laureati\ in\ un\ campione\ casuale\ di\ 10\ It.$$

$$X \sim Binom(10, 0.253)$$

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$$

$$= \binom{10}{0} 0.253^0 (1 - 0.253)^{10} + \binom{10}{1} 0.253^1 (1 - 0.253)^9 + \binom{10}{2} 0.253^2 (1 - 0.253)^8 =$$

$$= 0.747^{10} + 10 \times 0.253 \times 0.747^9 + \frac{10 \times 9}{2} \times 0.253^2 \times 0.747^8 = 0.517$$

Es. 14 p. 136

In un test clinico sul Viagra è emerso che il 4% delle unità nel gruppo del placebo ha sofferto di mal di testa.

a) Applicando lo stesso tasso al gruppo del Viagra, det. la prob. che su 8 soggetti che utilizzino il Viagra 3 lamentino il mal di testa.

Es. 14 p. 136

In un test clinico sul Viagra è emerso che il 4% delle unità nel gruppo del placebo ha sofferto di mal di testa.

a) Applicando lo stesso tasso al gruppo del Viagra, det. la prob. che su 8 soggetti che utilizzino il Viagra 3 lamentino il mal di testa.

$$X \sim Bin(8, 0.04)$$

$$P(X = 3) = \binom{8}{3} 0.04^3 (1 - 0.04)^5 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2} \times 0.000064 \times 0.815374 =$$

$$= 0.002922296 \approx 0.003$$

Es. 14 p. 136

In un test clinico sul Viagra è emerso che il 4% delle unità nel gruppo del placebo ha sofferto di mal di testa.

b) Applicando lo stesso tasso al gruppo del Viagra, determinare la prob. che su 8 soggetti che utilizzino il Viagra tutti lamentino il mal di testa.

$$X \sim Bin(8, 0.04)$$

$$P(X = 3) = \binom{8}{3} 0.04^3 (1 - 0.04)^5 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2} \times 0.000064 \times 0.815374 =$$
$$= 0.002922296 \approx 0.003$$

$$P(X = 8) = \binom{8}{8} 0.04^8 (1 - 0.04)^0 = 1 \times (6.55 \times 10^{-12}) \times 1 \approx 0$$

Es. 14 p. 136

In un test clinico sul Viagra è emerso che il 4% delle unità nel gruppo del placebo ha sofferto di mal di testa.

c) Se tutte le 8 unità che prendono il Viagra hanno mal di testa, sembrerebbe che il tasso in questo gruppo sia diverso che in quello del placebo…

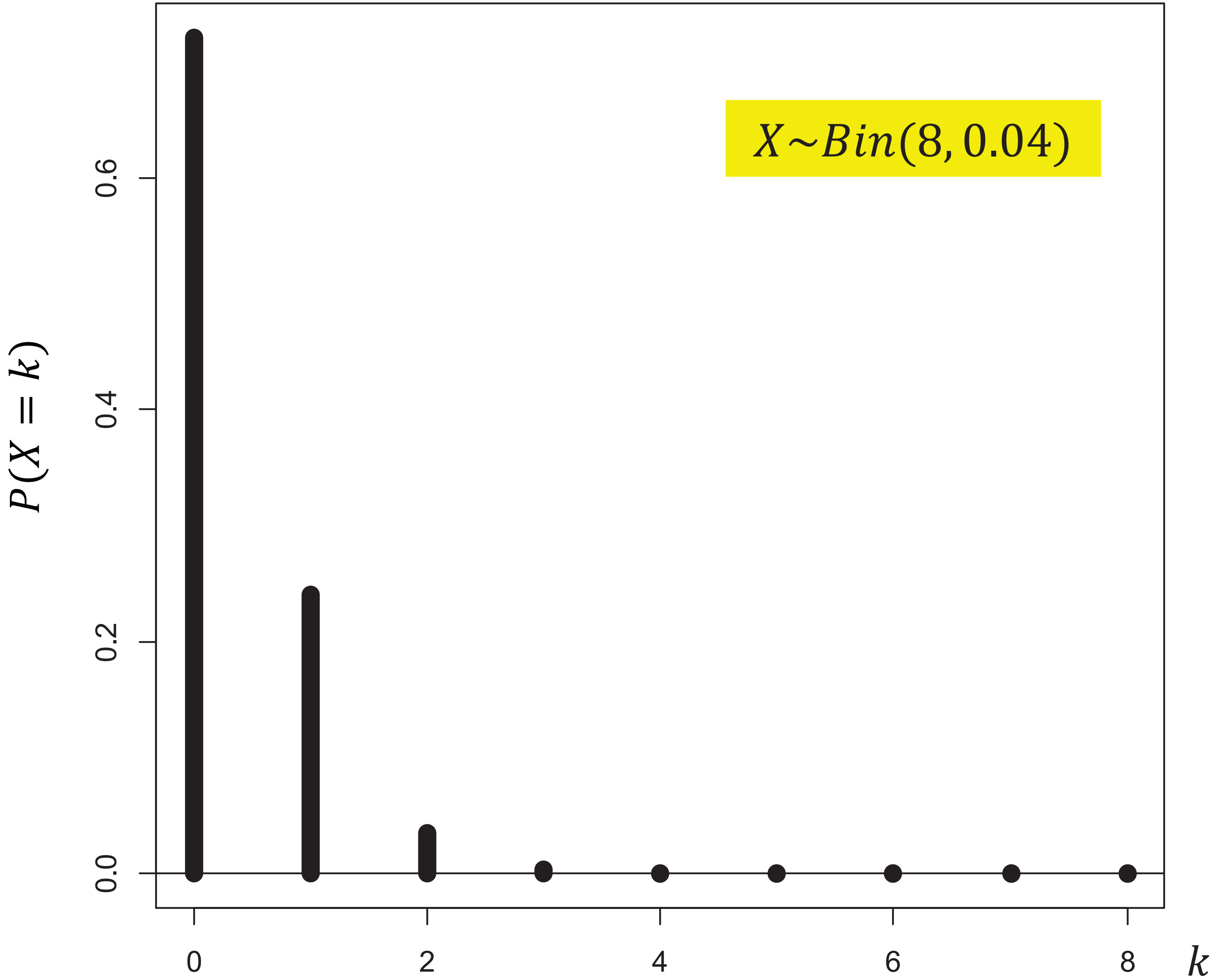
$$X \sim Bin(8, 0.04)$$

$$P(X=3) = \binom{8}{3} 0.04^3 (1-0.04)^5 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2} \times 0.000064 \times 0.815374 =$$
$$= 0.002922296 \approx 0.003$$

$$P(X=8) = \binom{8}{8} 0.04^8 (1-0.04)^0 = 1 \times (6.55 \times 10^{-12}) \times 1 \approx 0$$

Se la prob. di avere il mal di testa col V fosse 0.04 (4%), sarebbe praticamente impossibile avere 8 su 8 col mal di testa! Ma **se li osservo, allora è l'ipotesi $p = 0.04$ che non è supportata dai dati.**

Es. 14 p. 136



Es. 6 pg. 139

Per i guidatori tra i 20 ed i 24 anni di età c'è un tasso annuo del 34% di incidenti d'auto (National Safety Council). Un investigatore assicurativo trova che in un gruppo di 500 guidatori scelti a caso a NY tra i 20 e i 24 anni il 42% ha avuto un incidente lo scorso anno.

a) quanti dei 500 hanno avuto un incidente?

Es. 6 pg. 139

Per i guidatori tra i 20 ed i 24 anni di età c'è un tasso annuo del 34% di incidenti d'auto (National Safety Council). Un investigatore assicurativo trova che in un gruppo di 500 guidatori scelti a caso a NY tra i 20 e i 24 anni il 42% ha avuto un incidente lo scorso anno.

a) quanti dei 500 hanno avuto un incidente?

Tra i 500 di NY, $500 \times 0.42 = 210$ hanno avuto un incidente

Es. 6 pg. 139

Per i guidatori tra i 20 ed i 24 anni di età c'è un tasso annuo del 34% di incidenti d'auto (National Safety Council). Un investigatore assicurativo trova che in un gruppo di 500 guidatori scelti a caso a NY tra i 20 e i 24 anni il 42% ha avuto un incidente lo scorso anno.

b) Calcolare valore atteso e deviazione standard del numero di incidenti secondo il NSF tra i 500

Tra i 500 di NY, $500 \times 0.42 = 210$ hanno avuto un incidente

$$X \sim Bin(500, 0.34) \Rightarrow$$
$$E(X) = 500 \times 0.34 = 170, Var(X) = 500 \times 0.34 \times 0.66 = 112.2$$
$$\Rightarrow \sqrt{Var(X)} = 10.59$$

Es. 6 pg. 139

Per i guidatori tra i 20 ed i 24 anni di età c'è un tasso annuo del 34% di incidenti d'auto (National Safety Council). Un investigatore assicurativo trova che in un gruppo di 500 guidatori scelti a caso a NY tra i 20 e i 24 anni il 42% ha avuto un incidente lo scorso anno.

c) Il risultato di NY sembra inusuale rispetto ai valori NSC? Si potrebbero giustificare assicurazioni più care per i Newyorkesi?

