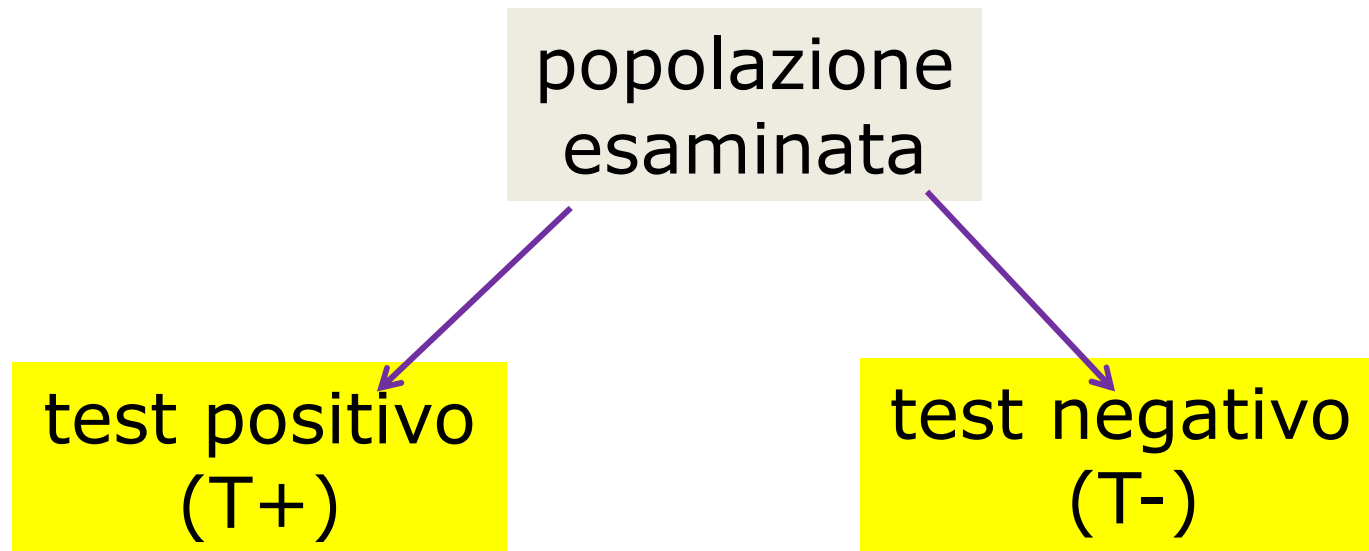
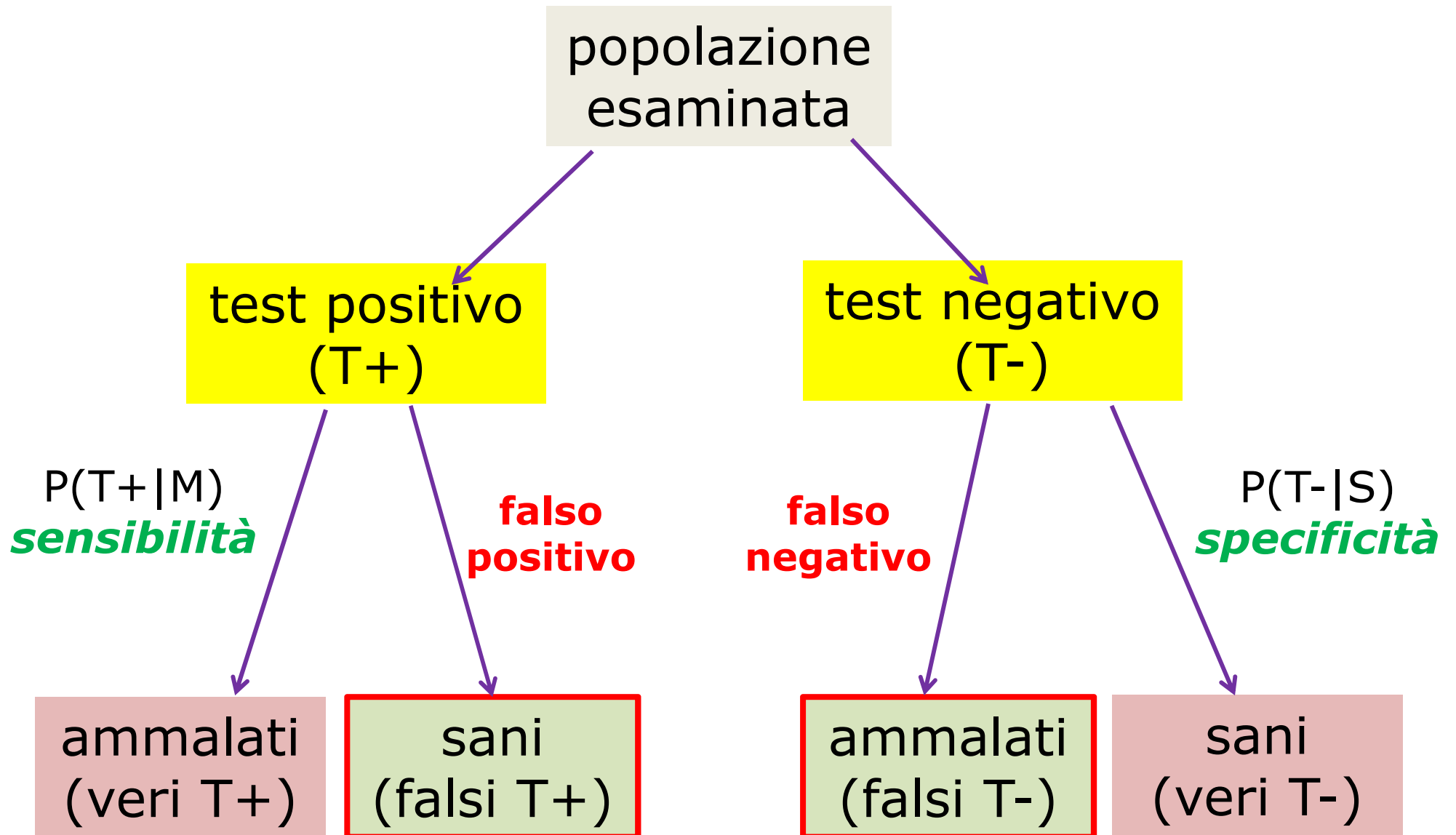


