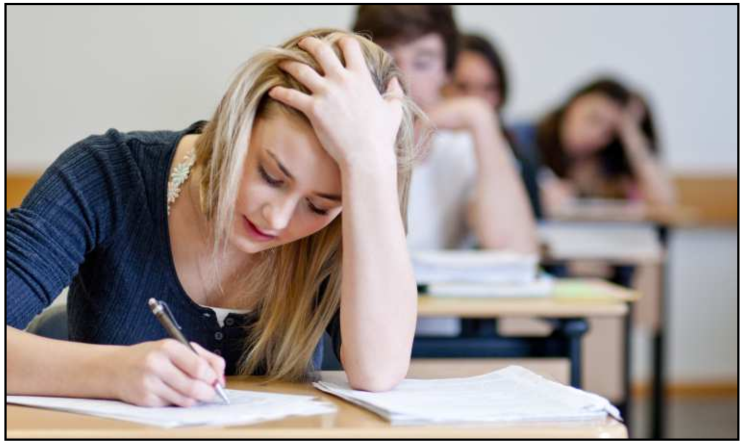
Lez. 1

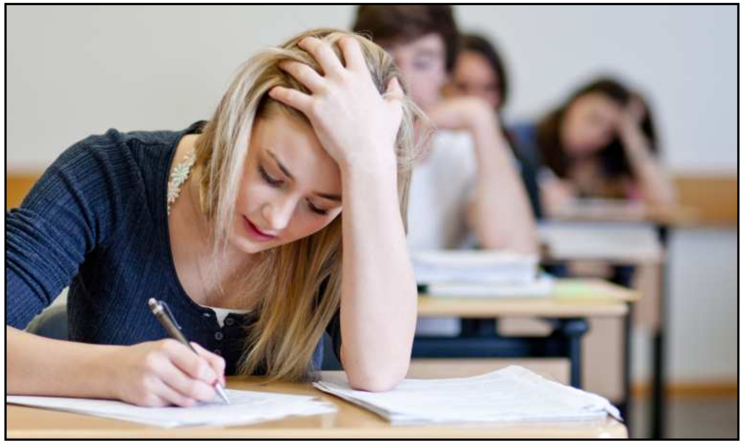
Probabilità

L’incertezza nei risultati

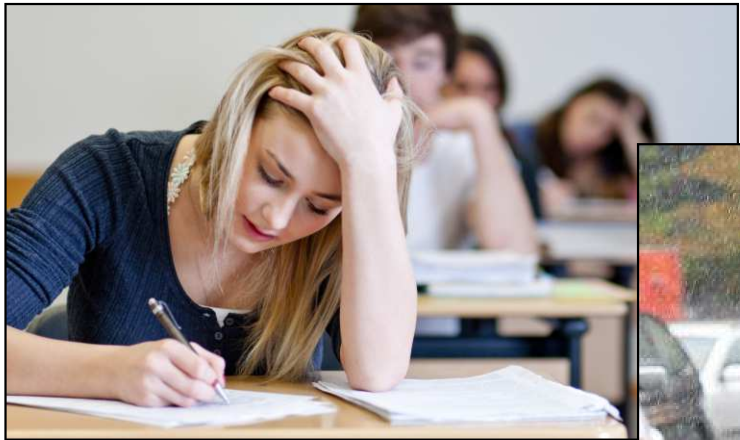
L’incertezza nei risultati



L’incertezza nei risultati



L’incertezza nei risultati

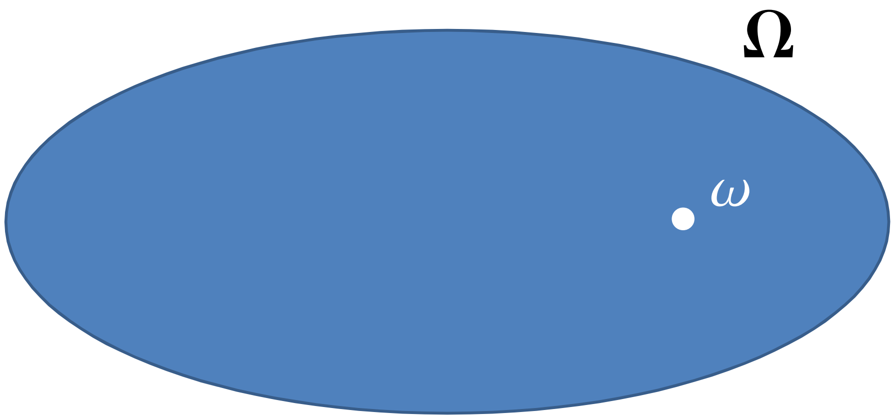


L’incertezza nei risultati

La definizione di probabilità

- ***Esperimento***: qualunque procedimento che produca una osservazione, detta *evento elementare* (*outcome,* o *esito*)

- ***Spazio degli esiti*** (Ω): insieme di tutti i possibili esiti, ω, di un esperimento (*Evento certo* o *spazio campionario)*



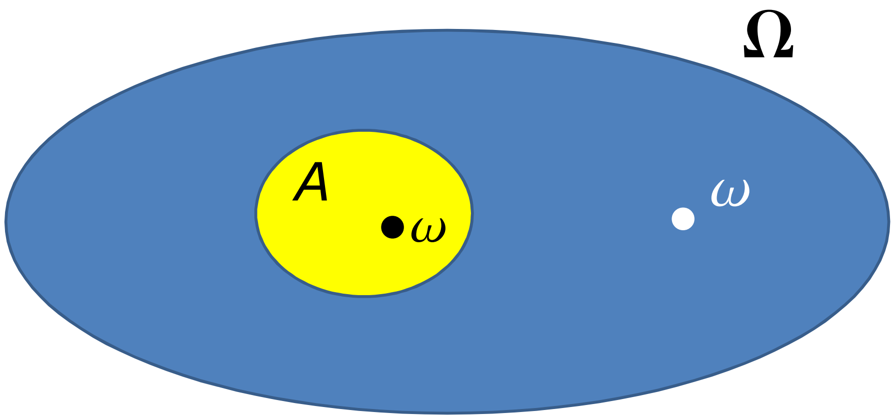
La definizione di probabilità

- ***Esperimento***: qualunque procedimento che produca una osservazione, detta *evento elementare* (*outcome,* o *esito*)