Tra i 500 di NY, $500 \times 0.42 = 210$ hanno avuto un incidente

$$X \sim Bin(500, 0.34) \Rightarrow$$
$$E(X) = 500 \times 0.34 = 170, Var(X) = 500 \times 0.34 \times 0.66 = 112.2$$
$$\Rightarrow \sqrt{Var(X)} = 10.59$$

Usiamo la "regola del *range*" per la distribuzione di X :

$(170 - 2 \times 10.59, 170 + 2 \times 10.59) = (\mathbf{148.82}, \mathbf{191.18}) \Rightarrow$ i 210 incidenti osservati a NY l'anno scorso costituiscono un valore inusuale, e potrebbero giustificare il più alto valore dei premi assicurativi.

Es. 6 pg. 139

Per i guidatori tra i 20 ed i 24 anni di età c'è un tasso annuo del 34% di incidenti d'auto (National Safety Council). Un investigatore assicurativo trova che in un gruppo di 500 guidatori scelti a caso a NY tra i 20 e i 24 anni il 42% ha avuto un incidente lo scorso anno.

c) Il risultato di NY sembra inusuale rispetto ai valori NSC? Si potrebbero giustificare assicurazioni più care per i Newyorkesi?

Tra i 500 di NY, $500 \times 0.42 = 210$ hanno avuto un incidente

$$X \sim Bin(500, 0.34) \Rightarrow P(149 \leq X \leq 191) = 0.96 \quad \text{(con software statistico)}$$

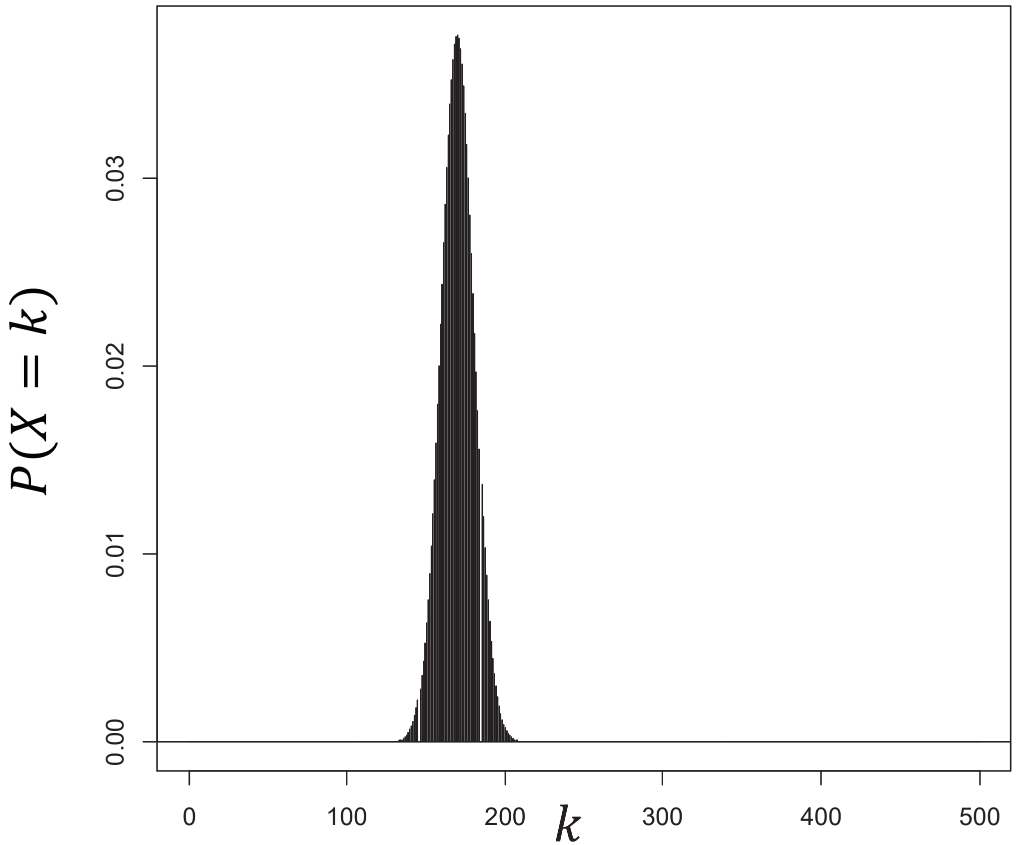
e $P(X \geq 210) = 0.00012$

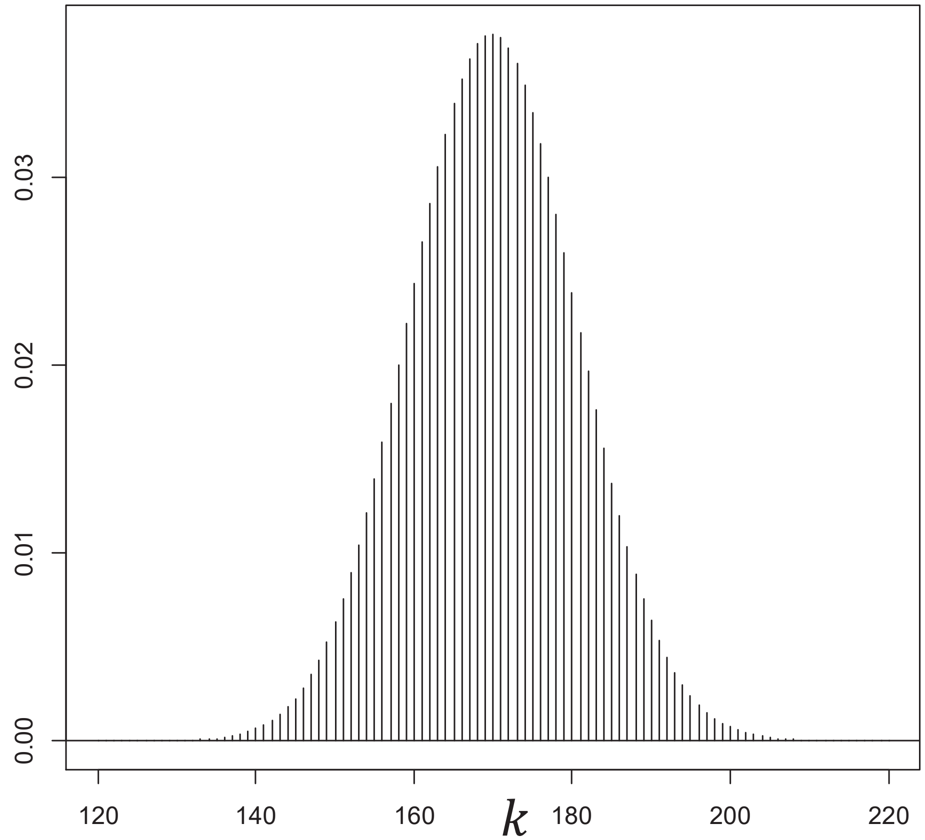
Usiamo la "regola del *range*" per la distribuzione di X :

$(170 - 2 \times 10.59, 170 + 2 \times 10.59) = (\mathbf{148.82}, \mathbf{191.18}) \Rightarrow$ i 210 incidenti osservati a NY l'anno scorso costituiscono un valore inusuale, e potrebbero giustificare il più alto valore dei premi assicurativi.

Es. 6 p. 139

$Bin(500, 0.34)$





STATISTICA

Modelli probabilistici

Variabili continue

Durante le verifiche sulla qualità dell'acqua potabile di Milano si è misurata la **quantità presente nell'acqua di arsenico**, ottenendo i seguenti **valori campionari**: 15, 12.5, 7.0, 13.0, 7.5 $\mu\mathrm{g}/\mathrm{L}$.

Sapendo che la legge impone una soglia massima per l'arsenico di 10 $\mu\mathrm{g}/\mathrm{L}$, si può affermare che l'acqua potabile di Milano non è a norma di legge?