Gli esami (o test) clinici



Gli esami clinici



Gli esami clinici

		Golden test (realtà)	
		Malato	Sano
Test	T+	a	b
	T-	c	d
		a+c	b+d

$$P(T+ | M) = \frac{a}{a+c} , \text{ *sensibilità* } (\alpha)$$

$$P(T- | S) = \frac{d}{b+d} , \text{ *specificità* } (\beta)$$

dichiarati dal
produttore del
test

Gli esami clinici

		Golden test (realtà)	
		Incinta	Non inc.
Test	T+	80	3
	T-	5	11
		85	14

$$P(T+ | \text{Inc.}) = \frac{80}{85} = 0.941 \text{ , } \textit{sensibilità } (\alpha)$$

$$P(T- | \text{Non inc.}) = \frac{11}{14} = 0.786 \text{ , } \textit{specificità } (\beta)$$

Gli esami clinici

$p = P(M)$ *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo t una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|S) = \beta$

$$P(M|T+) =$$

$$P(S|T-) =$$

Gli esami clinici

$p = P(M)$ *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo t una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|S) = \beta$

$P(M|T+)$

$$= \frac{P(M \cap T+)}{P(T+)} = \frac{P(T+|M)P(M)}{P(T+|M)P(M) + P(T+|S)P(S)} = \frac{\alpha p}{\alpha p + (1-\beta)(1-p)}$$

Gli esami clinici

$p = P(M)$ *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo t una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|S) = \beta$

$$\begin{aligned} &P(M|T+) \\ &= \frac{P(M \cap T+)}{P(T+)} = \frac{P(T+|M)P(M)}{P(T+|M)P(M) + P(T+|S)P(S)} = \frac{\alpha p}{\alpha p + (1-\beta)(1-p)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &P(S|T-) \\ &= \frac{P(S \cap T-)}{P(T-)} = \frac{P(T-|S)P(S)}{P(T-|S)P(S) + P(T-|M)P(M)} = \frac{\beta(1-p)}{\beta(1-p) + (1-\alpha)p} \end{aligned}$$

Gli esami clinici

$p = P(M)$ *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo t una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|S) = \beta$

$$P(M|T+) = \frac{\alpha p}{\alpha p + (1-\beta)(1-p)}$$

$$\begin{aligned} p &= 0.10 \\ \alpha &= 0.98 \\ \beta &= 0.98 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(M|T+) &= 0.845 \\ P(S|T-) &= 0.998 \end{aligned}$$

$$P(S|T-) = \frac{\beta(1-p)}{\beta(1-p) + (1-\alpha)p}$$

valore predittivo
positivo o negativo

Gli esami clinici

$p = P(M)$ *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo t una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|S) = \beta$

$$P(M|T+) = \frac{\alpha p}{\alpha p + (1 - \beta)(1 - p)}$$

$$\begin{aligned} p &= 0.10 \\ \alpha &= 0.98 \\ \beta &= 0.98 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(M|T+) &= 0.845 \\ P(S|T-) &= 0.998 \end{aligned}$$

$$P(S|T-) = \frac{\beta(1-p)}{\beta(1-p) + (1-\alpha)p}$$

$$P(T+) = \alpha p + (1 - \beta)(1 - p) = 0.116$$

Gli esami clinici

$p = P(M)$ *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo t una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|S) = \beta$

$$\begin{array}{l} p = 0.10 \\ \alpha = 0.98 \\ \beta = 0.98 \end{array} \quad \begin{array}{l} P(T+) = 0.116 \\ P(M|T+) = 0.845 \\ P(S|T-) = 0.998 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p = 0.01 \\ \alpha = 0.98 \\ \beta = 0.98 \end{array} \quad \begin{array}{l} P(T+) = 0.0296 \\ P(M|T+) = 0.331 \\ P(S|T-) = 1 \end{array}$$

Gli esami clinici

$p = P(M)$ *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo t una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|S) = \beta$

$p = 0.10$	$P(T+) = 0.116$
$\alpha = 0.98$	$P(M T+) = 0.845$
$\beta = 0.98$	$P(S T-) = 0.998$

$p = 0.01$	$P(T+) = 0.0296$
$\alpha = 0.98$	$P(M T+) = 0.331$
$\beta = 0.98$	$P(S T-) = 1$



$p = 0.01$	$P(T+) = 0.0197$
$\alpha = 0.98$	$P(M T+) = 0.497$
$\beta = 0.99$	$P(S T-) = 0.9998$

Gli esami clinici

$p = P(M)$ *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo t una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|S) = \beta$

$p = 0.10$	$P(T+) = 0.116$
$\alpha = 0.98$	$P(M T+) = 0.845$
$\beta = 0.98$	$P(S T-) = 0.998$

$p = 0.01$	$P(T+) = 0.0296$
$\alpha = 0.98$	$P(M T+) = 0.331$
$\beta = 0.98$	$P(S T-) = 1$

$p = 0.01$	$P(T+) = 0.0197$
$\alpha = 0.98$	$P(M T+) = 0.497$
$\beta = 0.99$	$P(S T-) = 0.9998$

$p = 0.01$	$P(T+) = 0.0198$
$\alpha = 0.99$	$P(M T+) = 0.5$
$\beta = 0.99$	$P(S T-) = 0.9998$



