# STATISTICA

Esercizi

# Esercizio 188…

In vista di un referendum sulle energie rinnovabili si monitorano le opinioni in un campione casuale di 1600 soggetti nel mese di Agosto e in quelle di Ottobre, con i seguenti risultati:

| | | Ottobre | | |
|---|---|---|---|---|
| | | **Sì** | **No** | **Tot.** |
| **Agosto** | **Sì** | 416 | 176 | 592 |
| | **No** | 224 | 784 | 1008 |
| | **Tot.** | 640 | 960 | 1600 |

1. Fornire una stima della percentuale di favorevoli nei due periodi di osservazione
2. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che la percentuale di favorevoli non sia variata al livello del 5% di significatività

(Anderson & Finn, p.436)

# Esercizio 188…

In vista di un referendum sulle energie rinnovabili si monitorano le opinioni in un campione casuale di 1600 soggetti nel mese di Agosto e in quelle di Ottobre, con i seguenti risultati:

| | | Ottobre | | |
|---|---|---|---|---|
| | | **Sì** | **No** | **Tot.** |
| **Agosto** | **Sì** | 416 | 176 | 592 |
| | **No** | 224 | 784 | 1008 |
| | **Tot.** | 640 | 960 | 1600 |

1. Fornire una stima della percentuale di favorevoli nei due periodi di osservazione

$$p_A = \frac{592}{1600} = 37\% \qquad p_O = \frac{640}{1600} = 40\%$$

# Esercizio 188…

2. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che la percentuale di favorevoli non sia variata al livello del 5% di significatività

$p_O = 40\%$

$p_A = 37\%$

| | | Ottobre | | |
|---|---|---|---|---|
| | | **Sì** | **No** | **Tot.** |
| **Agosto** | **Sì** | 416 | 176 | 592 |
| | **No** | 224 | 784 | 1008 |
| | **Tot.** | 640 | 960 | 1600 |

# Esercizio 188…

2. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che la percentuale di favorevoli non sia variata al livello del 5% di significatività

$p_A = 37\%$

$p_O = 40\%$

| | | Ottobre | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Sì | No | Tot. |
| Agosto | Sì | 416 | $a$ | 592 |
| | No | $b$ | 784 | 1008 |
| | Tot. | 640 | 960 | 1600 |

La % di favorevoli resta immutata se $\boldsymbol{a = b} \iff \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{a+b}} = \mathbf{0.5}$

# Esercizio 188…

2. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che la percentuale di favorevoli non sia variata al livello del 5% di significatività

$p_A = 37\%$

| | | Ottobre | | |
|---|---|---|---|---|
| | | **Sì** | **No** | **Tot.** |
| **Agosto** | **Sì** | 416 | $a$ | 592 |
| | **No** | $b$ | 784 | 1008 |
| | **Tot.** | 640 | 960 | 1600 |

$p_O = 40\%$

La % di favorevoli resta immutata se $a = b \Leftrightarrow \frac{a}{a+b} = 0.5$

$H_0 : \frac{a}{a+b} = p = 0.5$ $\quad$ $H_1 : \frac{a}{a+b} = p \neq 0.5$

# Esercizio 188…

2. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che la percentuale di favorevoli non sia variata al livello del 5% di significatività

$p_A = 37\%$

| | | Ottobre | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Sì | No | Tot. |
| Agosto | Sì | 416 | 176 | 592 |
| | No | 224 | 784 | 1008 |
| | Tot. | 640 | 960 | 1600 |

$p_O = 40\%$

La % di favorevoli resta immutata se $a = b \Leftrightarrow \frac{a}{a+b} = 0.5$

$H_0 : \frac{a}{a+b} = p = 0.5 \qquad H_1 : \frac{a}{a+b} = p \neq 0.5$

$$\frac{\frac{176}{400} - 0.5}{\sqrt{(0.5 \times 0.5)/400}} = -2.4$$

# Esercizio 188…

2. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che la percentuale di favorevoli non sia variata al livello del 5% di significatività

$p_O = 40\%$

$p_A = 37\%$

| | | Ottobre | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Sì | No | Tot. |
| Agosto | Sì | 416 | 176 | 592 |
| | No | 224 | 784 | 1008 |
| | Tot. | 640 | 960 | 1600 |

La % di favorevoli resta immutata se $a = b \iff \frac{a}{a+b} = 0.5$

$$H_0 : \frac{a}{a+b} = p = 0.5 \qquad H_1 : \frac{a}{a+b} = p \neq 0.5$$

$$\frac{\left|\frac{176}{400} - 0.5\right|}{\sqrt{(0.5 \times 0.5)/400}} = 2.4$$

$z_{0.975} = 1.96 \Rightarrow$ si rifiuta l'ipotesi nulla al 5%

# Esercizio 188…

2. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che la percentuale di favorevoli non sia variata al livello del 5% di significatività

| | | Ottobre | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Sì | No | Tot. |

$p_A = 37\%$

$p_O = 40\%$

**L'aumento dei favorevoli è, quindi, statisticamente significativo (5%)**

La % di favorevoli resta immutata … $= b \iff \frac{a}{a+b} = 0.5$

$H_0 : \frac{a}{a+b} = p = 0.5$ $\qquad$ $H_1 : \frac{a}{a+b}$ … $0.5$

$$\frac{\left|\frac{176}{400} - 0.5\right|}{\sqrt{(0.5 \times 0.5)/400}} = 2.4 \qquad z_{0.975} = 1.96 \Rightarrow$$ si rifiuta l'ipotesi nulla al 5%

# Domanda 1

La mediana è

| | |
|---|---|
| a) Un indice di dispersione | b) $\frac{n+1}{2}$ |
| c) Un quartile | d) Il carattere più frequente |

# Domanda 1

La mediana è

| | |
|---|---|
| a) Un indice di dispersione | b) $\frac{n+1}{2}$ |
| c) Un quartile | d) Il carattere più frequente |

# Domanda 2

La stima della % di promossi al primo appello in Statistica al SIE vale 0.40. Quale dei seguenti intervalli può essere l'intervallo di confidenza del 95% per il vero valore di $p$ nella popolazione di riferimento?

| | |
|---|---|
| a) (0.32, 0.48) | b) (0.05, 0.35) |
| c) (-0.10, 0.30) | d) (0.30, 0.60) |

# Domanda 2

La stima della % di promossi al primo appello in Statistica al SIE vale 0.40. Quale dei seguenti intervalli può essere l'intervallo di confidenza del 95% per il vero valore di $p$ nella popolazione di riferimento?

| | |
|---|---|
| a) (0.32, 0.48) | b) (0.05, 0.35) |
| c) (0.10, 0.45) | d) (0.30, 0.60) |

non sono simmetrici attorno a 0.40 !!

# Domanda 2

La stima della % di promossi al primo appello in Statistica al SIE vale 0.40. Quale dei seguenti intervalli può essere l'intervallo di confidenza del 95% per il vero valore di $p$ nella popolazione di riferimento?

| | |
|---|---|
| a) (0.32, 0.48) | b) (0.05, 0.35) |
| c) (0.10, 0.45) | d) (0.30, 0.60) |

non contiene nemmeno 0.40 !!