Quale modello probabilistico per la quantità di arsenico nell'acqua di Milano?

Variabili continue

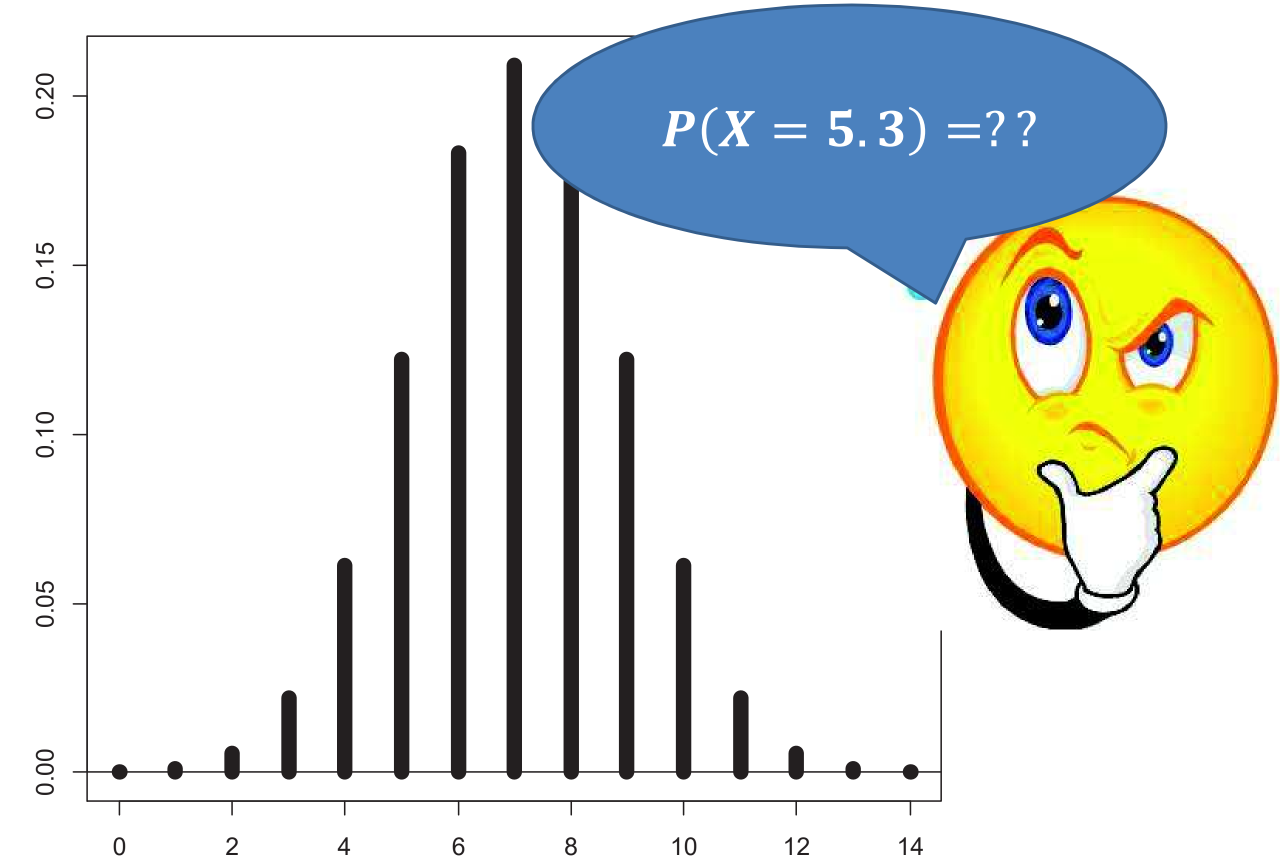
X sia la variabile che dice quanto arsenico c'è in un campione di acqua milanese, in $\mu\mathrm{g/L}$.

$$\boldsymbol{X} : \quad (\cdots) \rightarrow (\mathbf{0}, +\infty)$$

Variabili continue

X sia la variabile che dice quanto arsenico c'è in un campione di acqua milanese, in μg/L.

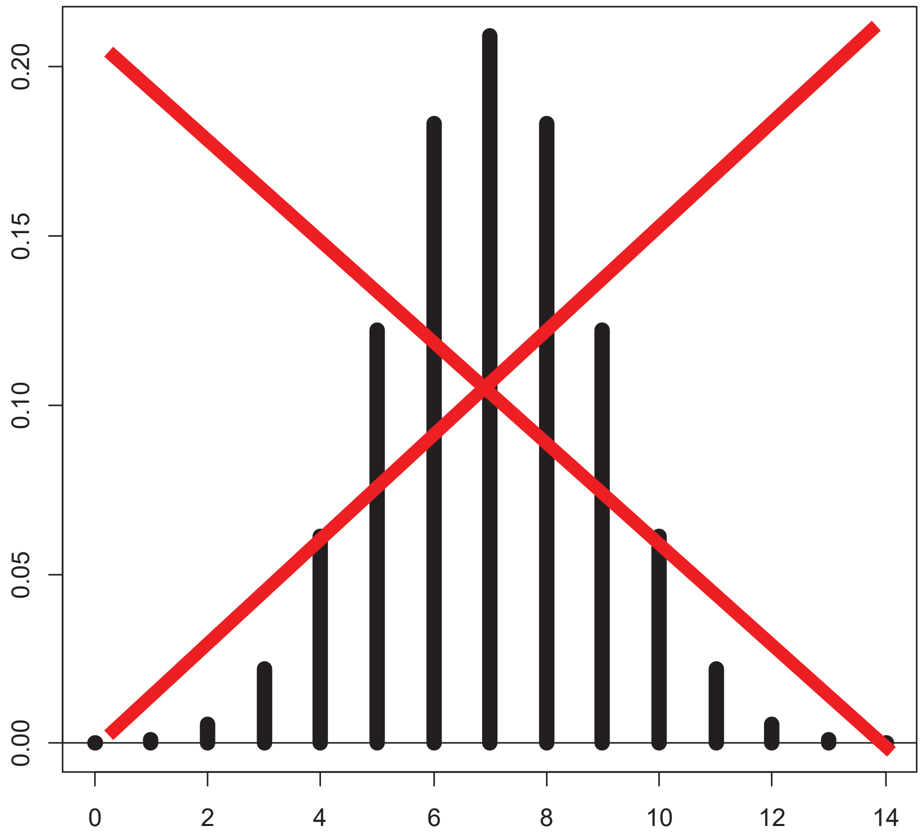
$$X : \quad (\cdots) \to (0, +\infty)$$

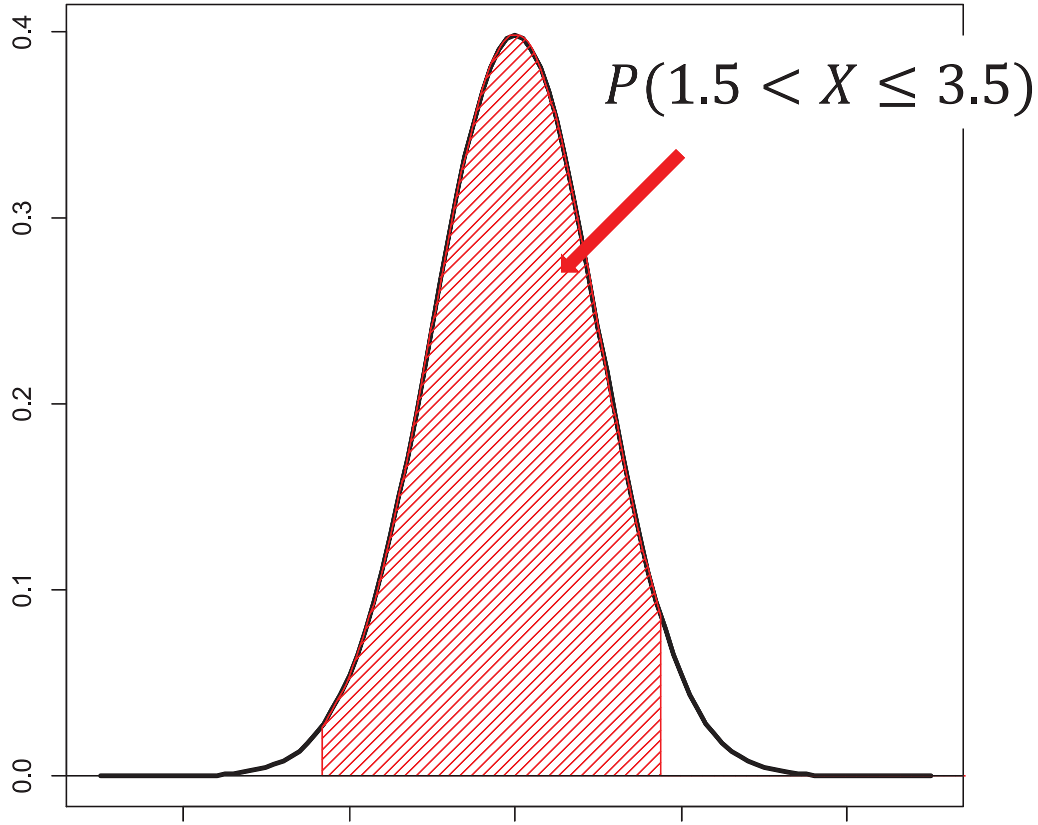


Variabili **continue**

X sia la variabile che dice quanto arsenico c'è in un campione di acqua milanese, in μg/L.