- ***Spazio degli esiti*** (Ω): insieme di tutti i possibili esiti, ω, di un esperimento (*Evento certo* o *spazio campionario)*

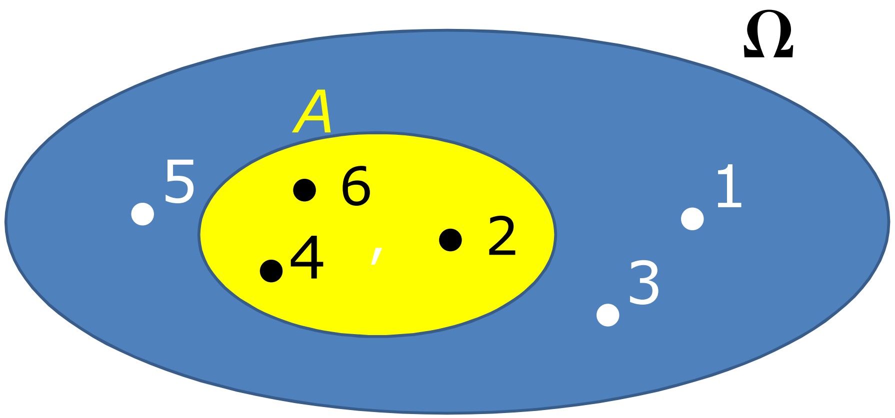
- ***Evento***: sottinsieme dello spazio degli esiti (*A, B, C,…*)

- L'evento ***A si verifica*** quando l'esito dell'esperimento è un elemento di *A* ($\omega \in A$).



Esempio semplicissimo

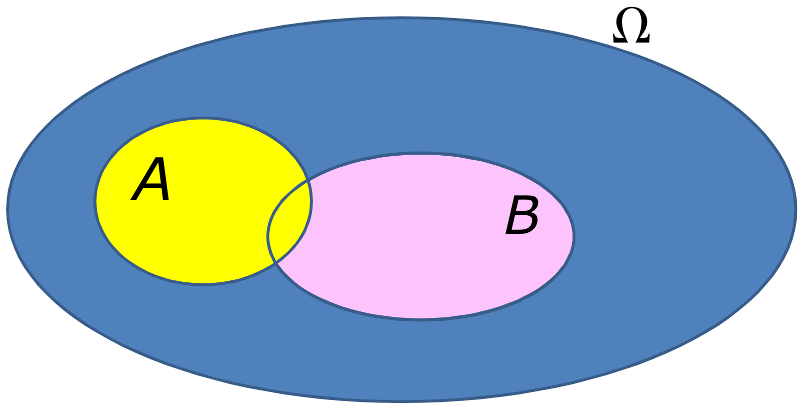
- ***Esperimento***: lancio di un dado a 6 facce
- ***Spazio degli esiti*** (Ω): $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- ***Evento***: "Esce un numero pari"
- L'evento ***A si verifica*** quando il dado mostra una qualunque delle facce 2, 4, 6.



La definizione di probabilità

Notazioni dall'insiemistica:

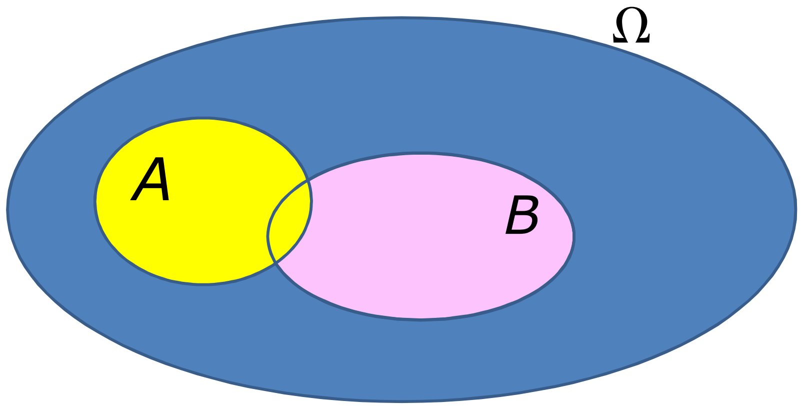
$A \cup B$ si verifica almeno uno dei due
$A \cap B$ si verificano entrambi
$\bar{A}$ (o A^c) non si verifica A
...