# Domanda 3

Nella teoria della verifica d'ipotesi, se si rifiuta l'ipotesi nulla quando questa è vera, allora:

| | |
|---|---|
| a) Si commette un errore di prima specie (primo tipo) | b) Si commette un errore di seconda specie (secondo tipo) |
| c) l'ipotesi nulla è vera | d) l'alternativa è vera |

# Domanda 3

Nella teoria della verifica d'ipotesi, se si rifiuta l'ipotesi nulla quando questa è vera, allora:

| | |
|---|---|
| a) Si commette un errore di prima specie (primo tipo) | b) Si commette un errore di seconda specie (secondo tipo) |
| c) l'ipotesi nulla è vera | d) l'alternativa è vera |

# Esercizio 5

In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 8 | 12 | 9 | 12 | 18 |

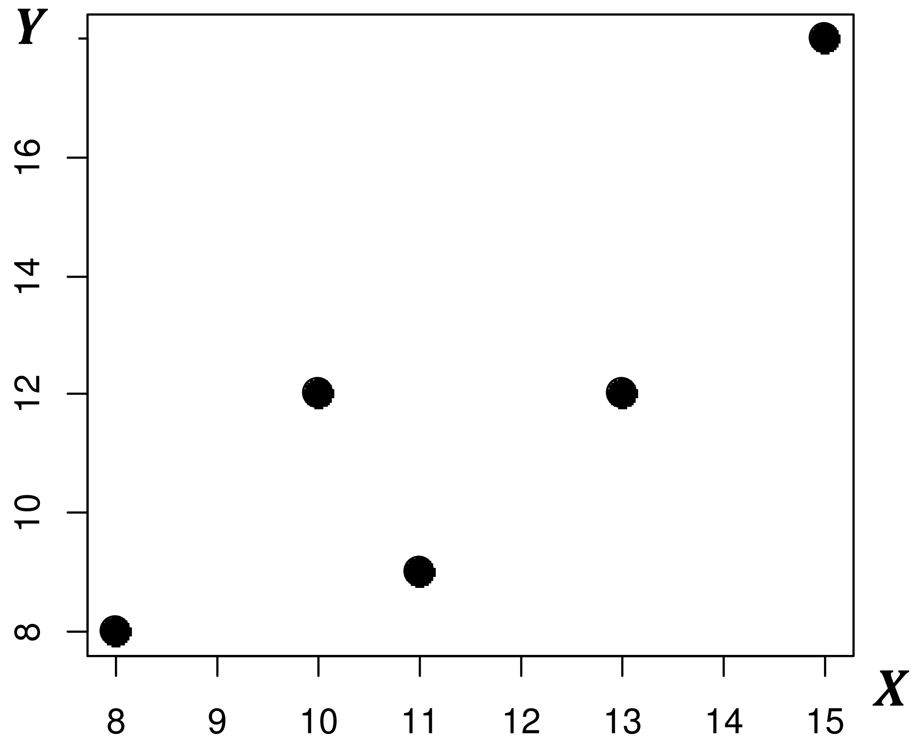
a) Rappresentare l'andamento congiunto di $Y$ in funzione di $X$. Le due variabili sono correlate? Come e quanto?
b) Stimare i parametri della retta di regressione conseguente al punto a) e disegnarla sul grafico.
c) Quanto vale la bontà di adattamento del modello ai dati?
d) La regressione è statisticamente significativa al livello dell'1%?
e) Se un nuovo soggetto riesce a dire 9 parolacce in un minuto, quanti nomi di animali vi aspettate possa dire?

# Esercizio 5

In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 8 | 12 | 9 | 12 | 18 |

a) Rappresentare l'andamento congiunto di $Y$ in funzione di $X$. Le due variabili sono correlate? Come e quanto?



# Esercizio 5

In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

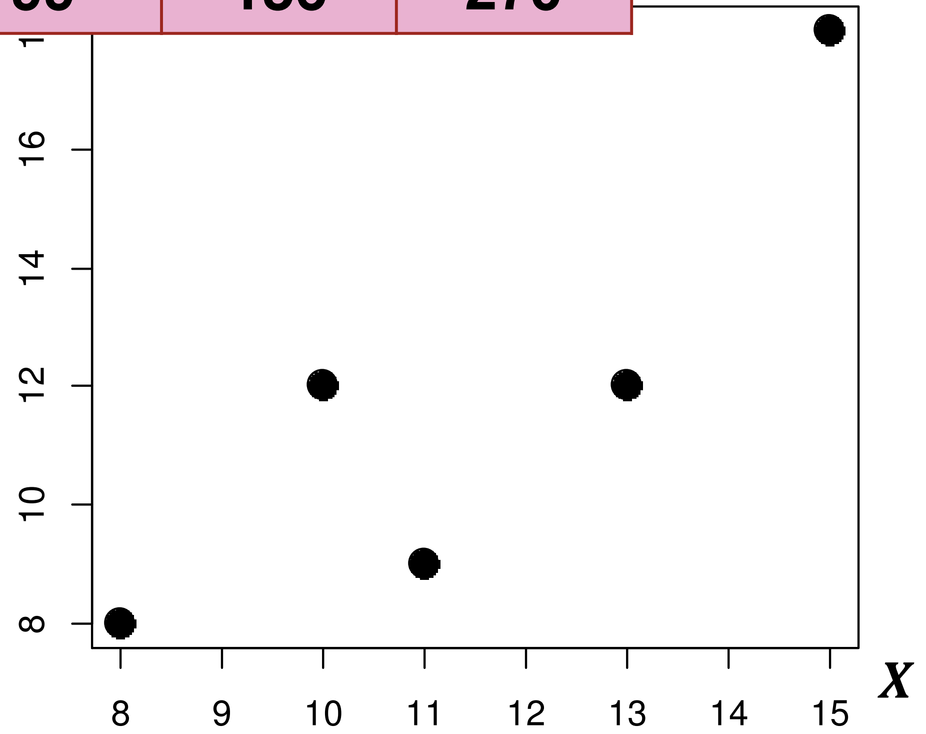
| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 8 | 12 | 9 | 12 | 18 |
| $x_i y_i$ | 64 | 120 | 99 | 156 | 270 |

$\bar{x} = 11.4, \qquad \bar{y} = 11.8$

${\sigma_x}^2 = 5.84, \qquad {\sigma_y}^2 = 12.16$

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{5}\sum x_i y_i - 11.4 \times 11.8 = 7.28$$

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{7.28}{\sqrt{5.84 \times 12.16}} = 0.86$$

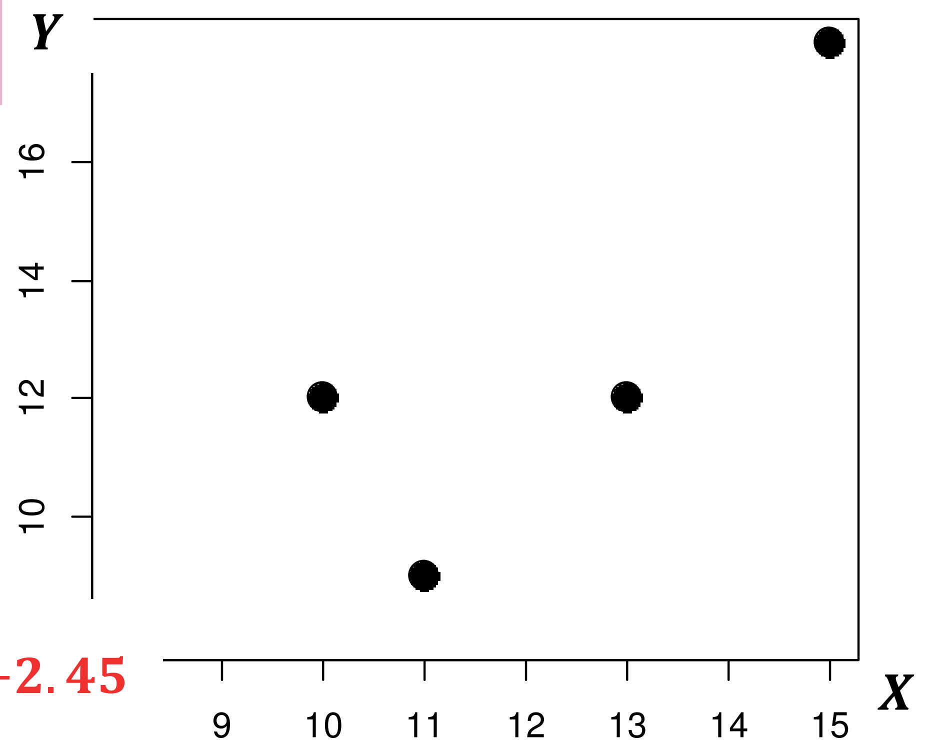


# Esercizio 5

In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | 9 | 12 | 18 |

b) Stimare i parametri della retta di regressione conseguente al punto a) e disegnarla sul grafico.