Gli esami clinici

$p = P(M)$ *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo t una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|S) = \beta$

$$\begin{aligned} p &= 0.10 & P(T+) &= 0.116 \\ \alpha &= 0.98 & P(M|T+) &= 0.845 \\ \beta &= 0.98 & P(S|T-) &= 0.998 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= 0.01 & P(T+) &= 0.0296 \\ \alpha &= 0.98 & P(M|T+) &= 0.331 \\ \beta &= 0.98 & P(S|T-) &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(T+) &= 0.01 \\ P(M|T+) &= 0.90 \\ P(S|T-) &= 0.999 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= 0.01 \\ \alpha &= 0.90 \\ \beta &= 0.999 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= 0.01 & P(T+) &= 0.0197 \\ \alpha &= 0.98 & P(M|T+) &= 0.497 \\ \beta &= 0.99 & P(S|T-) &= 0.9998 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= 0.01 & P(T+) &= 0.0198 \\ \alpha &= 0.99 & P(M|T+) &= 0.5 \\ \beta &= 0.99 & P(S|T-) &= 0.9998 \end{aligned}$$

Gli esami clinici

$p = P(M)$ *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo t una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|S) = \beta$

$$\begin{array}{l} p = 0.10 \\ \alpha = 0.98 \\ \beta = 0.98 \end{array} \quad \begin{array}{l} P(T+) = 0.116 \\ P(M|T+) = 0.845 \\ P(S|T-) = 0.998 \end{array}$$

screening

$$\begin{array}{l} p = 0.80 \\ \alpha = 0.98 \\ \beta = 0.98 \end{array} \quad \begin{array}{l} P(T+) = 0.788 \\ P(M|T+) = 0.994 \\ P(S|T-) = 0.924 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p = 0.01 \\ \alpha = 0.90 \\ \beta = 0.999 \end{array} \quad \begin{array}{l} P(T+) = 0.01 \\ P(M|T+) = 0.90 \\ P(S|T-) = 0.999 \end{array}$$

STATISTICA

ESERCIZI

Esercizio 3

Qual è la probabilità di ottenere almeno una testa lanciando tre volte una moneta equilibrata?

Esercizio 3

Qual è la probabilità di ottenere almeno una testa lanciando tre volte una moneta equilibrata?

TCC, CTC, CCT,
TTC, TCT, CTT,
TTT

Esercizio 3

Qual è la probabilità di ottenere almeno una testa lanciando tre volte una moneta equilibrata?

TCC, CTC, CCT,
TTC, TCT, CTT,
TTT



$$= 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

tutte croci

Esercizio 3

Qual è la probabilità di ottenere almeno una testa lanciando tre volte una moneta equilibrata?

$$= \frac{7}{8}$$

Qual è la probabilità che lanciando successivamente una moneta equilibrata, la prima volta di T sia al quinto lancio?

Esercizio 3

Qual è la probabilità di ottenere almeno una testa lanciando tre volte una moneta equilibrata?

$$= \frac{7}{8}$$

Qual è la probabilità che lanciando successivamente una moneta equilibrata, la prima volta di T sia al quinto lancio?

$$P(C \cap C \cap C \cap C \cap T) = \frac{1}{2^5} = 0.031$$

Esercizio 3

Qual è la probabilità di ottenere almeno una testa lanciando tre volte una moneta equilibrata?

$$= \frac{7}{8}$$

Qual è la probabilità che lanciando successivamente una moneta equilibrata, la prima volta di T sia al quinto lancio?

$$P(C \cap C \cap C \cap C \cap T) = \frac{1}{2^5} = 0.031$$

Se al quarto lancio non è ancora uscita T, qual è la probabilità che esca al quinto?

Esercizio 4

Un centralino ha tre linee telefoniche A, B, C che risultano libere con probabilità 0.7, 0.2, 0.3 rispettivamente. Componendo a caso uno dei tre numeri, qual è la probabilità di trovare la linea libera?

Esercizio 4

Un centralino ha tre linee telefoniche A, B, C che risultano libere con probabilità 0.7, 0.2, 0.3 rispettivamente. Componendo a caso uno dei tre numeri, qual è la probabilità di trovare la linea libera?

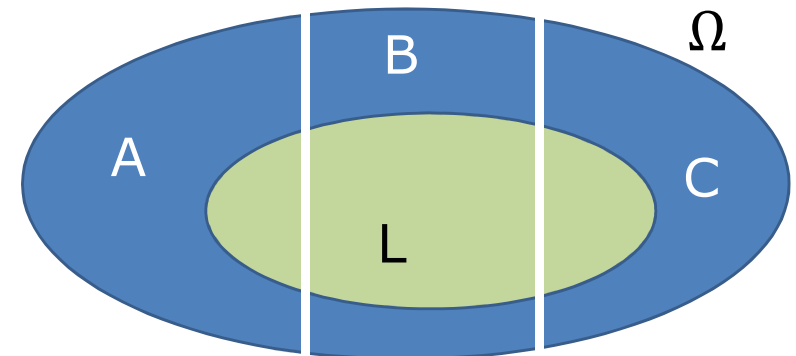
Consideriamo gli eventi:

A = si compone il numero A

B = si compone il numero B

C = si compone il numero C

L = la linea è libera



$$P(L) = P(A \cap L) + P(B \cap L) + P(C \cap L) =$$

Esercizio 4

Un centralino ha tre linee telefoniche A, B, C che risultano libere con probabilità 0.7, 0.2, 0.3 rispettivamente. Componendo a caso uno dei tre numeri, qual è la probabilità di trovare la linea libera?