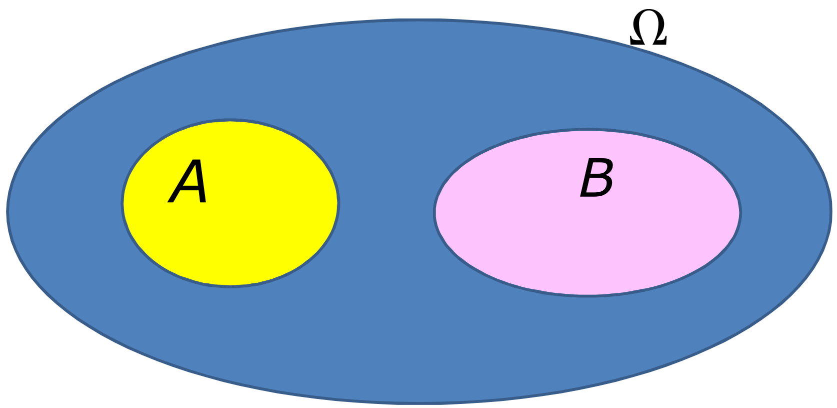


La definizione di probabilità

Notazioni dall'insiemistica:

$A \cup B$ si verifica almeno uno dei due
$A \cap B$ si verificano entrambi
$\bar{A}$ (o A^c) non si verifica A
…

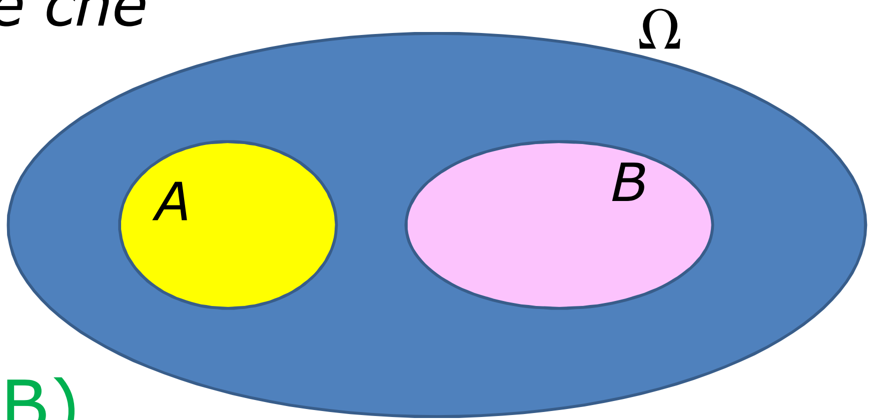




Eventi ***incompatibili***
$A \cap B = \emptyset$

La definizione (classica) di probabilità

Definizione:
una funzione reale P *sugli eventi tale che*



$0 \leq P(A)$ qualunque sia A

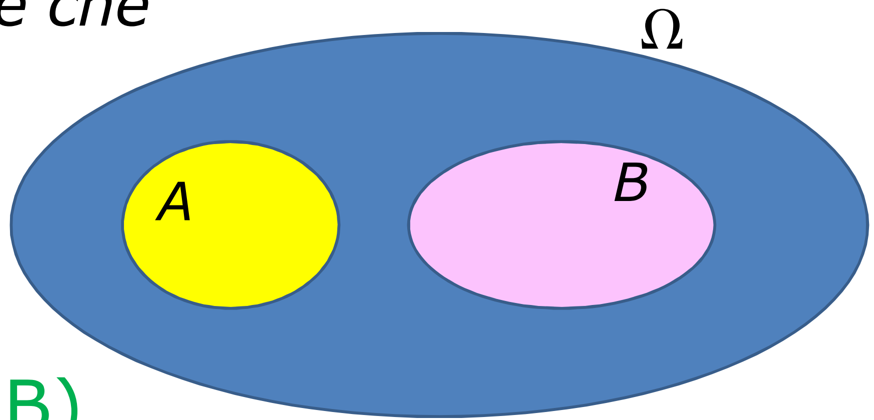
$P(\Omega) = 1$

Se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

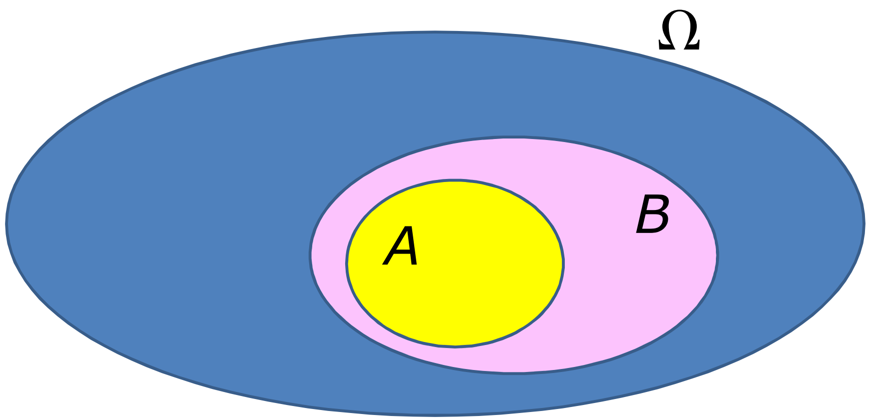
La definizione (classica) di probabilità

Definizione:
una funzione reale P *sugli eventi tale che*



$0 \leq P(A)$ qualunque sia A
$P(\Omega) = 1$
Se $A \cap B = \emptyset$ =>
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Ne deriva che:

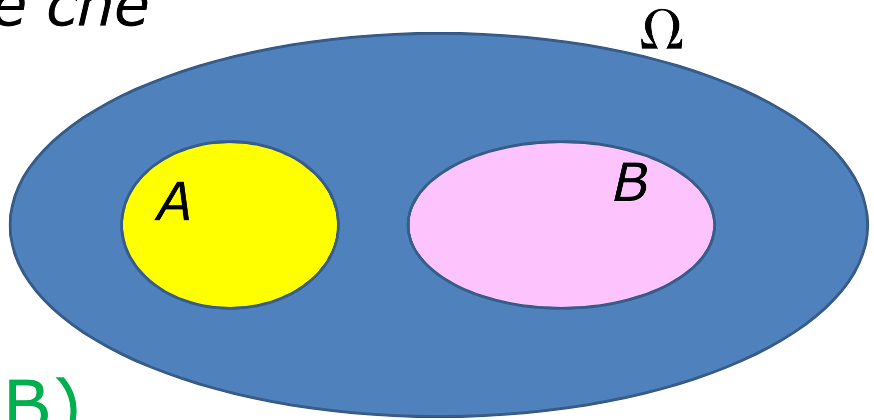


se $A \subset B$ ➡ $P(A) \leq P(B)$

$$\mathbf{0 \leq P(A) \leq 1}$$

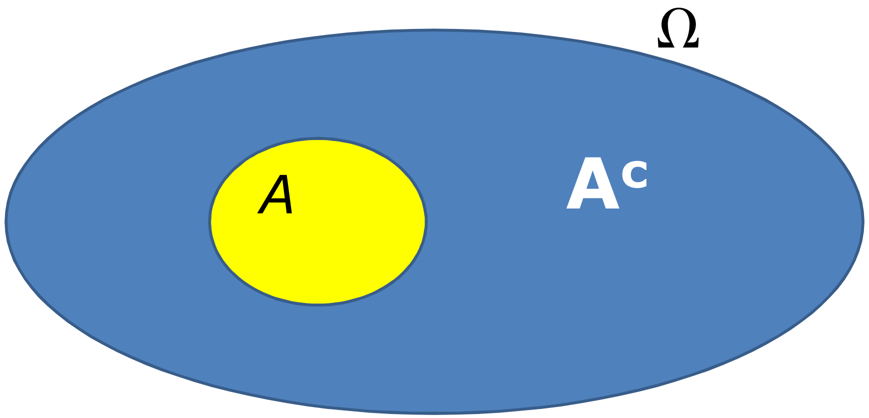
La definizione (classica) di probabilità

Definizione:
una funzione reale P *sugli eventi tale che*



$0 \leq P(A)$ qualunque sia A
$P(\Omega) = 1$
Se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

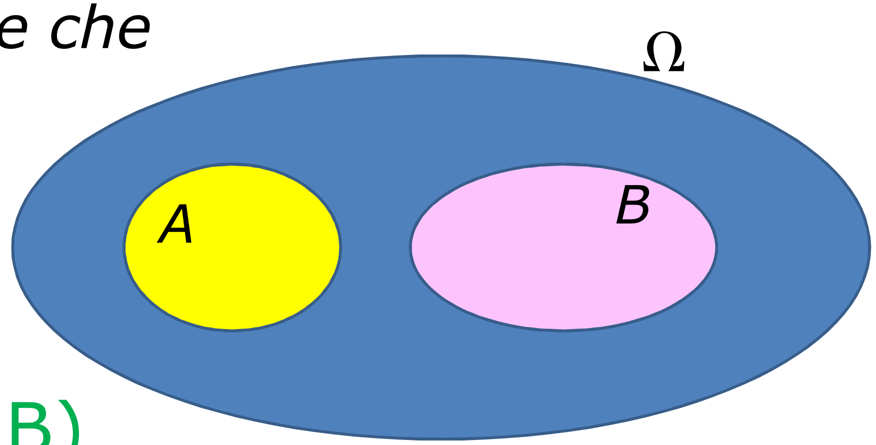
Ne deriva che:



$A \cup A^c = \Omega \Rightarrow P(A^c) = 1 - P(A)$

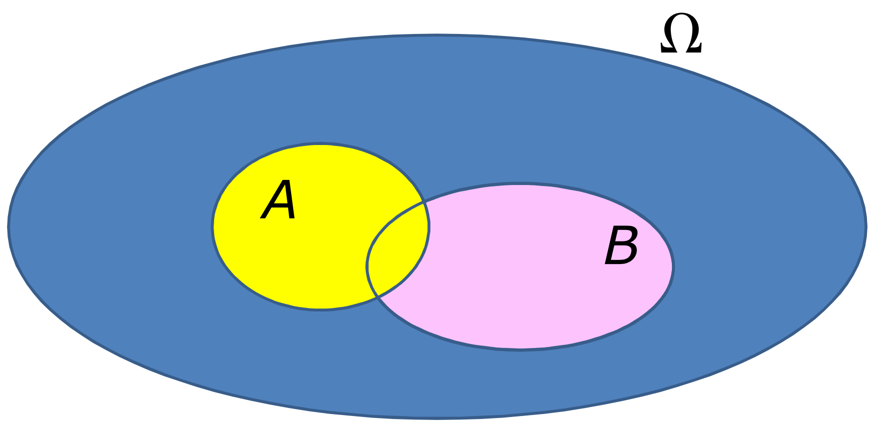
La definizione (classica) di probabilità

Definizione:
una funzione reale P *sugli eventi tale che*



$0 \leq P(A)$ qualunque sia A
$P(\Omega) = 1$
Se $A \cap B = \emptyset$ =>
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Ne deriva che:



se $A \cap B \neq \emptyset$ ⇒
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ **$- P(A \cap B)$**

La definizione (classica) di probabilità

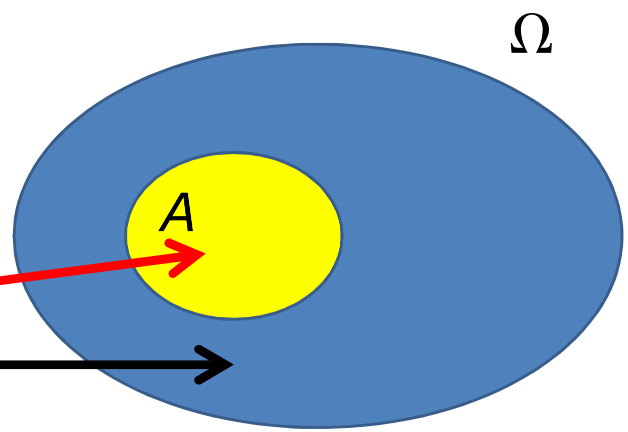
Definizione:
una funzione reale P *sugli eventi tale che*

$0 \leq P(A) \leq 1$ qualunque sia A
$P(\Omega) = 1$
Se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Se tutti i possibili esiti, ω, sono finiti e "ugualmente possibili", *una* P è quella definita dal **rapporto tra**

esiti favorevoli
ed esiti possibili.