$$\bar{x} = 11.4, \qquad \bar{y} = 11.8$$

$$\sigma_x{}^2 = 5.84, \qquad \sigma_y{}^2 = 12.16$$

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{5}\sum x_i y_i \; - 11.4 \times 11.8 = 7.28$$

$$\hat{b} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x{}^2} = \frac{7.28}{5.84} = 1.25, \qquad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = -2.45$$

# Esercizio 5

In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 8 | 12 | 9 | 12 | 18 |

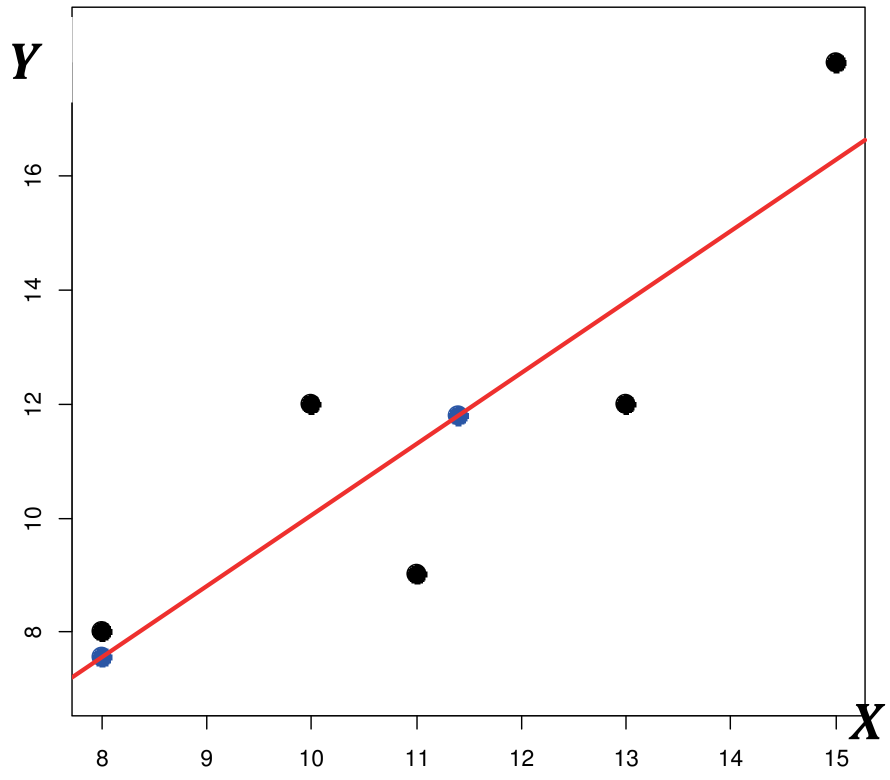
$\bar{x} = 11.4,\qquad \bar{y} = 11.8$

$\sigma_x{}^2 = 5.84,\qquad \sigma_y{}^2 = 12.16$

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{5}\sum x_i y_i - 11.4 \times 11.8 = 7.28$$

$\hat{b} = 1.25,\qquad \hat{a} = -2.45$

$x = 8 \Rightarrow y = -2.45 + 1.25 \times 8 = 7.55$

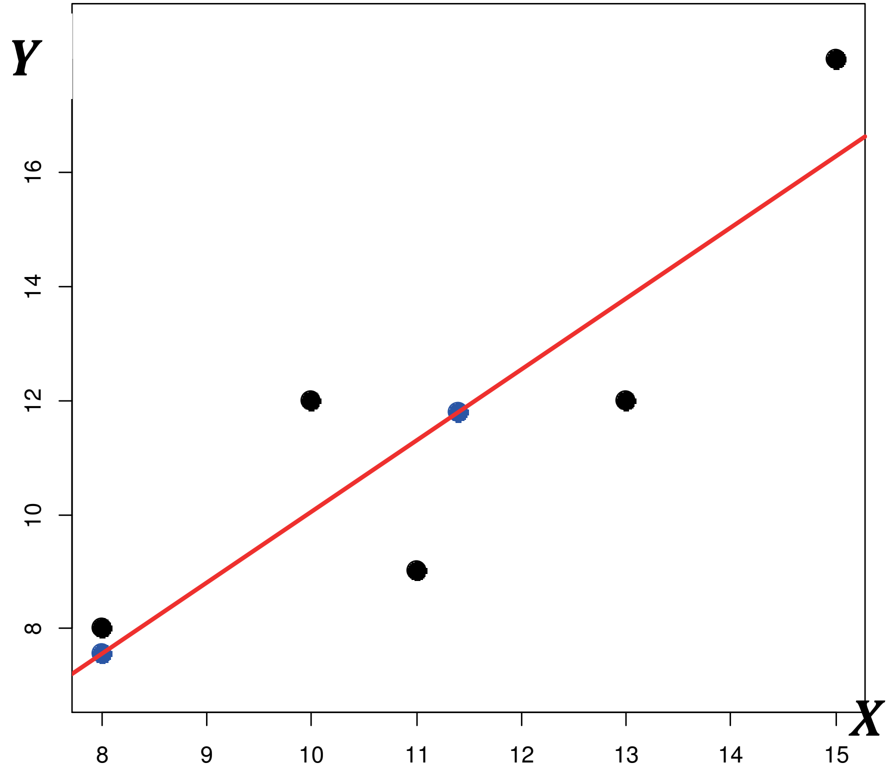


# Esercizio 5

In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 8 | 12 | 9 | 12 | 18 |

c) Quanto vale la bontà di adattamento del modello ai dati?



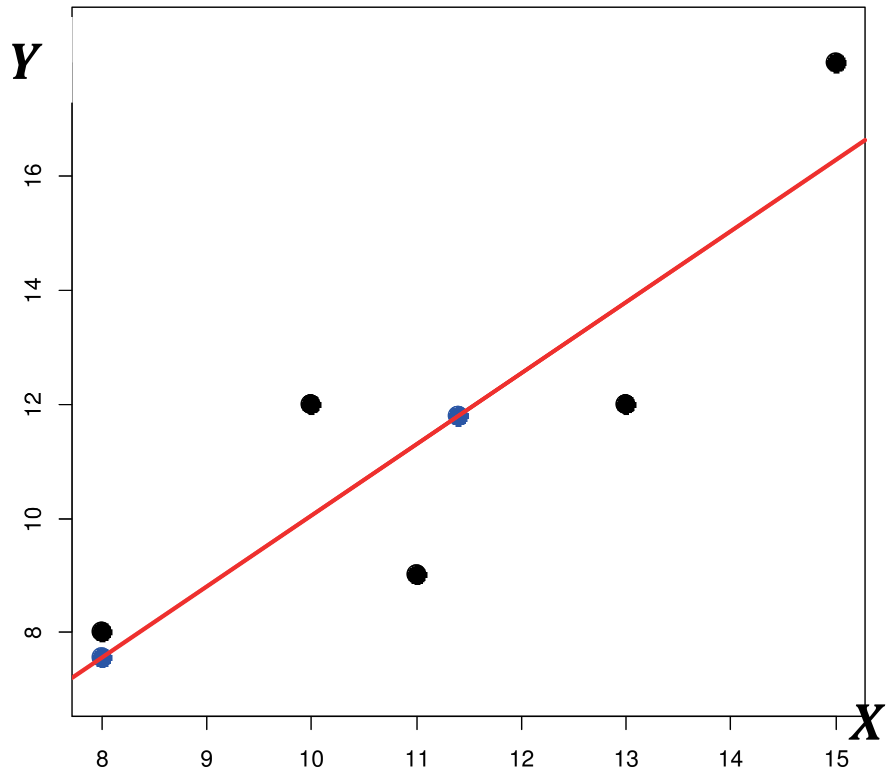
# Esercizio 5

In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 8 | 12 | 9 | 12 | 18 |

c) Quanto vale la bontà di adattamento del modello ai dati?