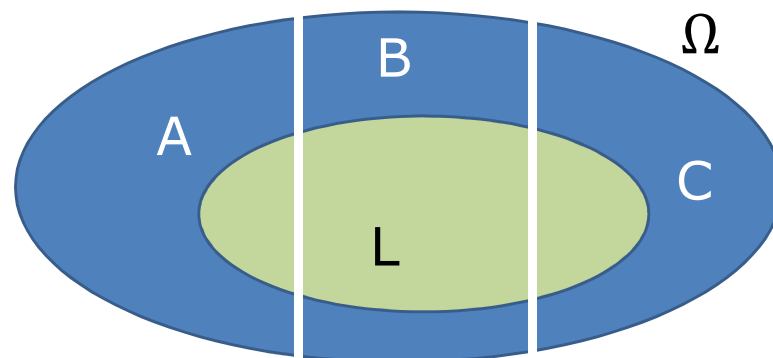
Consideriamo gli eventi:

A = si compone il numero A

B = si compone il numero B

C = si compone il numero C

L = la linea è libera



$$\begin{aligned} P(L) &= P(A \cap L) + P(B \cap L) + P(C \cap L) = P(L|A)P(A) + P(L|B)P(B) + P(L|C)P(C) = \\ &= 0.7 \times \frac{1}{3} + 0.2 \times \frac{1}{3} + 0.3 \times \frac{1}{3} = 1.2 \times \frac{1}{3} = 0.4 \end{aligned}$$

Esercizio 4

Un centralino ha tre linee telefoniche A, B, C che risultano libere con probabilità 0.7, 0.2, 0.3 rispettivamente. Qual è la probabilità di aver scelto il numero A se avete trovato la linea libera?

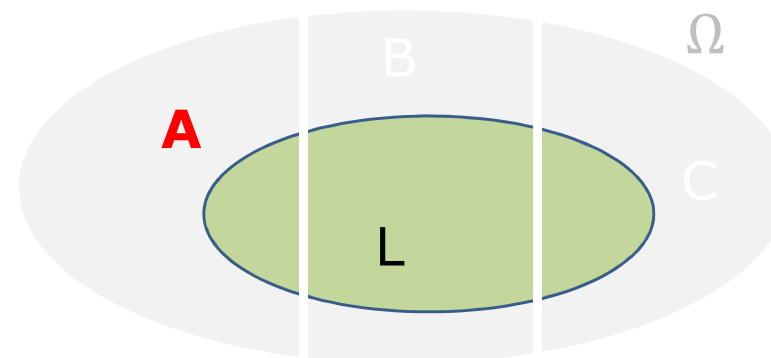
Consideriamo gli eventi:

A = si compone il numero A

B = si compone il numero B

C = si compone il numero C

L = la linea è libera



$$\begin{aligned} P(L) &= P(A \cap L) + P(B \cap L) + P(C \cap L) = P(L|A)P(A) + P(L|B)P(B) + P(L|C)P(C) = \\ &= 0.7 \times \frac{1}{3} + 0.2 \times \frac{1}{3} + 0.3 \times \frac{1}{3} = 1.2 \times \frac{1}{3} = 0.4 \end{aligned}$$

Esercizio 4

Un centralino ha tre linee telefoniche A, B, C che risultano libere con probabilità 0.7, 0.2, 0.3 rispettivamente. Qual è la probabilità di aver scelto il numero A se avete trovato la linea libera?

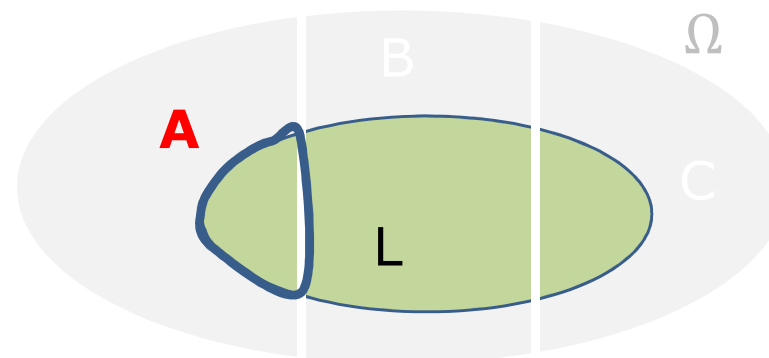
Consideriamo gli eventi:

A = si compone il numero A

B = si compone il numero B

C = si compone il numero C

L = la linea è libera



$$\begin{aligned} P(L) &= P(A \cap L) + P(B \cap L) + P(C \cap L) = P(L|A)P(A) + P(L|B)P(B) + P(L|C)P(C) = \\ &= 0.7 \times \frac{1}{3} + 0.2 \times \frac{1}{3} + 0.3 \times \frac{1}{3} = 1.2 \times \frac{1}{3} = 0.4 \end{aligned}$$

$$P(A|L) = \frac{P(A \cap L)}{P(L)} = \frac{P(L|A)P(A)}{0.4} = \frac{0.7 \times \frac{1}{3}}{0.4} = 0.583$$

Esercizio 1

Da un'indagine condotta su 56 partecipanti a un corso estivo è emerso che il numero di soggetti con un basso livello di soddisfazione è 7.

a) calcolare la prob. che estraendo **con reimmissione** 12 soggetti, 2 abbiano un basso livello di soddisfazione.

Esercizio 1

Da un'indagine condotta su 56 partecipanti a un corso estivo è emerso che il numero di soggetti con un basso livello di soddisfazione è 7.

a) calcolare la prob. che estraendo **con reimmissione** 12 soggetti, 2 abbiano un basso livello di soddisfazione.

“urna” con 7 rosse (**in**soddisfatti) e $56-7=49$ bianche (soddisfatti):

$$P(R_1 \cap R_2 \cap B_3 \cap \dots \cap B_{12}) =$$

Esercizio 1

Da un'indagine condotta su 56 partecipanti a un corso estivo è emerso che il numero di soggetti con un basso livello di soddisfazione è 7.

a) calcolare la prob. che estraendo **con reimmissione** 12 soggetti, 2 abbiano un basso livello di soddisfazione.

“urna” con 7 rosse (**in**soddisfatti) e $56-7=49$ bianche (soddisfatti):

$$P(R_1 \cap R_2 \cap B_3 \cap \dots \cap B_{12}) = \left(\frac{7}{56}\right)^2 \times \left(\frac{49}{56}\right)^{10}$$

Esercizio 1

Da un'indagine condotta su 56 partecipanti a un corso estivo è emerso che il numero di soggetti con un basso livello di soddisfazione è 7.

a) calcolare la prob. che estraendo **con reimmissione** 12 soggetti, 2 abbiano un basso livello di soddisfazione.