Ex.: carte, dadi, ecc.



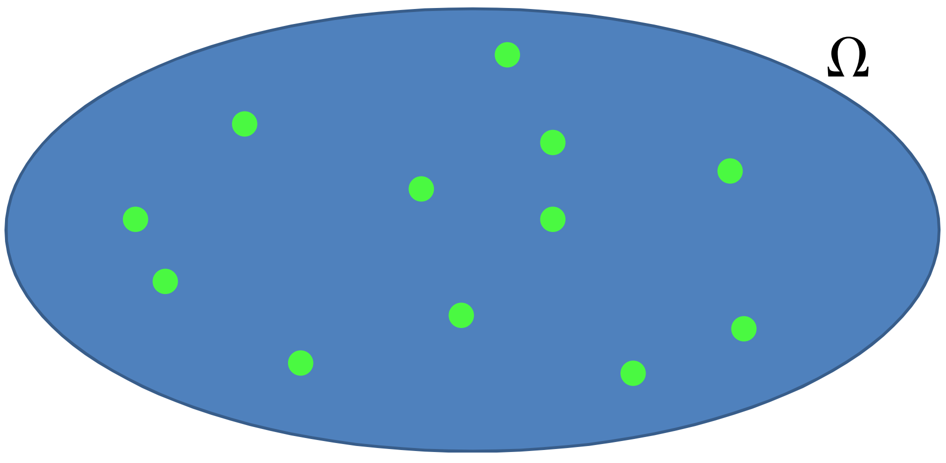
Esempio 1

In un certo ospedali il 63% del personale è femmina, il 22.4% è chirurgo, il 7% è un chirurgo femmina.

Esempio 1

In un certo ospedali il 63% del personale è femmina, il 22.4% è chirurgo, il 7% è un chirurgo femmina.

Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale.

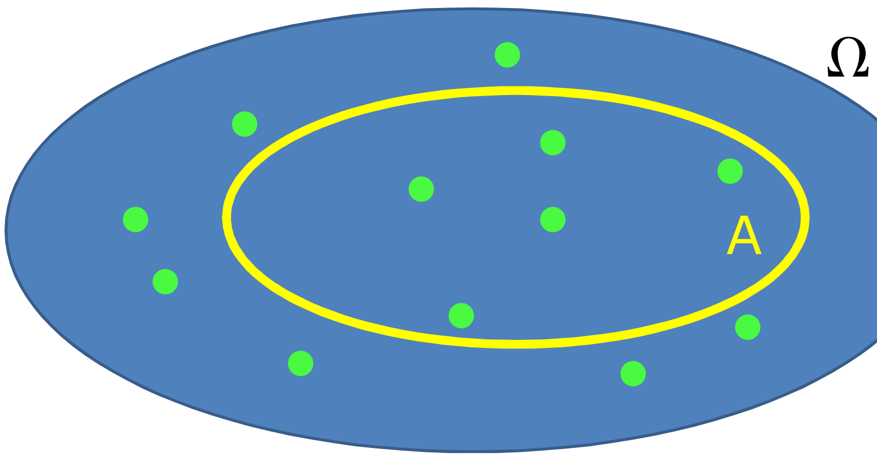


Esempio 1

In un certo ospedali il 63% del personale è femmina, il 22.4% è chirurgo, il 7% è un chirurgo femmina.

Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale

A = dipendente femmina

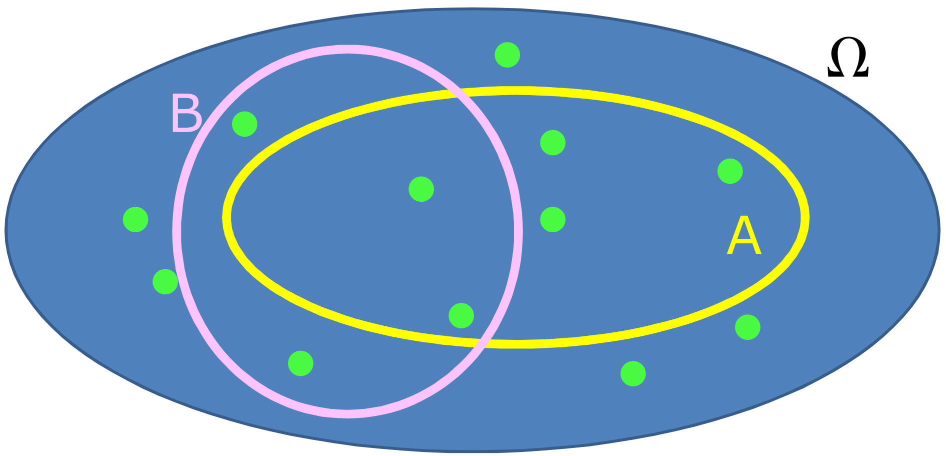


Esempio 1

In un certo ospedali il 63% del personale è femmina, il 22.4% è chirurgo, il 7% è un chirurgo femmina.

Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale

A = dipendente femmina
B = il dipendente è un chirurgo

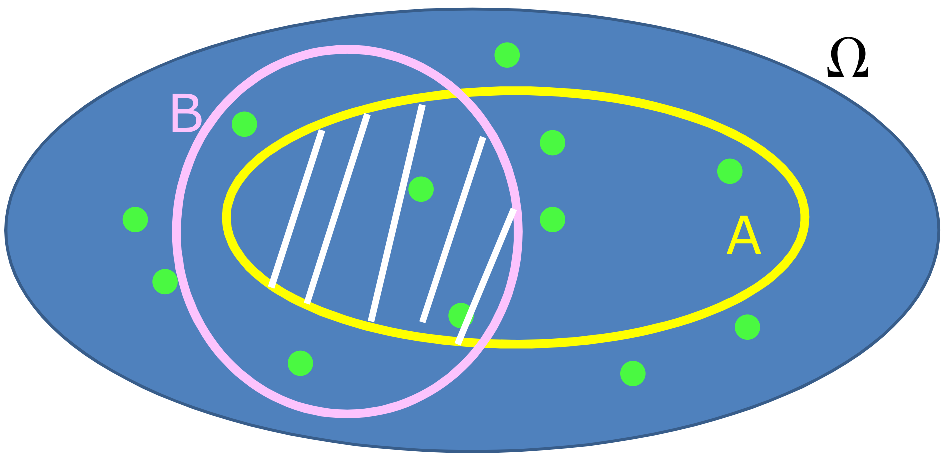


Esempio 1

In un certo ospedali il 63% del personale è femmina, il 22.4% è chirurgo, il 7% è un chirurgo femmina.

Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale

A = dipendente femmina
B = il dipendente è un chirurgo
$\boldsymbol{A \cap B}$ **= il dipendente è femmina E fa il chirurgo**



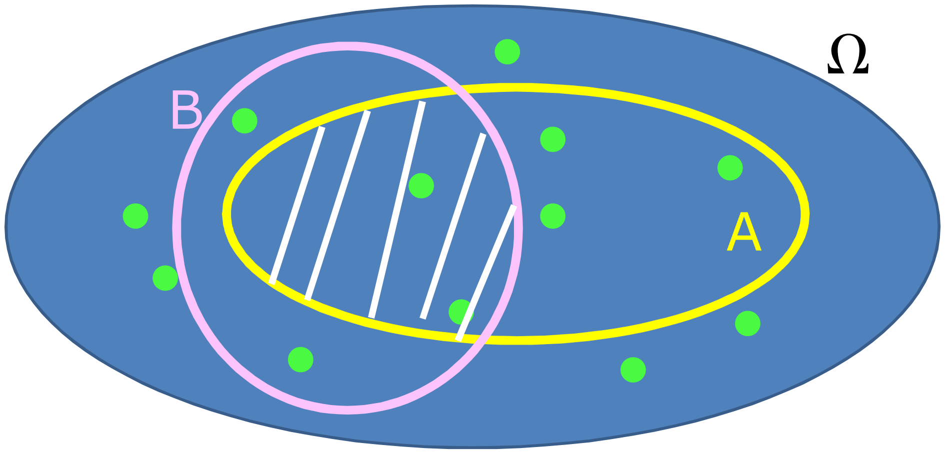
Esempio 1

In un certo ospedali il 63% del personale è femmina, il 22.4% è chirurgo, il 7% è un chirurgo femmina.

Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale

A = dipendente femmina
B = il dipendente è un chirurgo
$\boldsymbol{A \cap B}$ **= il dipendente è femmina E fa il chirurgo**

pescando
a caso
in Ω



$$P(A) = 0.63$$
$$P(B) = 0.224$$
$$P(A \cap B) = 0.07$$

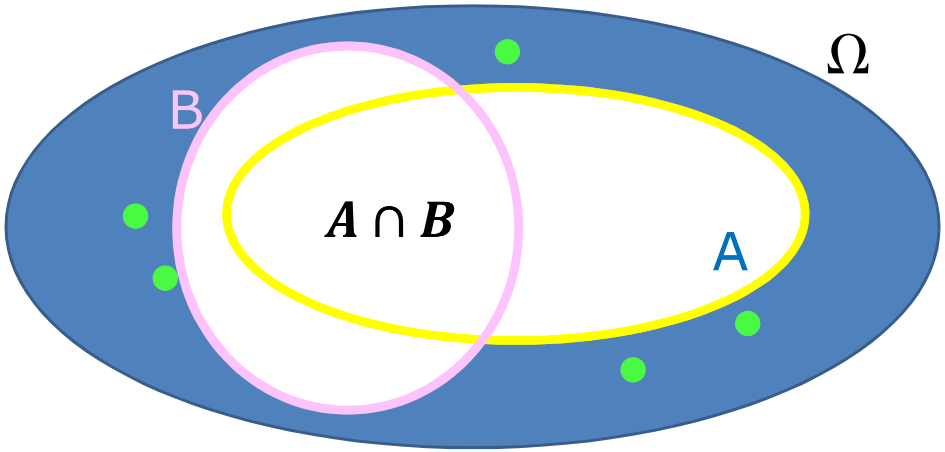
Esempio 1

In un certo ospedali il 63% del personale è femmina, il 22.4% è chirurgo, il 7% è un chirurgo femmina.

Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale

A = dipendente femmina
B = il dipendente è un chirurgo
$\boldsymbol{A \cup B}$ **= il dipendente è femmina O fa il chirurgo**

$$\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$



$$P(A) = 0.63$$
$$P(B) = 0.224$$
$$P(A \cap B) = 0.07$$

Esempio 2

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

c) Sia B l'evento "la somma dei punteggi è 4":

$$\mathrm{P}(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$$

Esempio 2

Si lanciano due dadi equilibrati:
a) trovare lo spazio degli esiti, Ω;

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Esempio 2

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Esempio 2

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

A	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Esempio 2

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

$$P\big((i,j)\big) = \frac{1}{36} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$

A	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Esempio 2

$$P\big((i,j)\big) = \frac{1}{36}$$

Si lanciano due dadi equilibrati:
a) trovare lo spazio degli esiti, Ω;
b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

$$P(A) = 6 \times \frac{1}{36} = \frac{1}{6}$$

A	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Esempio 2

$$P\big((i,j)\big) = \frac{1}{36}$$

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

c) Sia B l'evento "la somma dei punteggi è 4":

$$\mathrm{P}(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$$

B	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$P(B) = \frac{3}{36}$$

Esempio 2

$$P\big((i,j)\big) = \frac{1}{36}$$

Si lanciano due dadi equilibrati:
a) trovare lo spazio degli esiti, Ω;
b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$
c) Sia B l'evento "la somma dei punteggi è 4":

$$\mathrm{P}(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$$

A∩B	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

Esempio 2

$$P((i,j)) = \frac{1}{36}$$

Si lanciano due dadi equilibrati:
a) trovare lo spazio degli esiti, Ω;
b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$
c) Sia B l'evento "la somma dei punteggi è 4":
$P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$

A∩B	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

Esempio 2

$$P\big((i,j)\big) = \frac{1}{36}$$

Si lanciano due dadi equilibrati:
a) trovare lo spazio degli esiti, Ω;
b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$
c) Sia B l'evento "la somma dei punteggi è 4":
$\mathrm{P}(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$

A∪B	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$P(A \cup B) = \frac{8}{36} = \frac{6}{36} + \frac{3}{36} - \frac{1}{36}$$

Fattoriale e coeff. binomiale

$$k! = k(k-1)(k-2)\cdots 2 \times 1$$

$$0! = 1$$

numero di tutte le possibili **permutazioni** di *k* elementi distinti

$$\binom{n}{k} = \frac{(n-k+1)!}{k!} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

numero di tutte le possibili **scelte di *k*** elementi **distinti tra *n* totali**

estrazioni **senza** reimmissione $\Leftrightarrow$ "elementi distinti"

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 senza reimmissione. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 senza reimmissione. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5	1,2,3,4,6,	1,2,3,4,7	…	1,2,3,4,90
1,3,4,5,6	1,3,4,5,7	1,3,4,5,8	…	1,3,4,5,90
1,4,5,6,7	1,4,5,6,8	1,4,5,6,9	…	1,4,5,6,90

…

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 senza reimmissione. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5	1,2,3,4,6,	1,2,3,4,7
1,3,4,5,6	1,3,4,5,7	1,3,4,5,8
1,4,5,6,7	1,4,5,6,8	1,4,5,6,9

…

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 senza reimmissione. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5   1,2,3,4,6,   1,2,3,4,7   …   1,2,3,4,90

1,3,4,5,6   1,3,4,5,7   1,3,4,5,8   …   1,3,4,5,90

1,4,5,6,7   1,4,5,6,8   1,4,5,6,9   …   1,4,5,6,90

…

$$\binom{90}{5} = \frac{90 \times 89 \times 88 \times 87 \times 86}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 43\,949\,268$$

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 senza reimmissione. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5	1,2,3,4,6,	1,2,3,4,7	…	1,2,3,4,90
1,3,4,5,6	1,3,4,5,7	1,3,4,5,8	…	1,3,4,5,90
1,4,5,6,7	1,4,5,6,8	**1,4,5,6,9**	…	1,4,5,6,90

…

$$\frac{1}{\binom{90}{5}} = \frac{1}{43\,949\,268} = 0.00000002$$

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 senza reimmissione**.** L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5	1,2,3,4,6,	1,2,3,4,7	…	1,2,3,4,90
1,3,4,5,6	1,3,4,5,7	1,3,4,5,8	…	1,3,4,5,90
1,4,5,6,7	1,4,5,6,8	**71,39,48,3,7**	…	1,4,5,6,90

…

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 senza reimmissione. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5 1,2,3,4,6, 1,2,3,4,7 … 1,2,3,4,90

1,3,4,5,6 1,3,4,5,7 1,3,4,5,8 … 1,3,4,5,90

1,4,5,6,7 1,4,5,6,8 **71,39,48,3,7** … 1,4,5,6,90

…

$$\frac{1}{\binom{90}{5}} = \frac{1}{43\,949\,268} = 0.00000002$$

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 senza reimmissione. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5	1,2,3,4,6,	1,2,3,4,7	…	1,2,3,4,90
1,3,4,5,6	1,3,4,5,7	1,3,4,5,8	…	1,3,4,5,90
1,4,5,6,7	1,4,5,6,8	1,4,5,6,9	…	1,4,5,6,90

(3,7)

…

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 senza reimmissione**.** L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5	1,2,3,4,6,	1,2,**3**,4,**7**	…	1,2,3,4,90
1,3,4,5,6	1,**3**,4,5,**7**	1,3,4,5,8	…	1,3,4,5,90
1,4,5,6,7	1,4,5,6,8	1,4,5,6,9	…	1,4,5,6,90

(3,7)

…

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 senza reimmissione. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5	1,2,3,4,6,	1,2,**3**,4,**7**	…	1,2,3,4,90
1,3,4,5,6	1,**3**,4,5,**7**	1,3,4,5,8	…	1,3,4,5,90
1,4,5,6,7	1,4,5,6,8	1,4,5,6,9	…	1,4,5,6,90

(3,7)

3,7,1,2,4 **3,7**,1,2,5 **3,7**,1,2,6 ……….