$$\rho_{xy} = 0.86 \Rightarrow R^2 = 0.86^2 = 0.74$$



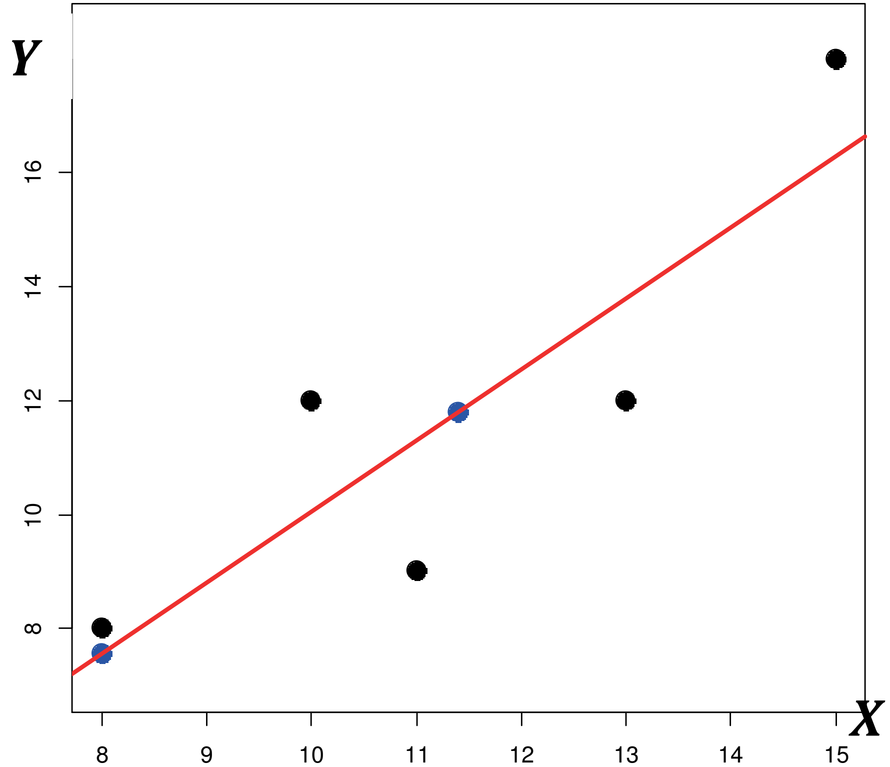
# Esercizio 5

In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 8 | 12 | 9 | 12 | 18 |

d) La regressione è statisticamente significativa al livello dell'1%?

$$\hat{b} = 1.25, \hat{a} = -2.45$$



# Esercizio 5

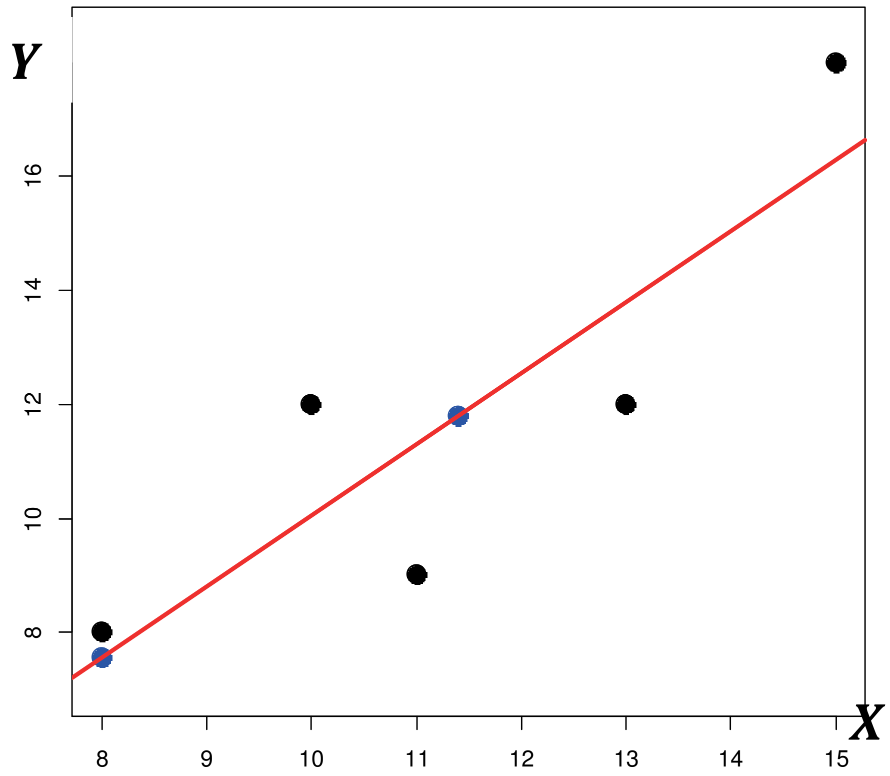
In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 8 | 12 | 9 | 12 | 18 |

d) La regressione è statisticamente significativa al livello dell'1%?

$$\hat{b} = 1.25, \hat{a} = -2.45, \ \ \sigma_x{}^2 = 5.84$$

$$\frac{|\hat{b}|}{\sqrt{\frac{s^2}{n\sigma_x{}^2}}}$$



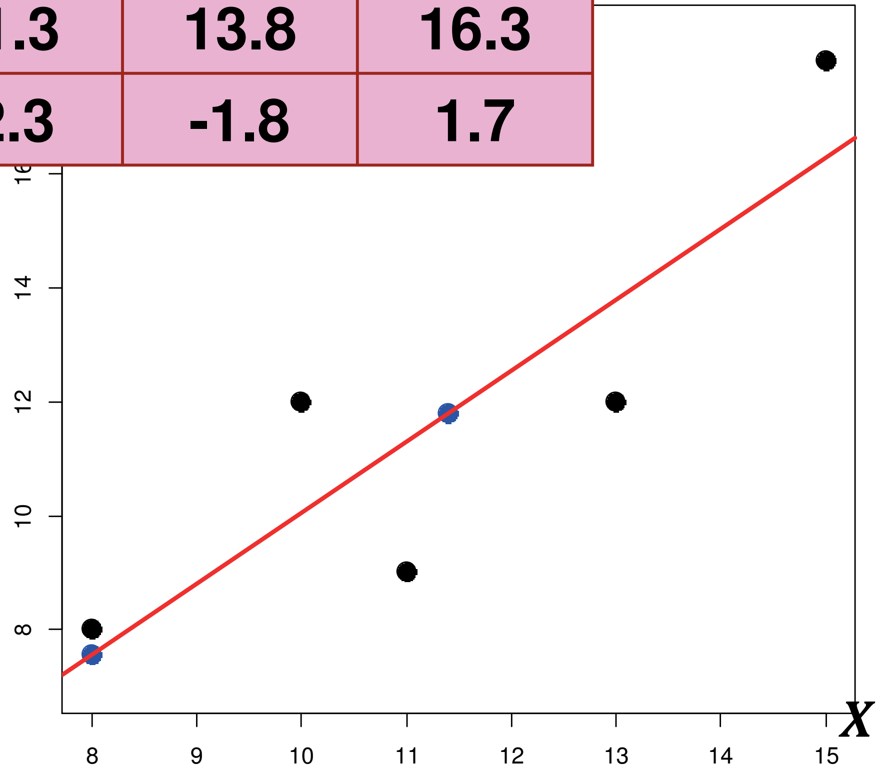
# Esercizio 5

In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
| $y_i$ | 8 | 12 | 9 | 12 | 18 |
| $\hat{y}_i$ | 7.55 | 10.05 | 11.3 | 13.8 | 16.3 |
| $e_i$ | 0.45 | 1.95 | -2.3 | -1.8 | 1.7 |