$$\boldsymbol{X}: \quad (\cdots) \to (\mathbf{0}, +\infty)$$





Variabili **continue**

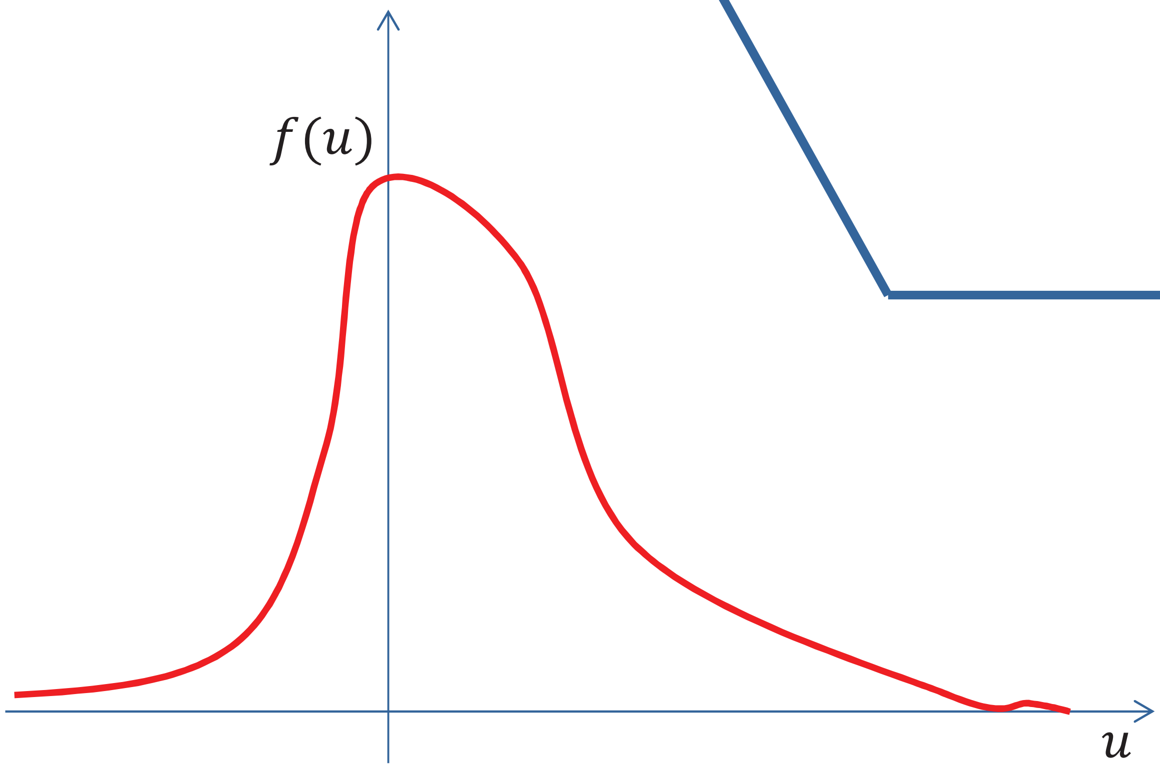
$$X : \quad (\cdots) \rightarrow \mathbb{R}$$

distribuzione: $P(X \leq x)$ **per ogni valore di** $x \in \mathbb{R}$

Variabili continue

$$\boldsymbol{X}: \quad (\cdots) \to \mathbb{R}$$

distribuzione: $\boldsymbol{P(X \leq x)}$ **per ogni valore di** $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}$



densità

$$\boldsymbol{f(u) > 0}$$

area sotto la curva = 1

$$P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du$$

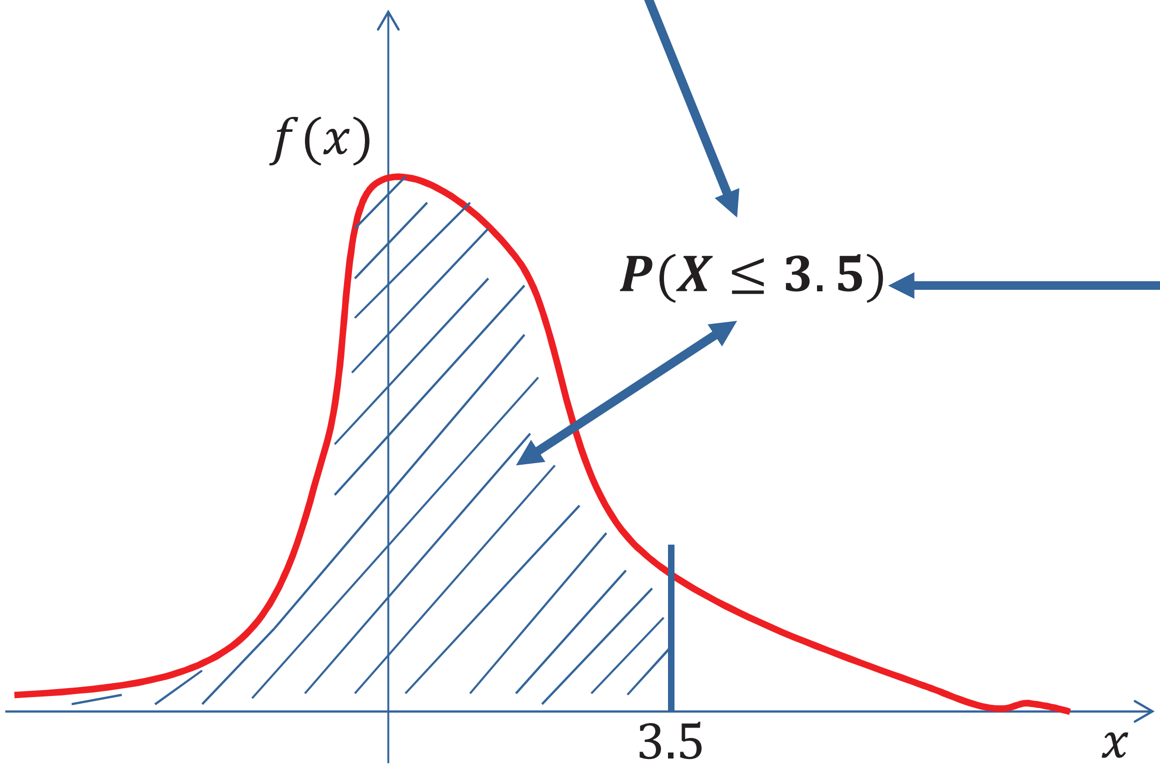
$$P(a < X \leq b) = \int_{a}^{b} f(u)du$$

$$P(X = x) = 0$$

Variabili continue

$$\boldsymbol{X}: \quad (\cdots) \rightarrow \mathbb{R}$$

distribuzione: $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X} \leq \boldsymbol{x})$ **per ogni valore di** $\boldsymbol{x}$



densità

$f(u) > 0$

area sotto la curva = 1

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X} \leq \boldsymbol{x}) = \int_{-\infty}^{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{du}$$