“urna” con 7 rosse (**in**soddisfatti) e $56-7=49$ bianche (soddisfatti):

$$P(R_1 \cap R_2 \cap B_3 \cap \dots \cap B_{12}) = \left(\frac{7}{56}\right)^2 \times \left(\frac{49}{56}\right)^{10}$$

$$P(R_1 \cap B_2 \cap R_3 \cap \dots \cap B_{12}) = \left(\frac{7}{56}\right)^2 \times \left(\frac{49}{56}\right)^{10}$$

Esercizio 1

Da un'indagine condotta su 56 partecipanti a un corso estivo è emerso che il numero di soggetti con un basso livello di soddisfazione è 7.

a) calcolare la prob. che estraendo **con reimmissione** 12 soggetti, 2 abbiano un basso livello di soddisfazione.

“urna” con 7 rosse (**in**soddisfatti) e $56-7=49$ bianche (soddisfatti):

$$P(R_1 \cap R_2 \cap B_3 \cap \dots \cap B_{12}) = \left(\frac{7}{56}\right)^2 \times \left(\frac{49}{56}\right)^{10}$$

$$P(R_1 \cap B_2 \cap R_3 \cap \dots \cap B_{12}) = \left(\frac{7}{56}\right)^2 \times \left(\frac{49}{56}\right)^{10}$$

...

$$P(B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap R_{11} \cap R_{12}) = \left(\frac{7}{56}\right)^2 \times \left(\frac{49}{56}\right)^{10}$$

Esercizio 1

Da un'indagine condotta su 56 partecipanti a un corso estivo è emerso che il numero di soggetti con un basso livello di soddisfazione è 7.

a) calcolare la prob. che estraendo **con reimmissione** 12 soggetti, 2 abbiano un basso livello di soddisfazione.

“urna” con 7 rosse (**in**soddisfatti) e $56-7=49$ bianche (soddisfatti):

$$P(R_1 \cap R_2 \cap B_3 \cap \dots \cap B_{12}) = \left(\frac{7}{56}\right)^2 \times \left(\frac{49}{56}\right)^{10}$$

$$P(R_1 \cap B_2 \cap R_3 \cap \dots \cap B_{12}) = \left(\frac{7}{56}\right)^2 \times \left(\frac{49}{56}\right)^{10}$$

...

$$P(B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap R_{11} \cap R_{12}) = \left(\frac{7}{56}\right)^2 \times \left(\frac{49}{56}\right)^{10}$$

$$\binom{12}{2} \times \left(\frac{7}{56}\right)^2 \times \left(\frac{49}{56}\right)^{10}$$

$$= 0.271$$

Esercizio 1

Da un'indagine condotta su 56 partecipanti a un corso estivo è emerso che il numero di soggetti con un basso livello di soddisfazione è 7.

b) calcolare la prob. che estraendo **2 diversi soggetti**, almeno uno dei due abbia un basso livello di soddisfazione.

Esercizio 1

Da un'indagine condotta su 56 partecipanti a un corso estivo è emerso che il numero di soggetti con un basso livello di soddisfazione è 7.

b) calcolare la prob. che estraendo **2 diversi soggetti**, almeno uno dei due abbia un basso livello di soddisfazione.



“urna” con 7 rosse e $56-7=49$ bianche: estraz. **senza reimmissione** di 2 soggetti

Esercizio 1

Da un'indagine condotta su 56 partecipanti a un corso estivo è emerso che il numero di soggetti con un basso livello di soddisfazione è 7.

b) calcolare la prob. che estraendo 2 diversi soggetti, **almeno uno dei due** abbia un basso livello di soddisfazione.

“urna” con 7 rosse e $56-7=49$ bianche: estraz. senza reimmissione di 2 soggetti

$$P(Ins_1 \cap Sodd_2) + P(Sodd_1 \cap Ins_2) + P(Ins_1 \cap Ins_2)$$



Esercizio 1

Da un'indagine condotta su 56 partecipanti a un corso estivo è emerso che il numero di soggetti con un basso livello di soddisfazione è 7.

b) calcolare la prob. che estraendo **2 diversi soggetti, almeno uno dei due** abbia un basso livello di soddisfazione.

“urna” con 7 rosse e $56-7=49$ bianche: estraz. senza reimmissione di 2 soggetti

$$\begin{aligned} &P(Ins_1 \cap Sodd_2) + P(Sodd_1 \cap Ins_2) + P(Ins_1 \cap Ins_2) = \\ &= P(R_1 \cap B_2) + P(B_1 \cap R_2) + P(R_1 \cap R_2) = \\ &= P(B_2|R_1)P(R_1) + P(R_2|B_1)P(B_1) + P(R_2|R_1)P(R_1) = \end{aligned}$$

Esercizio 1

Da un'indagine condotta su 56 partecipanti a un corso estivo è emerso che il numero di soggetti con un basso livello di soddisfazione è 7.

b) calcolare la prob. che estraendo **2 diversi soggetti, almeno uno dei due** abbia un basso livello di soddisfazione.