$$\hat{b} = 1.25, \hat{a} = -2.45, \quad \sigma_x{}^2 = 5.84$$

$$\frac{|\hat{b}|}{\sqrt{\frac{s^2}{n\sigma_x{}^2}}}$$



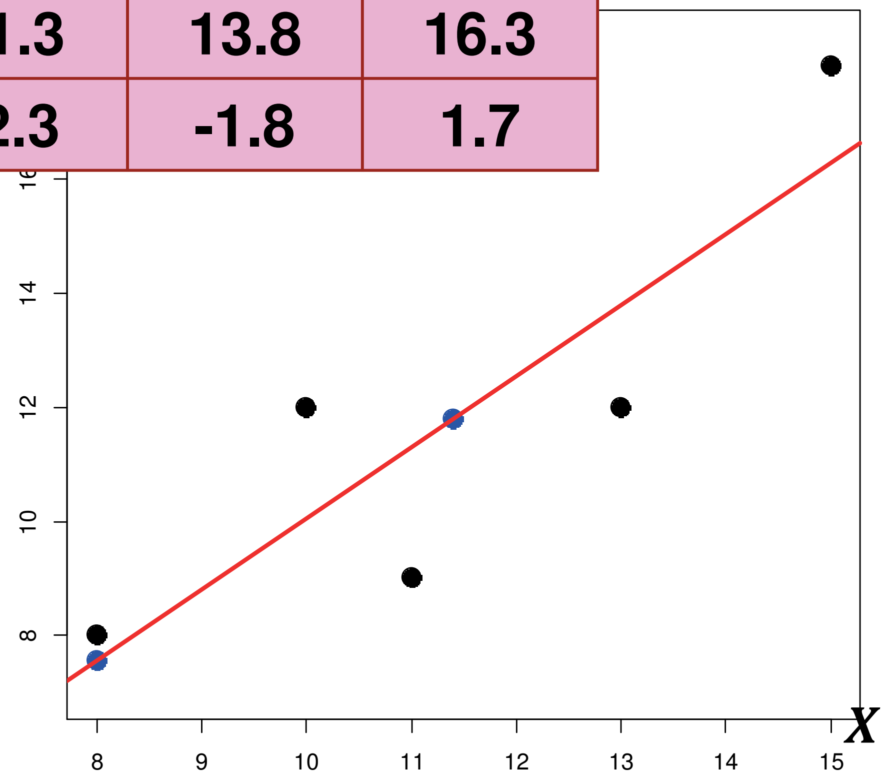
# Esercizio 5

In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 8 | 12 | 9 | 12 | 18 |
| $\hat{y}_i$ | 7.55 | 10.05 | 11.3 | 13.8 | 16.3 |
| $e_i$ | 0.45 | 1.95 | -2.3 | -1.8 | 1.7 |

$$\hat{b} = 1.25, \hat{a} = -2.45, \ \ \sigma_x{}^2 = 5.84$$

$$\boldsymbol{s^2 = \frac{1}{n-2}\sum e_i{}^2 = \frac{1}{3} \times 15.425 = 5.14}$$



# Esercizio 5

In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

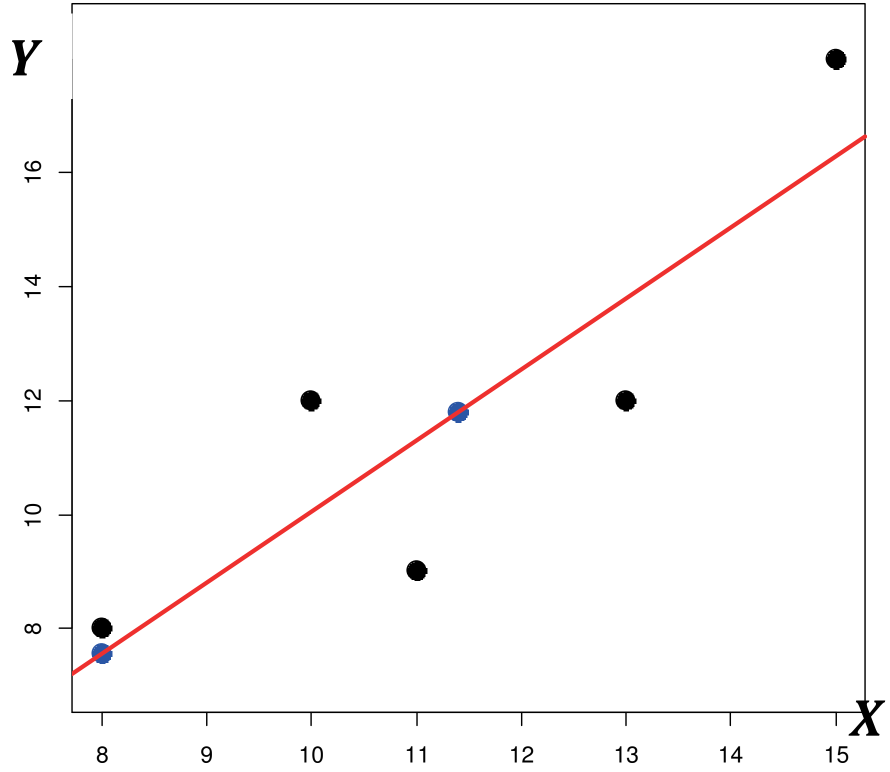
| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 8 | 12 | 9 | 12 | 18 |

d) La regressione è statisticamente significativa al livello dell'1%?

$$\hat{b} = 1.25, \hat{a} = -2.45, \quad \sigma_x{}^2 = 5.84$$

$$s^2 = 5.14$$

$$\frac{|\hat{b}|}{\sqrt{\frac{s^2}{n\sigma_x{}^2}}} = \frac{1.25}{\sqrt{\frac{5.14}{5 \times 5.84}}} = 2.98$$



# Esercizio 5

In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

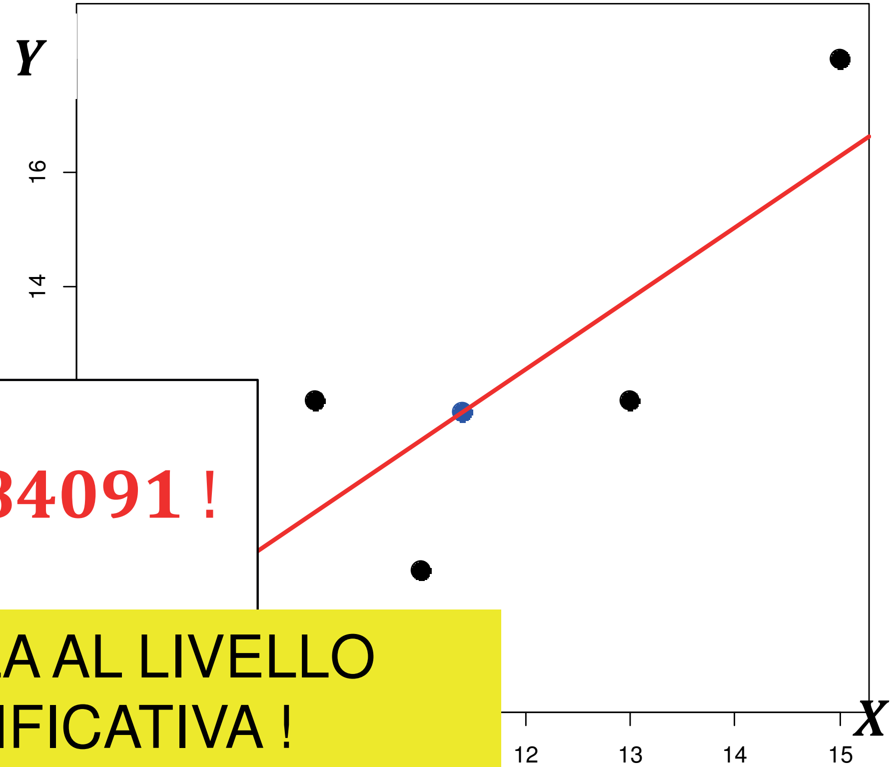
| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 8 | 12 | 9 | 12 | 18 |

d) La regressione è statisticamente significativa al livello dell'1%?