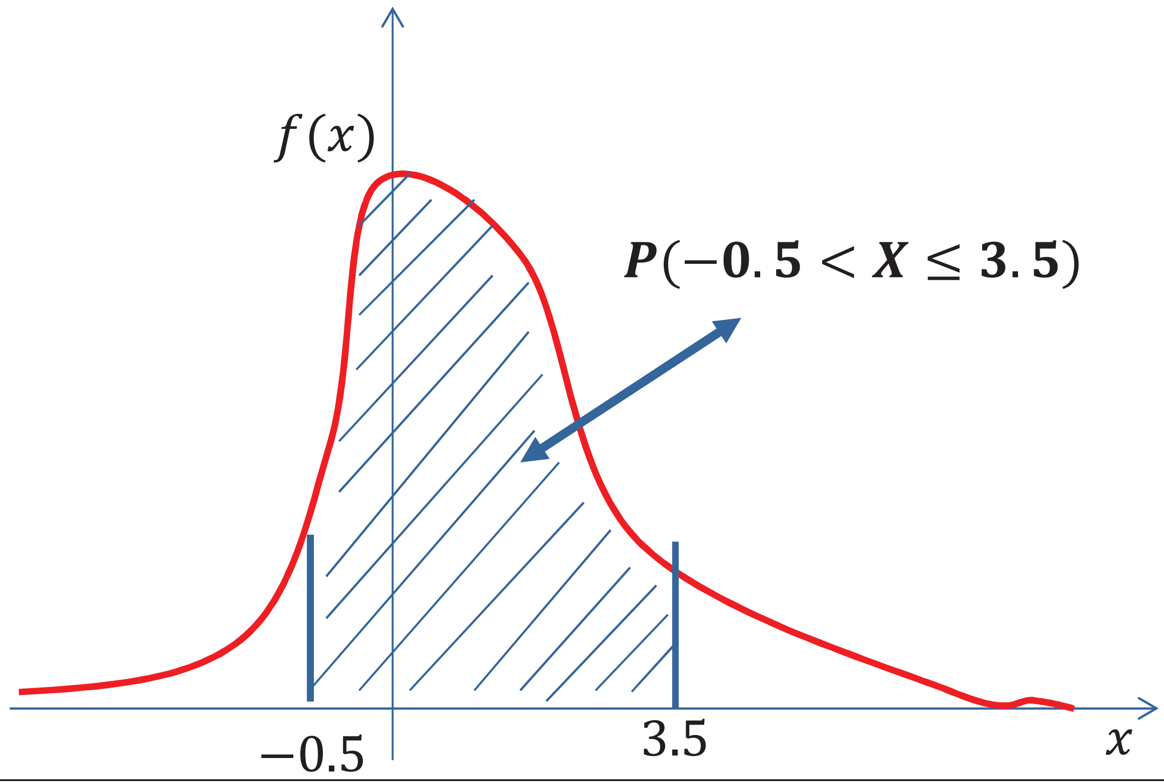
$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f(u)du$$

$$P(X = x) = 0$$

Variabili continue

$$\boldsymbol{X}: \quad (\cdots) \to \mathbb{R}$$

distribuzione: $\boldsymbol{P(X \leq x)}$ **per ogni valore di** $\boldsymbol{x}$



densità

$$f(u) > 0$$

area sotto la curva = 1

$$P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du$$

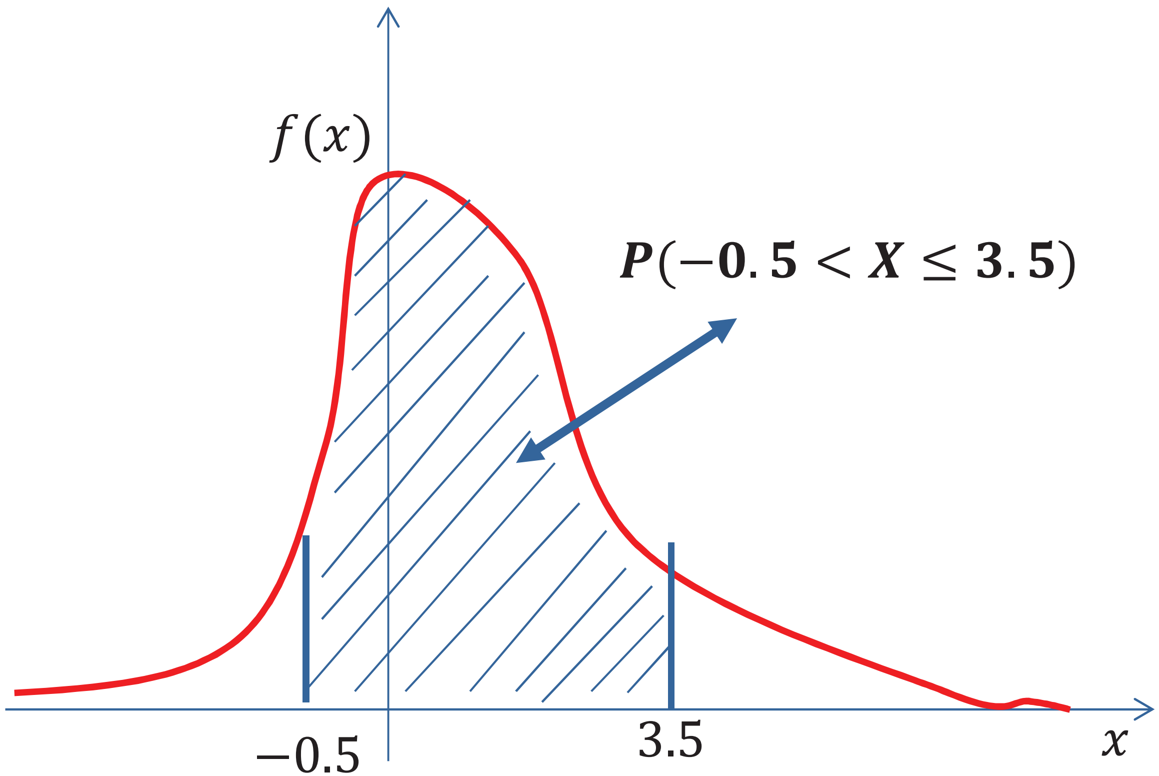
$$\boldsymbol{P(a < X \leq b) = \int_{a}^{b} f(u)du}$$