“urna” con 7 rosse e $56-7=49$ bianche: estraz. senza reimmissione di 2 soggetti

$$\begin{aligned} &P(Ins_1 \cap Sodd_2) + P(Sodd_1 \cap Ins_2) + P(Ins_1 \cap Ins_2) = \\ &= P(R_1 \cap B_2) + P(B_1 \cap R_2) + P(R_1 \cap R_2) = \\ &= P(B_2|R_1)P(R_1) + P(R_2|B_1)P(B_1) + P(R_2|R_1)P(R_1) = \\ &= \frac{7}{56} \times \frac{49}{55} + \frac{49}{56} \times \frac{7}{55} + \frac{7}{56} \times \frac{6}{55} = \frac{728}{3080} = 0.236 \end{aligned}$$

Esercizio 1

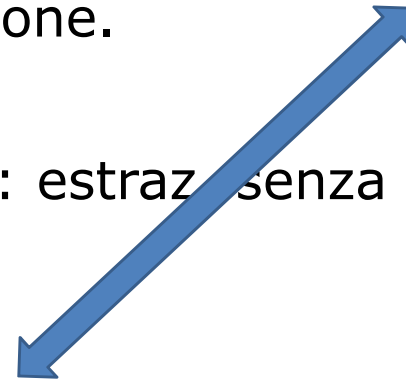
Da un'indagine condotta su 56 partecipanti a un corso estivo è emerso che il numero di soggetti con un basso livello di soddisfazione è 7.

b) calcolare la prob. che estraendo 2 diversi soggetti, **almeno uno dei due** abbia un basso livello di soddisfazione.

"urna" con 7 rosse e $56-7=49$ bianche: estraz. senza reimmissione di 2 soggetti

è il complementare di **nessuno dei due**:

$$= 1 - P(B_1 \cap B_2) =$$



Esercizio 1

Da un'indagine condotta su 56 partecipanti a un corso estivo è emerso che il numero di soggetti con un basso livello di soddisfazione è 7.

b) calcolare la prob. che estraendo 2 diversi soggetti, almeno uno dei due abbia un basso livello di soddisfazione.

“urna” con 7 rosse e $56-7=49$ bianche: estraz. senza reimmissione di 2 soggetti

è il complementare di ***nessuno dei due***:

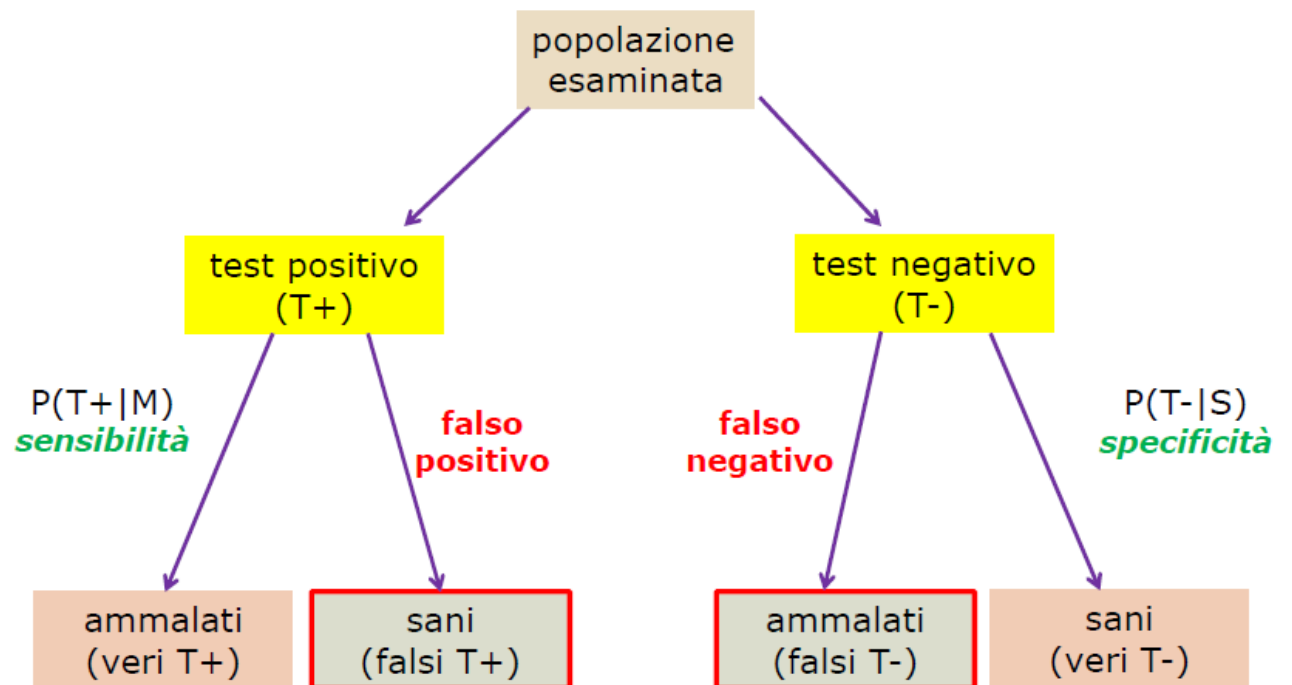
$$= 1 - P(B_1 \cap B_2) = 1 - P(B_2|B_1)P(B_1) = 1 - \frac{49}{56} \times \frac{48}{55} = 0.236$$

Esercizio 2

Un test immunochimico (definisce la presenza/assenza di una sostanza ad un definito valore di soglia) viene somministrato ai dipendenti di un'azienda per verificare che non usino sostanze stupefacenti (in caso il test risulti positivo, si deve seguire un test cromatografico perchè l'esito abbia valore medico legale). Il test utilizzato ha una percentuale del 2% di falsi positivi e del 0.5% di falsi negativi. **Qual è la probabilità che un dipendente positivo al test non faccia realmente uso di sostanze stupefacenti**, se secondo studi recenti la percentuale di utilizzatori di s.s. è del 5%?

Esercizio 2

Un test immunochimico (definisce la presenza/assenza di una sostanza ad un definito valore di soglia) viene somministrato ai dipendenti di un'azienda per verificare che non usino sostanze stupefacenti (in caso il test risulti positivo, si deve seguire un test cromatografico perchè l'esito abbia valore medico legale). Il test utilizzato ha una percentuale del 2% di falsi positivi e del 0.5% di falsi negativi. Qual è la probabilità che un dipendente positivo al test non faccia realmente uso di sostanze stupefacenti, se secondo studi recenti la percentuale di utilizzatori di s.s. è del 5%?