$$\hat{b} = 1.25, \hat{a} = -2.45, \quad {\sigma_x}^2 = 5.84$$

$$\frac{|\hat{b}|}{\sqrt{\frac{s^2}{n{\sigma_x}^2}}} = 2.98 < t(3)_{1-\frac{0.01}{2}} = 5.84091\,!$$

**NON** SI RIFIUTA L'IP. NULLA AL LIVELLO 1%, LA REG. **NON** E' SIGNIFICATIVA !



# Esercizio 5

In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 8 | 12 | 9 | 12 | 18 |

a) Rappresentare l'andamento congiunto di $Y$ in funzione di $X$. Le due variabili sono correlate? Come e quanto?
b) Stimare i parametri della retta di regressione conseguente al punto a) e disegnarla sul grafico.
c) Quanto vale la bontà di adattamento del modello ai dati?
d) La regressione è statisticamente significativa al livello dell'1%? **no!!!**
e) Se un nuovo soggetto riesce a dire 9 parolacce in un minuto, quanti nomi di animali vi aspettate possa dire? **NON POSSIAMO PREVEDERLO CON LA RETTA!**

# Esercizio 5

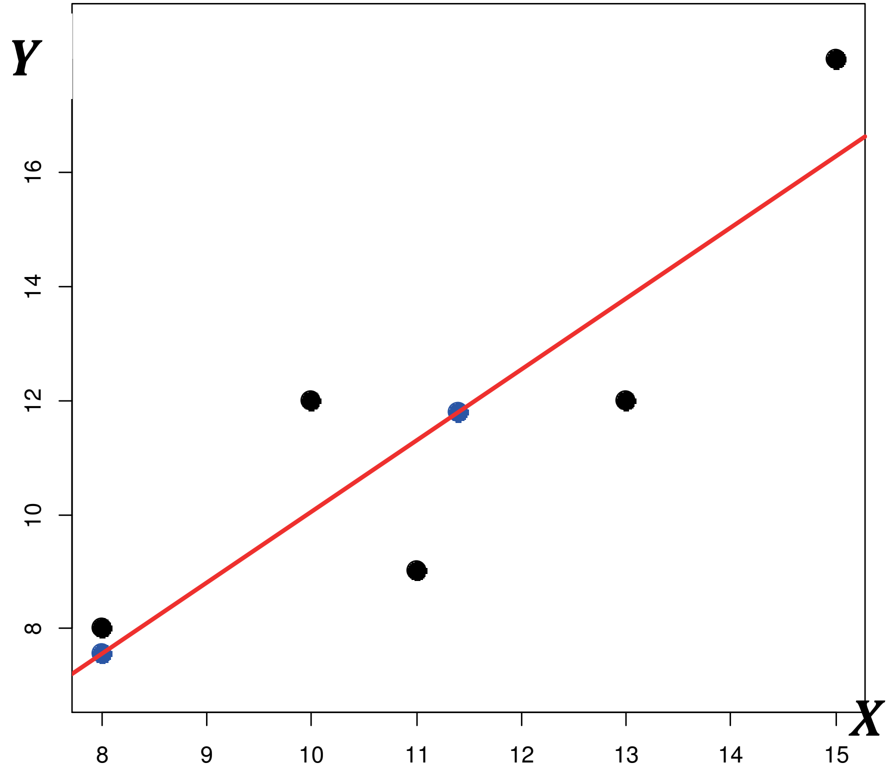
In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 8 | 12 | 9 | 12 | 18 |

d) La regressione è statisticamente significativa al livello dell'1%?

$$\hat{b} = 1.25, \hat{a} = -2.45, \quad {\sigma_x}^2 = 5.84$$

$$\frac{|\hat{b}|}{\sqrt{\frac{s^2}{n{\sigma_x}^2}}} = \mathbf{2.98} \quad p\text{-valore ?}$$



# Esercizio 5

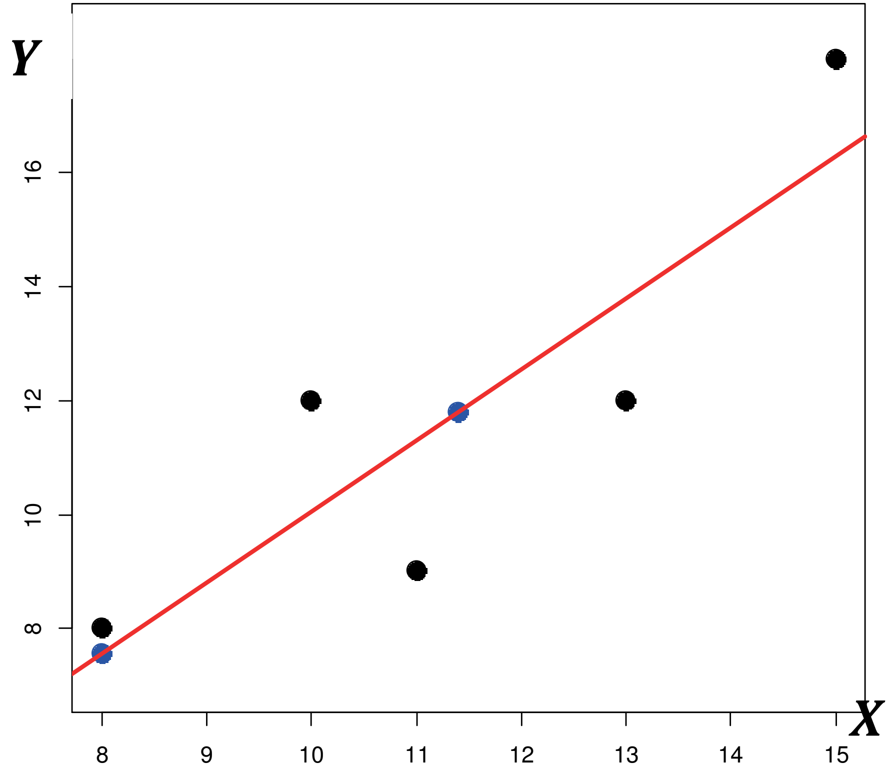
In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 8 | 12 | 9 | 12 | 18 |

d) La regressione è statisticamente significativa al livello dell'1%?

$$\hat{b} = 1.25, \hat{a} = -2.45, \ \ \sigma_x{}^2 = 5.84$$

$$\frac{|\hat{b}|}{\sqrt{\frac{s^2}{n\sigma_x{}^2}}} = 2.98 \quad p\text{-valore} > 0.01 \ !$$



# Esercizio 5

In uno studio sull'uso delle parolacce, su un campione casuale di 5 individui si è valutato, congiuntamente, il numero $X$ di parolacce dette in 1 minuto e il numero $Y$ di nomi di animali detti in un minuto, ottenendo:

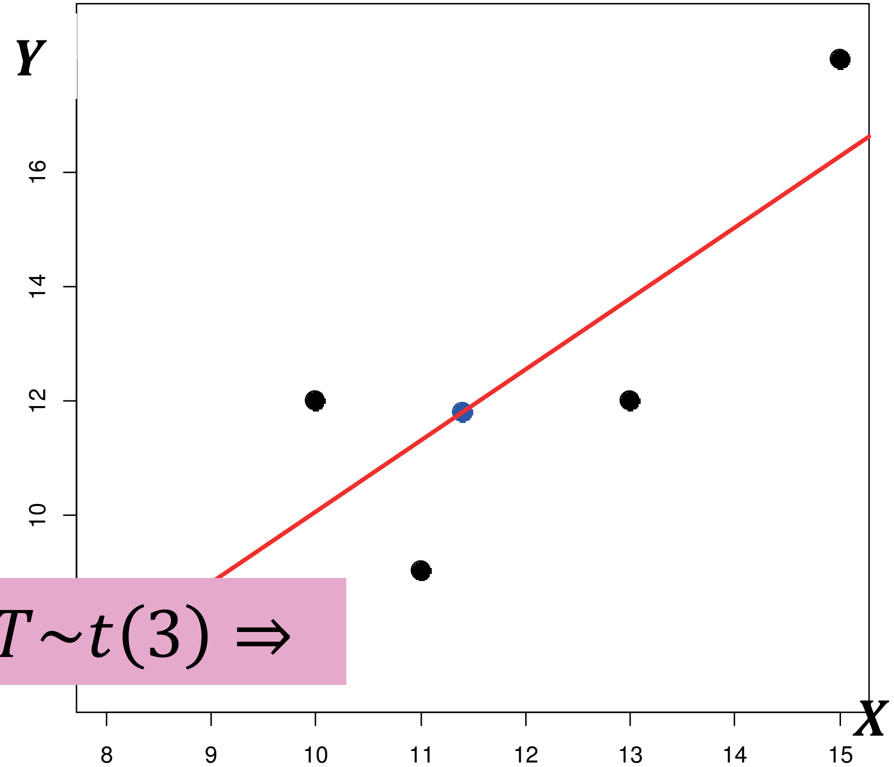
| $x_i$ | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 8 | 12 | 9 | 12 | 18 |