$$P(X = x) = 0$$

Variabili continue

$$\boldsymbol{X}: \quad (\cdots) \to \mathbb{R}$$

distribuzione: $P(X \leq x)$ **per ogni valore di** x



densità

$$f(u) > 0$$

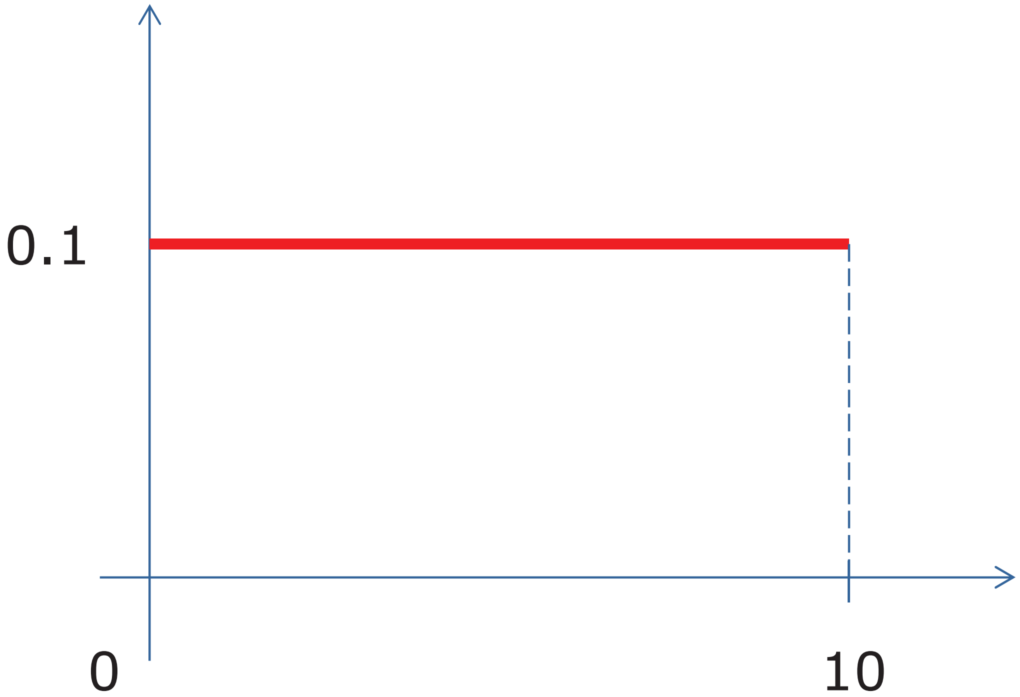
area sotto la curva = 1

$$P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du$$

$$\boldsymbol{P(a < X \leq b) = \int_{a}^{b} f(u)du}$$

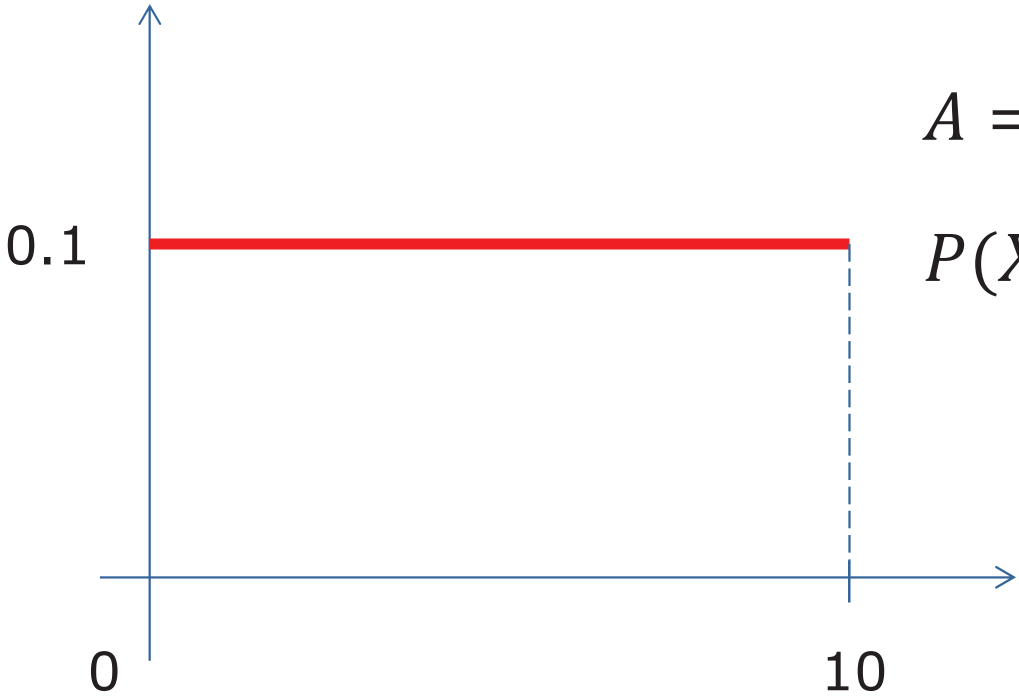
$$P(X = x) = 0$$

Distribuzione Uniforme



$Unif(0, 10)$

Distribuzione Uniforme

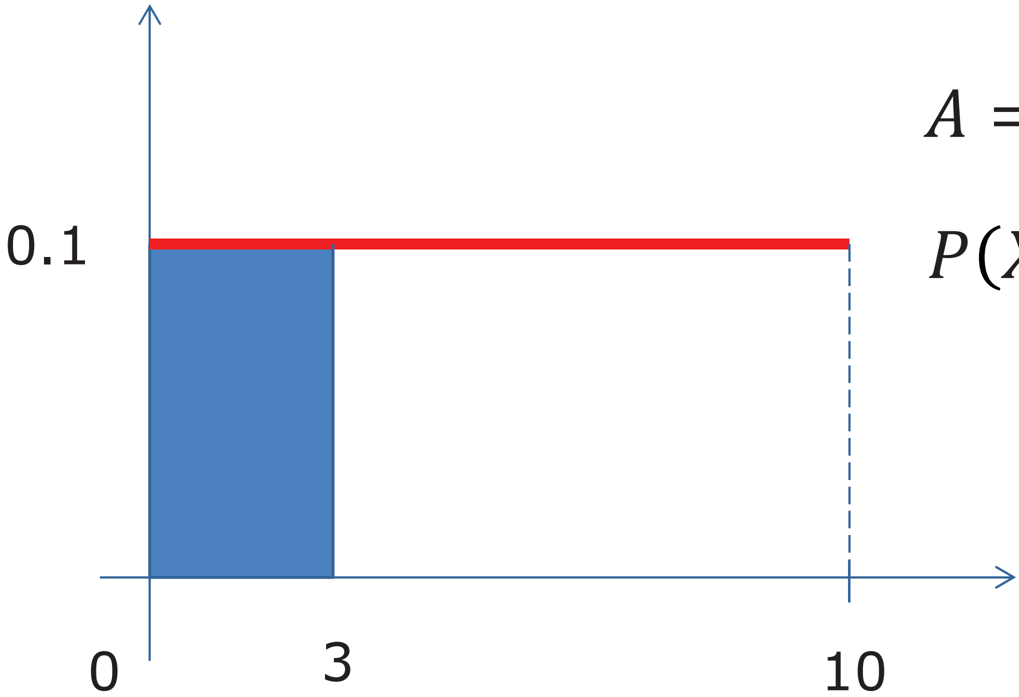


$Unif(0, 10)$

$A = 1$

$P(X \leq 3) =$

Distribuzione Uniforme

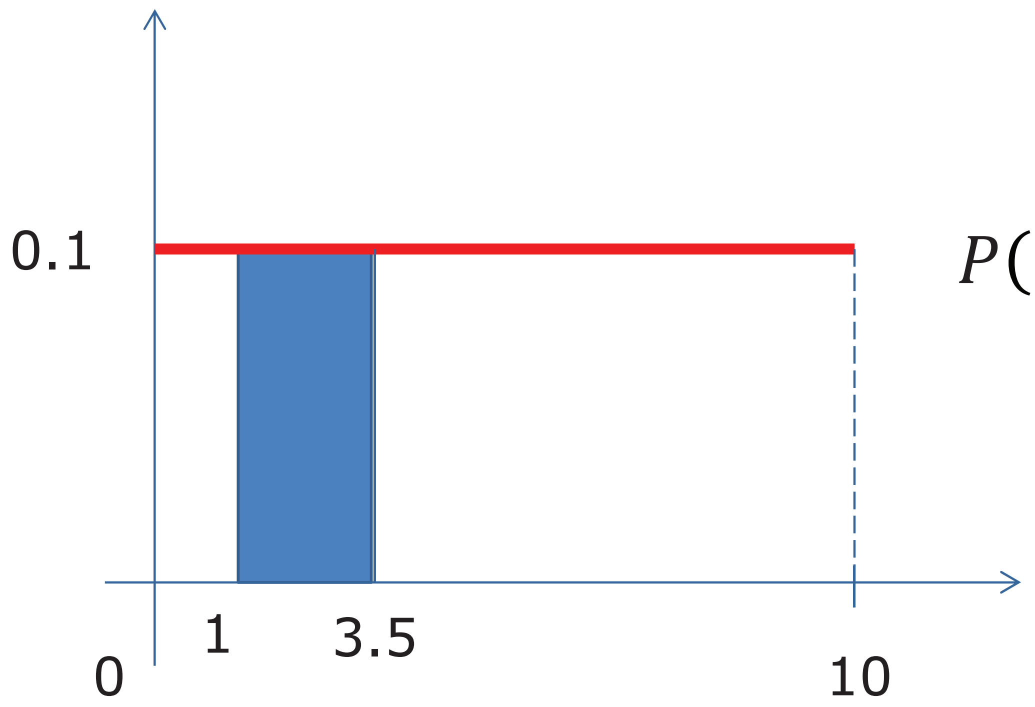


$Unif(0, 10)$

$A = 1$

$P(X \leq 3) = 3 \times 0.1 = 0.3$

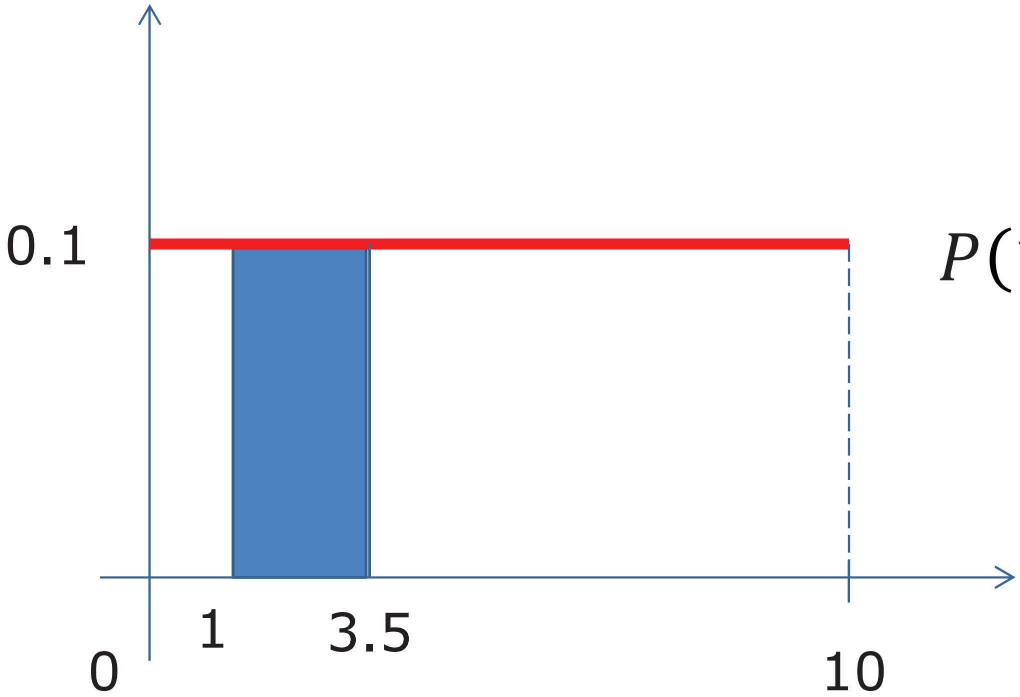
Distribuzione Uniforme



$Unif(0, 10)$

$P(1 \leq X \leq 3.5) =$

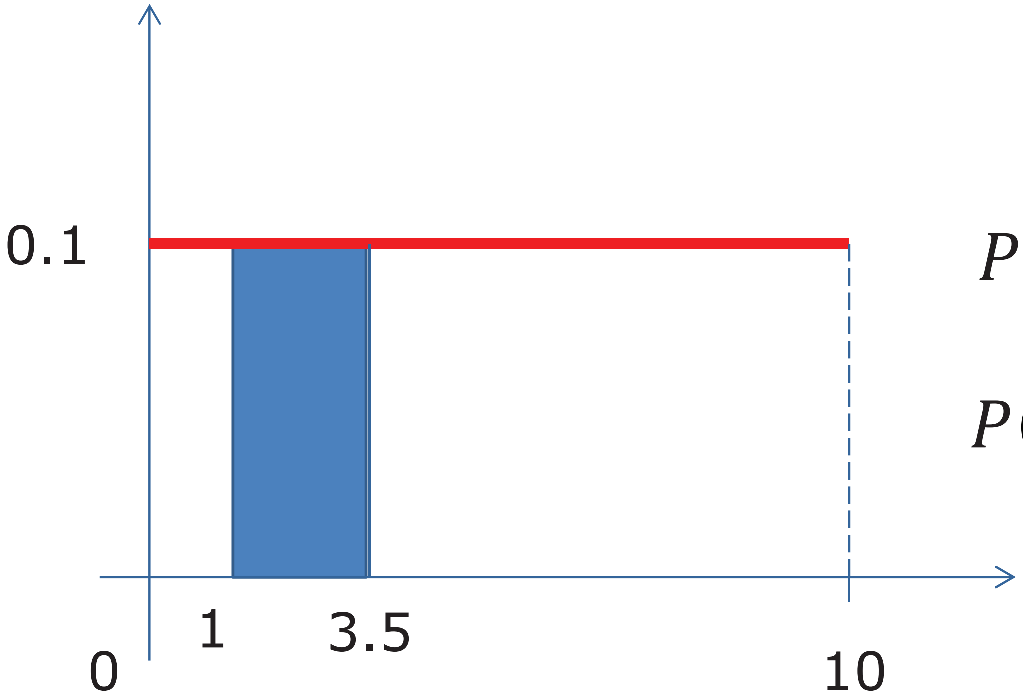
Distribuzione Uniforme



$$Unif\,(0, 10)$$

$$P(1 \le X \le 3.5) = (3.5 - 1) \times 0.1$$
$$= 0.25$$

Distribuzione Uniforme