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 senza reimmissione**.** L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5	1,2,3,4,6,	1,2,**3**,4,**7**	…	1,2,3,4,90
1,3,4,5,6	1,**3**,4,5,**7**	1,3,4,5,8	…	1,3,4,5,90
1,4,5,6,7	1,4,5,6,8	1,4,5,6,9	…	1,4,5,6,90

(3,7)

3,7,1,2,4 **3,7**,1,2,5 **3,7**,1,2,6 ……….

$$\binom{88}{3} = \frac{88 \times 87 \times 86}{3 \times 2 \times 1} = 109\,736$$

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 senza reimmissione**.** L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5	1,2,3,4,6,	1,2,**3**,4,**7**	…	1,2,3,4,90
1,3,4,5,6	1,**3**,4,5,**7**	1,3,4,5,8	…	1,3,4,5,90
1,4,5,6,7	1,4,5,6,8	1,4,5,6,9	…	1,4,5,6,90

(3,7)

3,7,1,2,4 **3,7**,1,2,5 **3,7**,1,2,6

$$\frac{\binom{88}{3}}{\binom{90}{5}} = 0.00249688$$

Scegliamo a caso…

Senza preferenze per una persona o l'altra (Es. 1) , per una pallina o l'altra (Es. 3).

Ogni persona ha la **stessa probabilità** di ogni altra di essere scelta (Es. 1), ogni pallina ha la stessa probabilità di ogni altra di essere scelta.

Scegliamo a caso…

Estrazioni
senza reimmissione

Scegliamo **a caso** 3 di voi per un sondaggio di opinione

Scegliamo a caso…

Estrazioni
senza reimmissione

Scegliamo **a caso** 3 di voi per un sondaggio di opinione

con o senza reimmissione?

Scegliamo a caso…

Estrazioni
senza reimmissione

Scegliamo **a caso** 3 di voi per un sondaggio di opinione

con o senza reimmissione?

$n = 12$

$$P(Ada, Lucia, Roberto) = \frac{1}{\binom{12}{3}} = \frac{1}{\frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1}} = \frac{1}{220} = 0.0045$$

Scegliamo a caso…

Estrazioni
senza reimmissione

Scegliamo **a caso** 3 di voi per un sondaggio di opinione

con o senza reimmissione?

$$n = 12 \qquad P(Carlo, Eva, Luca) = \frac{1}{\binom{12}{3}} = \frac{1}{\frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1}} = \frac{1}{220} = 0.0045$$

Scegliamo a caso…

Estrazioni
senza reimmissione

Scegliamo **a caso** 3 di voi per un sondaggio di opinione

con o senza reimmissione?

$n = 12$

$$P(Ada) = \frac{\binom{11}{2}}{\binom{12}{3}} = \frac{\frac{11 \times 10}{2}}{220} = \frac{55}{220} = 0.25$$

Scegliamo a caso…

Estrazioni
senza reimmissione

Scegliamo **a caso** 3 di voi per un sondaggio di opinione

con o senza reimmissione?

$n = 12$ $\qquad P(Luca) = ??$

Scegliamo a caso…

Estrazioni
senza reimmissione

Scegliamo **a caso** 3 di voi per un sondaggio di opinione

con o senza reimmissione?

$n = 12$

$$P(Ada\ e\ Luca) = \frac{10}{\binom{12}{3}} = 0.045$$

Scegliamo a caso…

Estrazioni
senza reimmissione

Scegliamo **a caso** 3 di voi per un sondaggio di opinione

con o senza reimmissione?

$\boldsymbol{n = 120}$

$$P(Ada, Carlo, Luca) = \frac{1}{\binom{120}{3}} = \frac{1}{280\,840} = 0.000\ldots \sim 10^{-6}$$

Scegliamo a caso…

Estrazioni
senza reimmissione

Scegliamo **a caso** 3 di voi per un sondaggio di opinione

con o senza reimmissione?

$\boldsymbol{n = 120}$ $\quad P(Ada, Carlo, Luca) =???$

Scegliamo a caso...

Estrazioni
senza reimmissione

Scegliamo **a caso** 3 di voi per un sondaggio di opinione

con o senza reimmissione?

$$\boldsymbol{n = 120} \qquad P(Ada, Luca, Carlo) = \frac{1}{120} \times \frac{1}{120} \times \frac{1}{120} \times (3 \times 2 \times 1) = \frac{1}{288\,000}$$

Scegliamo a caso…

Estrazioni
senza reimmissione

Scegliamo **a caso** 3 di voi per un sondaggio di opinione

con o senza reimmissione?

$\boldsymbol{n = 120}$ $$P(Ada, Luca, Carlo) = \frac{1}{120} \times \frac{1}{120} \times \frac{1}{120} \times (3 \times 2 \times 1) = \frac{1}{288\,000}$$

senza: $\frac{1}{280\,840}$

Scegliamo a caso…

Estrazioni
senza reimmissione

Scegliamo **a caso** 3 di voi per un sondaggio di opinione

con o senza reimmissione?

$\boldsymbol{n = 120}$ $$P(\boldsymbol{Ada}, \boldsymbol{Ada}, Carlo) = \frac{1}{120} \times \frac{1}{120} \times \frac{1}{120} \times (3 \times 2 \times 1) = \frac{1}{288\,000}$$

10^{-6} …

senza: 0

Scegliamo a caso…

Estrazioni
senza reimmissione

Scegliamo **a caso** 3 di voi per un sondaggio di opinione

con o senza reimmissione?

A meno che non sia diversamente indicato,

quando diciamo che scegliamo **un campione a caso** da una popolazione, faremo come se le estrazioni fossero **con** reimmissione.
Le estrazioni in questo modo sono **indipendenti: sapere l'esito della prima estrazione non influenza l'esito della seconda, etc.**