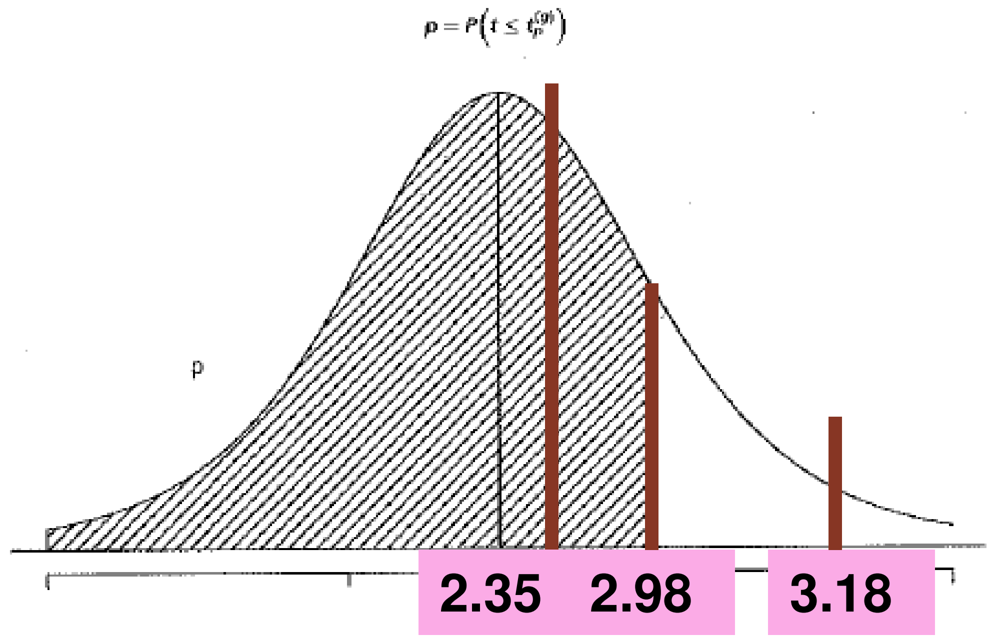
d) La regressione è statisticamente significativa al livello dell'1%?

$$\hat{b} = 1.25, \hat{a} = -2.45, \ \ \sigma_x{}^2 = 5.84$$

$$\frac{|\hat{b}|}{\sqrt{\frac{s^2}{n\sigma_x{}^2}}} = 2.98 \quad p\text{-valore} > 0.01 \ !$$

$$2 \times P(ST > 2.98), \qquad ST \sim t(3) \Rightarrow$$



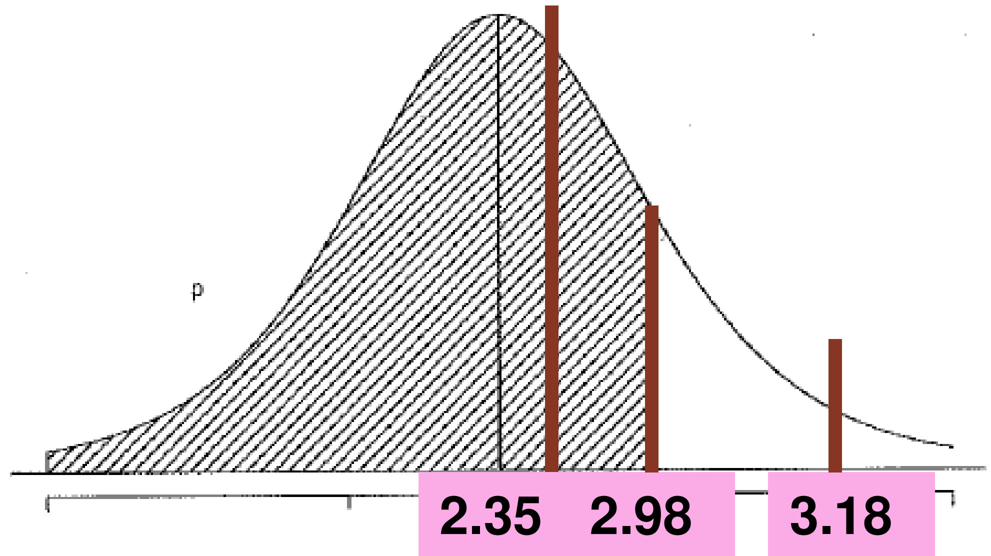



| p / n | 0.75 | 0.90 | 0.95 | 0.975 | 0.99 | 0.995 | 0.9995 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.00000 | 3.07768 | 6.31375 | 12.70620 | 31.82052 | 63.65674 | 636.61925 |
| 2 | 0.81650 | 1.88562 | 2.91999 | 4.30265 | 6.96456 | 9.92484 | 31.59905 |
| 3 | 0.76489 | 1.63775 | 2.35338 | 3.18245 | 4.54070 | 5.84091 | 12.92398 |
| 5 | 0.72669 | 1.47588 | 2.01505 | 2.57058 | 3.36493 | 4.03216 | 6.86883 |
| 6 | 0.71756 | 1.43976 | 1.94318 | 2.44691 | 3.14267 | 3.70743 | 5.95882 |
| 7 | 0.71114 | 1.41492 | 1.89458 | 2.36462 | 2.99795 | 3.49948 | 5.40790 |
| 8 | 0.70639 | 1.39682 | 1.85955 | 2.30600 | 2.89646 | 3.35539 | 5.04131 |
| 9 | 0.70272 | 1.38303 | 1.83311 | 2.26216 | 2.82144 | 3.24984 | 4.78091 |
| 10 | 0.69981 | 1.37218 | 1.81246 | 2.22814 | 2.76377 | 3.16927 | 4.58689 |
| 11 | 0.69745 | 1.36343 | 1.79588 | 2.20099 | 2.71808 | 3.10581 | 4.43698 |

$$P(ST > 2.98) > P(ST > 3.18) = 1 - 0.975 = 0.025$$

$$P(ST > 2.98) < P(ST > 2.35) = 1 - 0.95 = 0.05$$

## $p$-valore tra 5% e 10%




| p / n | 0.75 | 0.90 | 0.95 | 0.975 | 0.99 | 0.995 | 0.9995 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.00000 | 3.07768 | 6.31375 | 12.70620 | 31.82052 | 63.65674 | 636.61925 |
| 2 | 0.81650 | 1.88562 | 2.91999 | 4.30265 | 6.96456 | 9.92484 | 31.59905 |
| 3 | 0.76489 | 1.63775 | 2.35338 | 3.18245 | 4.54070 | 5.84091 | 12.92398 |
| 5 | 0.72669 | 1.47588 | 2.01505 | 2.57058 | 3.36493 | 4.03216 | 6.86883 |
| 6 | 0.71756 | 1.43976 | 1.94318 | 2.44691 | 3.14267 | 3.70743 | 5.95882 |
| 7 | 0.71114 | 1.41492 | 1.89458 | 2.36462 | 2.99795 | 3.49948 | 5.40790 |
| 8 | 0.70639 | 1.39682 | 1.85955 | 2.30600 | 2.89646 | 3.35539 | 5.04131 |
| 9 | 0.70272 | 1.38303 | 1.83311 | 2.26216 | 2.82144 | 3.24984 | 4.78091 |
| 10 | 0.69981 | 1.37218 | 1.81246 | 2.22814 | 2.76377 | 3.16927 | 4.58689 |
| 11 | 0.69745 | 1.36343 | 1.79588 | 2.20099 | 2.71808 | 3.10581 | 4.43698 |

$$P(ST > 2.98) > P(ST > 3.18) = 1 - 0.975 = 0.025$$

$$P(ST > 2.98) < P(ST > 2.35) = 1 - 0.95 = 0.05$$

# Esercizio 11

Per testare l'efficacia delle cinture di sicurezza sui bambini nel prevenire danni gravi, si esaminano due campioni indipendenti di bambini che hanno subito incidenti stradali. I dati riportati nella seguente tabella si riferiscono al tempo (in giorni) trascorso in terapia intensiva dai bambini dei due campioni dopo l'incidente:

| | Con cintura: 1 | Senza cintura: 2 |
|---|---|---|
| $n_i$ | 123 | 290 |
| $\bar{x}_i$ | 0.83 | 1.39 |
| $s_i$ | 1.77 | 3.06 |