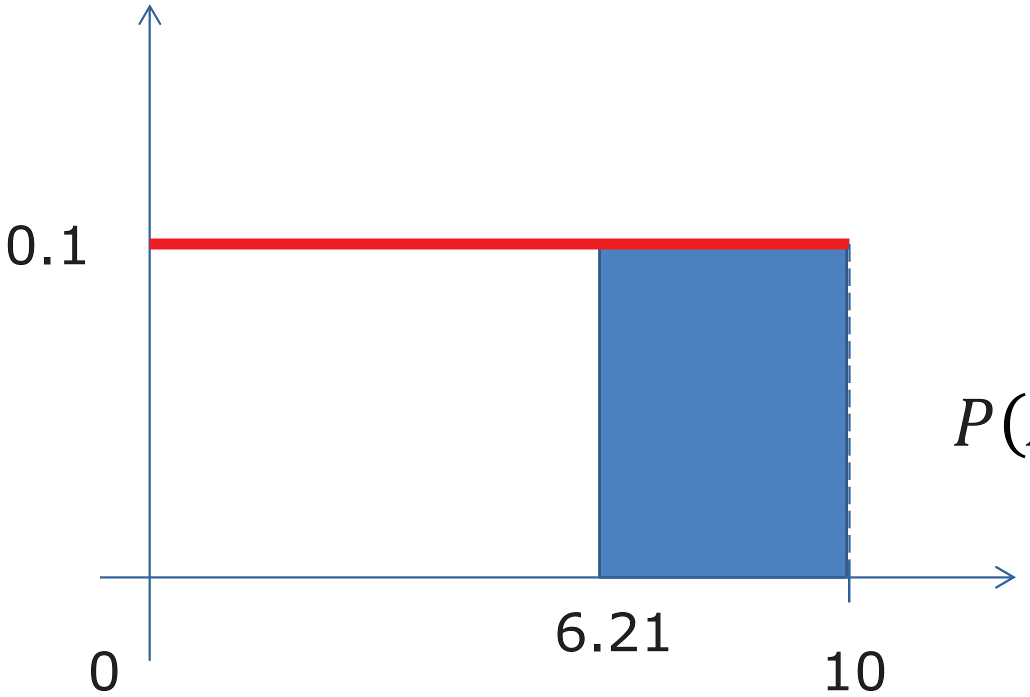
$$Unif(0, 10)$$

$$P(1 \leq X \leq 3.5) = (3.5 - 1) \times 0.1$$
$$= 0.25$$

$$P(1 < X < 3.5) = ???$$

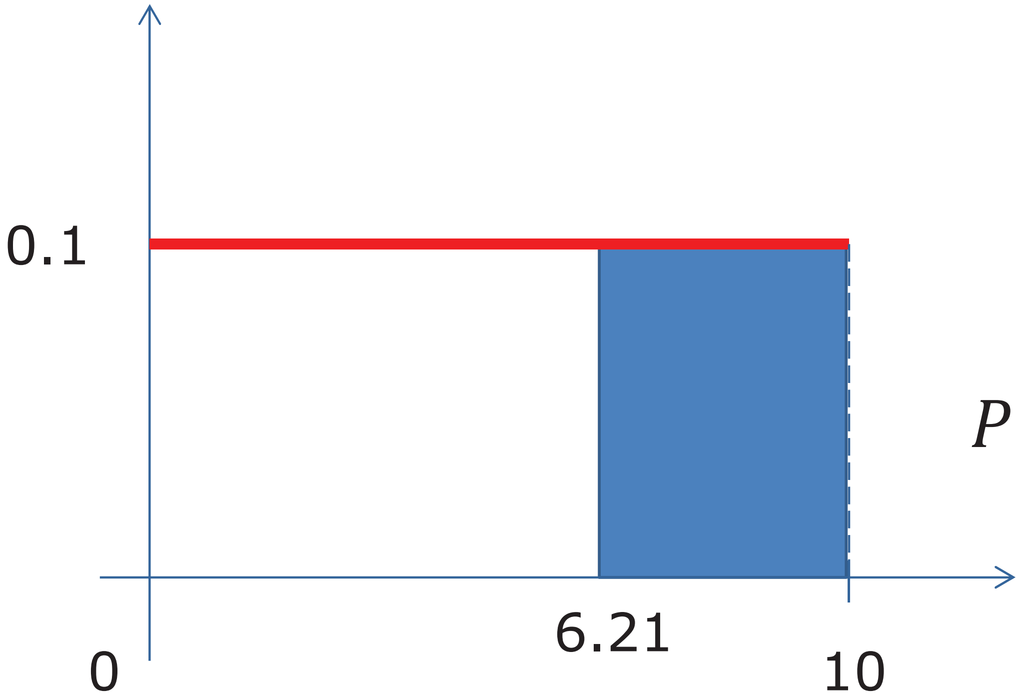
Distribuzione Uniforme

$Unif(0, 10)$



$P(X > 6.21) =$

Distribuzione Uniforme

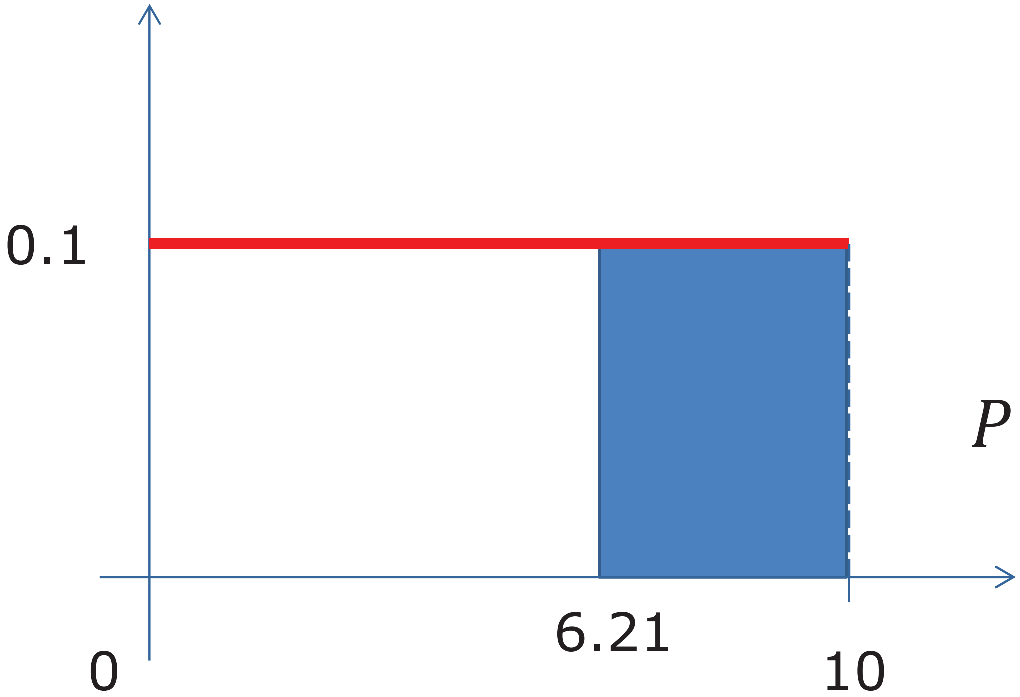


$$Unif(0, 10)$$

$$P(X > 6.21) = (10 - 6.21) \times 0.1$$
$$= 0.379$$

Distribuzione Uniforme

$Unif(0, 10)$



$$P(X > 6.21) = (10 - 6.21) \times 0.1$$
$$= 0.379$$

$$P(X > 6.21) = 1 - P(X \leq 6.21) =$$
$$= 1 - 6.21 \times 0.1 = 1 - 0.621 = 0.379$$

Valore atteso e varianza

$$E(X) = \sum_{i=1,\ldots,n} x_i P(X = x_i)$$

$$Var(X) = \sum_{i=1,\ldots,n} (x_i - E(X))^2 P(X = x_i)$$

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

tanto per saperlo...

Valore atteso e varianza

$$E(X) = \sum_{i=1,\dots,n} x_i P(X = x_i)$$

$$Var(X) = \sum_{i=1,\dots,n} (x_i - E(X))^2 P(X = x_i)$$

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} u f(u) du$$