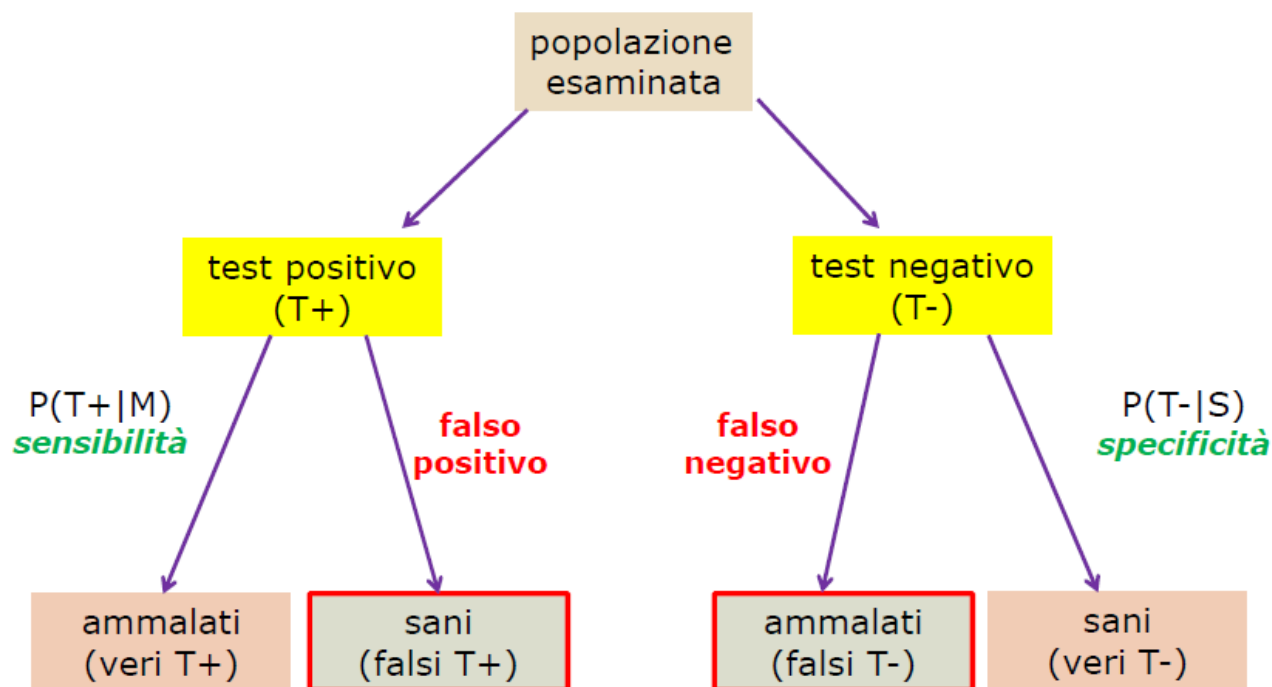
Esercizio 2

Un test immunochimico (definisce la presenza/assenza di una sostanza ad un definito valore di soglia) viene somministrato ai dipendenti di un'azienda per verificare che non usino sostanze stupefacenti (in caso il test risulti positivo, si deve seguire un test cromatografico perchè l'esito abbia valore medico legale). Il test utilizzato ha una percentuale del **2% di falsi positivi** e del **0.5% di falsi negativi**. Qual è la probabilità che un dipendente positivo al test non faccia realmente uso di sostanze stupefacenti, se secondo studi recenti la **percentuale di utilizzatori di s.s. è del 5%**?

$$P(T+|\bar{D}) = 0.02$$

$$P(T-|D) = 0.005$$

$$P(D) = 0.05$$



Esercizio 2

Un test immunochimico (definisce la presenza/assenza di una sostanza ad un definito valore di soglia) viene somministrato ai dipendenti di un'azienda per verificare che non usino sostanze stupefacenti (in caso il test risulti positivo, si deve seguire un test cromatografico perchè l'esito abbia valore medico legale). Il test utilizzato ha una percentuale del 2% di falsi positivi e del 0.5% di falsi negativi. Qual è la probabilità che un dipendente positivo al test non faccia realmente uso di sostanze stupefacenti, se secondo studi recenti la percentuale di utilizzatori di s.s. è del 5%?

$$P(T + | \bar{D}) = 0.02$$

$$P(T - | D) = 0.005$$

$$P(D) = 0.05$$

$$\begin{aligned} P(\bar{D} | T +) &= \frac{P(\bar{D} \cap T +)}{P(T +)} = \frac{P(T + | \bar{D})P(\bar{D})}{P(T + | \bar{D})P(\bar{D}) + P(T + | D)P(D)} = \frac{0.02 \times 0.95}{0.02 \times 0.95 + 0.995 \times 0.05} \\ &= \frac{0.019}{0.06875} = 0.276 \end{aligned}$$

Esercizio 5

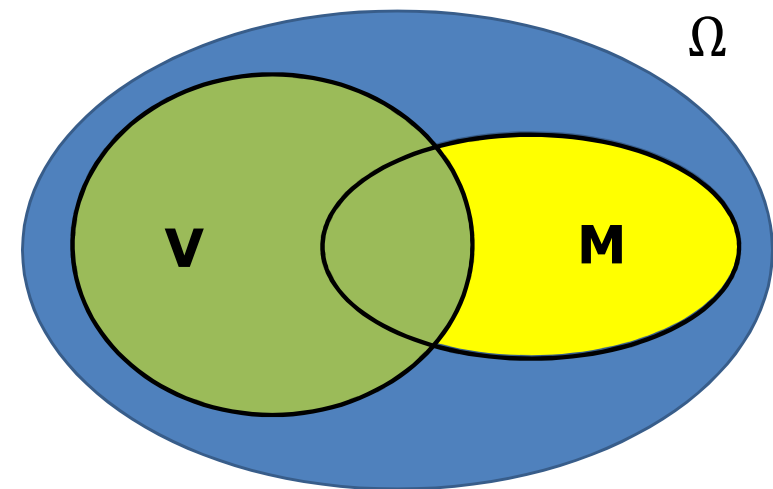
In una regione italiana, nel 1981, sul 15% della popolazione sotto gli 8 anni è stato sperimentato un vaccino contro il morbillo. Si è visto che solo il 3% dei vaccinati si sono ammalati di morbillo, contro il 16% dei non vaccinati. Scelto a caso un individuo tra gli abitanti di quella regione che nel 1981 aveva meno di 8 anni, qual è la probabilità che si sia ammalato di morbillo?