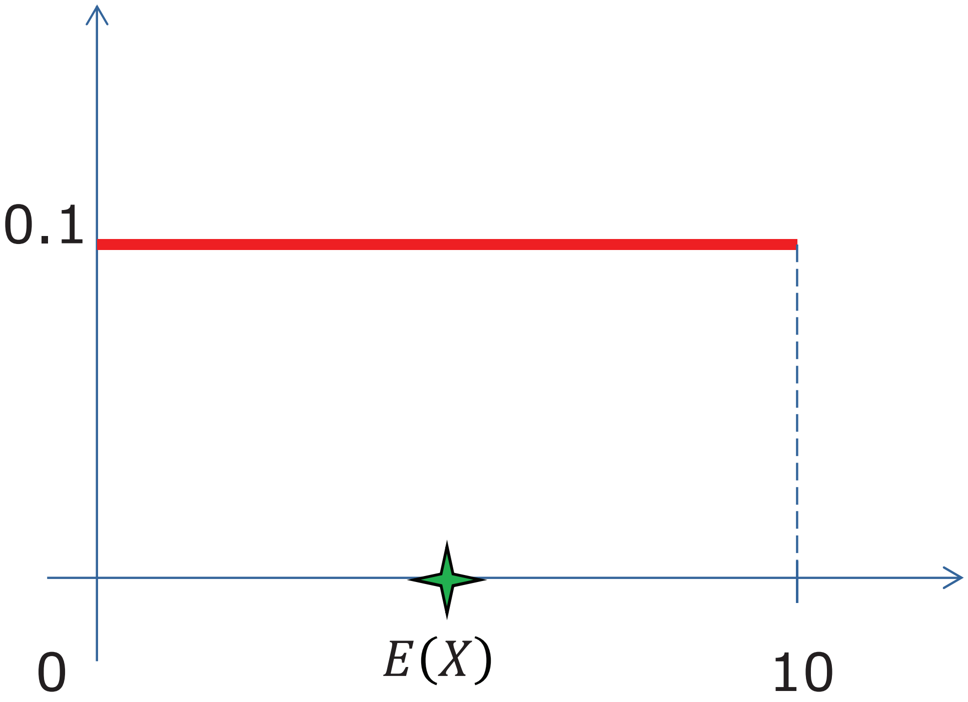
$$Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (u - E(X))^2 f(u) du$$

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} u^2 f(u) du$$

$$\boxed{Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2}$$

tanto per saperlo...

Valore atteso e varianza

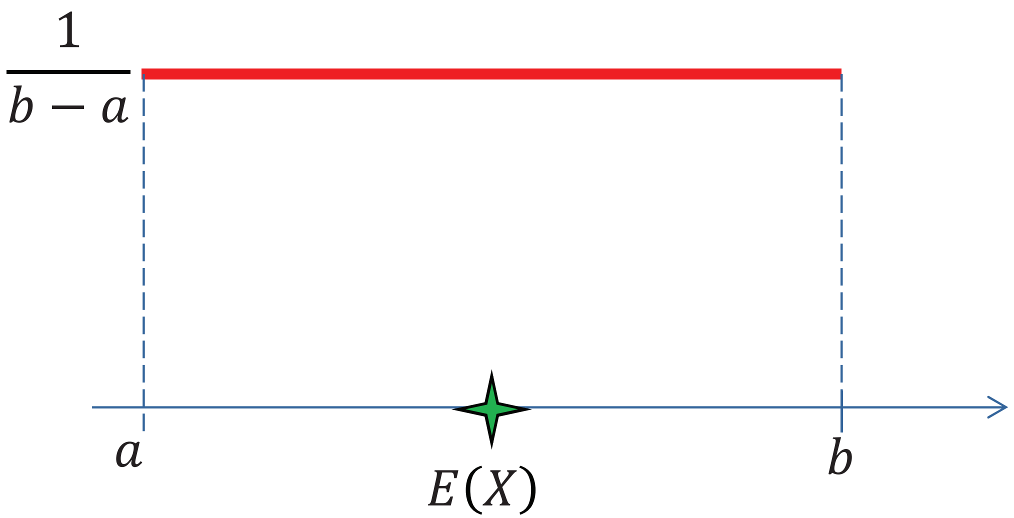


$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} uf(u)du = \int_{0}^{10} 0.1udu = 0.1 \times \left(\frac{10^2}{2}\right) = 5$$

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (u - E(X))^2 f(u)du = \int_{0}^{10} 0.1(u - 5)^2 du = \frac{100^2}{12} = 8.33$$

tanto per saperlo...

Valore atteso e varianza



$$\boldsymbol{Unif(a,b)}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} uf(u)du = \int_a^b \frac{1}{b-a} udu = \frac{1}{b-a} \times \left(\frac{b^2-a^2}{2}\right) = \frac{a+b}{2}$$

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (u-E(X))^2 f(u)du = \int_a^b \frac{1}{b-a} (u-E(X))^2 du = \frac{(b-a)^2}{12}$$