Esercizio 5

In una regione italiana, nel 1981, sul 15% della popolazione sotto gli 8 anni è stato sperimentato un vaccino contro il morbillo. Si è visto che solo il 3% dei vaccinati si sono ammalati di morbillo, contro il 16% dei non vaccinati. Scelto a caso un individuo tra gli abitanti di quella regione che nel 1981 aveva meno di 8 anni, qual è la probabilità che si sia ammalato di morbillo?

$$P(V) = 0.15; \quad P(\bar{V}) = 1 - 0.15 = 0.85$$

$$P(M|V) = 0.03; \quad P(M|\bar{V}) = 0.16$$



Esercizio 5

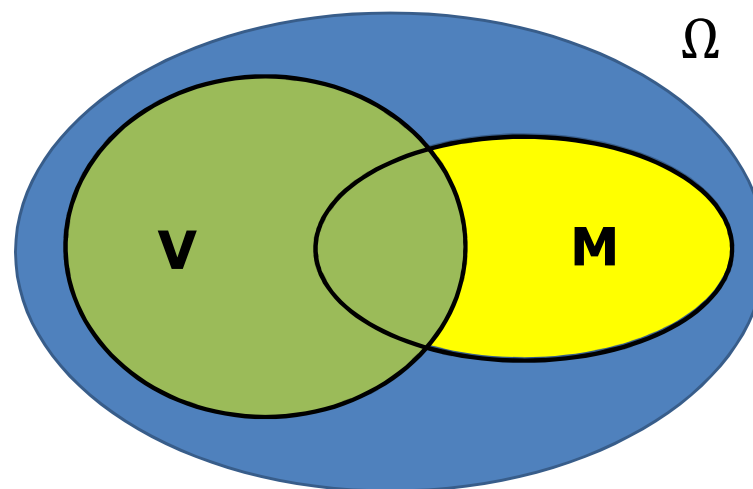
In una regione italiana, nel 1981, sul 15% della popolazione sotto gli 8 anni è stato sperimentato un vaccino contro il morbillo. Si è visto che solo il 3% dei vaccinati si sono ammalati di morbillo, contro il 16% dei non vaccinati. Scelto a caso un individuo tra gli abitanti di quella regione che nel 1981 aveva meno di 8 anni, qual è la probabilità che si sia ammalato di morbillo?

$$P(V) = 0.15; \quad P(\bar{V}) = 1 - 0.15 = 0.85$$

$$P(M|V) = 0.03; \quad P(M|\bar{V}) = 0.16$$

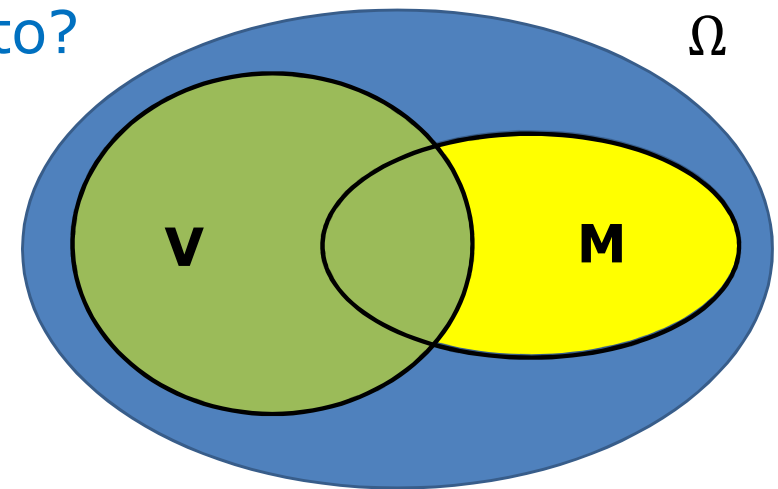
$$P(M) = P(M \cap V) + P(M \cap \bar{V}) =$$

$$= P(M|V)P(V) + P(M|\bar{V})P(\bar{V}) = 0.03 \times 0.15 + 0.16 \times 0.85 = 0.1405$$



Esercizio 5

In una regione italiana, nel 1981, sul 15% della popolazione sotto gli 8 anni è stato sperimentato un vaccino contro il morbillo. Si è visto che solo il 3% dei vaccinati si sono ammalati di morbillo, contro il 16% dei non vaccinati. Scelto a caso un individuo tra gli abitanti di quella regione che nel 1981 aveva meno di 8 anni, **veniamo informati che l'individuo si è ammalato di morbillo. Qual è la probabilità che fosse stato vaccinato?**



Esercizio 5

In una regione italiana, nel 1981, sul 15% della popolazione sotto gli 8 anni è stato sperimentato un vaccino contro il morbillo. Si è visto che solo il 3% dei vaccinati si sono ammalati di morbillo, contro il 16% dei non vaccinati. Scelto a caso un individuo tra gli abitanti di quella regione che nel 1981 aveva meno di 8 anni, **veniamo informati che l'individuo si è ammalato di morbillo. Qual è la probabilità che fosse stato vaccinato?**

$$P(V) = 0.15; \quad P(\bar{V}) = 1 - 0.15 = 0.85$$

$$P(M|V) = 0.03; \quad P(M|\bar{V}) = 0.16$$

$$P(M) = 0.1405$$

$$P(V|M) = \frac{P(V \cap M)}{P(M)} = \frac{P(M|V)P(V)}{P(M)} = \frac{0.03 \times 0.15}{0.1405} = 0.032$$