Sottoporre a verifica l'ipotesi che la permanenza media in terapia intensiva sia la stessa contro l'alternativa che sia minore per i bambini nel gruppo 1 al livello del 2%. Bisogna introdurre qualche ipotesi di gaussianità? Giustificare la risposta.

# Esercizio 11

Per testare l'efficacia delle cinture di sicurezza sui bambini nel prevenire danni gravi, si esaminano due campioni indipendenti di bambini che hanno subito incidenti stradali. I dati riportati nella seguente tabella si riferiscono al tempo (in giorni) trascorso in terapia intensiva dai bambini dei due campioni dopo l'incidente:

| | Con cintura: 1 | Senza cintura: 2 |
|---|---|---|
| $n_i$ | 123 | 290 |
| $\bar{x}_i$ | 0.83 | 1.39 |
| $s_i$ | 1.77 | 3.06 |

Sottoporre a verifica l'ipotesi che la permanenza media in terapia intensiva sia la stessa contro l'alternativa che sia minore per i bambini nel gruppo 1 al livello del 2%. **Bisogna introdurre qualche ipotesi di gaussianità? Giustificare la risposta.**

**NO!, i campioni sono grandi quindi TCL**

# Esercizio 11

| | Con cintura: 1 | Senza cintura: 2 |
|---|---|---|
| $n_i$ | 123 | 290 |
| $\bar{x}_i$ | 0.83 | 1.39 |
| $s_i$ | 1.77 | 3.06 |

Sottoporre a verifica l'ipotesi che la permanenza media in terapia intensiva sia la stessa contro l'alternativa che sia minore per i bambini nel gruppo 1 al livello del 2%.

$$X_1, \dots, X_{n_1} \quad E(X_i) = \mu_1, Var(X_i) = \boldsymbol{\sigma}^2$$

$$Y_1, \dots, Y_{n_2} \quad E(Y_j) = \mu_2, Var(Y_j) = \boldsymbol{\sigma}^2$$

$$\boldsymbol{H_0 : \mu_1 = \mu_2}$$

$$\boldsymbol{H_1 : \mu_1 < \mu_2}$$

# Esercizio 11

| | Con cintura: 1 | Senza cintura: 2 |
|---|---|---|
| $\boldsymbol{n_i}$ | 123 | 290 |
| $\boldsymbol{\bar{x}_i}$ | 0.83 | 1.39 |
| $\boldsymbol{s_i}$ | 1.77 | 3.06 |

Sottoporre a verifica l’ipotesi che la permanenza media in terapia intensiva sia la stessa contro l’alternativa che sia minore per i bambini nel gruppo 1 al livello del 2%.

$$X_1, \dots, X_{n_1} \quad E(X_i) = \mu_1, Var(X_i) = \boldsymbol{\sigma^2}$$

$$Y_1, \dots, Y_{n_2} \quad E(Y_j) = \mu_2, Var(Y_j) = \boldsymbol{\sigma^2}$$

$$\boldsymbol{H_0 : \mu_1 = \mu_2}$$

$$\boldsymbol{H_1 : \mu_1 < \mu_2}$$

# Esercizio 11

| | Con cintura: 1 | Senza cintura: 2 |
|---|---|---|
| $n_i$ | 123 | 290 |
| $\bar{x}_i$ | 0.83 | 1.39 |
| $s_i$ | 1.77 | 3.06 |

Sottoporre a verifica l'ipotesi che la permanenza media in terapia intensiva sia la stessa contro l'alternativa che sia minore per i bambini nel gruppo 1 al livello del 2%.

$$X_1, \dots, X_{n_1} \quad E(X_i) = \mu_1, Var(X_i) = \boldsymbol{\sigma^2}$$

$$Y_1, \dots, Y_{n_2} \quad E(Y_j) = \mu_2, Var(Y_j) = \boldsymbol{\sigma^2}$$

$$\boldsymbol{H_0 : \mu_1 = \mu_2}$$

$$\boldsymbol{H_1 : \mu_1 < \mu_2}$$

$$\boldsymbol{s_p{}^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1{}^2 + (n_2 - 1)s_2{}^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{122 \times 1.77^2 + 289 \times 3.06^2}{123 + 290 - 2} = 7.51}$$

# Esercizio 11

| | Con cintura: 1 | Senza cintura: 2 |
|---|---|---|
| $n_i$ | 123 | 290 |
| $\bar{x}_i$ | 0.83 | 1.39 |
| $s_i$ | 1.77 | 3.06 |

$${s_p}^2 = 7.51$$

Sottoporre a verifica l'ipotesi che la permanenza media in terapia intensiva sia la stessa contro l'alternativa che sia minore per i bambini nel gruppo 1 al livello del 2%.

$$X_1, \dots, X_{n_1} \quad E(X_i) = \mu_1, Var(X_i) = \boldsymbol{\sigma}^2$$

$$Y_1, \dots, Y_{n_2} \quad E(Y_j) = \mu_2, Var(Y_j) = \boldsymbol{\sigma}^2$$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 < \mu_2$$

$$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{{s_p}^2 \times \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

**rifiutiamo se**

$$< -t(n_1 + n_2 - 2)_{0.98} \cong -z_{0.98} = -2.055$$

# Esercizio 11

| | Con cintura: 1 | Senza cintura: 2 |
|---|---|---|
| $\boldsymbol{n_i}$ | 123 | 290 |
| $\boldsymbol{\bar{x}_i}$ | 0.83 | 1.39 |
| $\boldsymbol{s_i}$ | 1.77 | 3.06 |

$$\boldsymbol{s_p{}^2 = 7.51}$$

Sottoporre a verifica l'ipotesi che la permanenza media in terapia intensiva sia la stessa contro l'alternativa che sia minore per i bambini nel gruppo 1 al livello del 2%.

$$X_1, \dots, X_{n_1} \quad E(X_i) = \mu_1, Var(X_i) = \boldsymbol{\sigma^2}$$

$$Y_1, \dots, Y_{n_2} \quad E(Y_j) = \mu_2, Var(Y_j) = \boldsymbol{\sigma^2}$$

$$\boldsymbol{H_0 : \mu_1 = \mu_2}$$

$$\boldsymbol{H_1 : \mu_1 < \mu_2}$$

$$\boldsymbol{\frac{0.83 - 1.39}{\sqrt{7.51 \times \left(\frac{1}{123} + \frac{1}{290}\right)}} = -1.90}$$

**rifiutiamo se**

$$\boldsymbol{< -t(n_1 + n_2 - 2)_{0.98} \cong -z_{0.98} = -2.055}$$

# Esercizio 11

| | Con cintura: 1 | Senza cintura: 2 |
|---|---|---|
| $n_i$ | 123 | 290 |
| $\bar{x}_i$ | 0.83 | 1.39 |
| $s_i$ | 1.77 | 3.06 |

$$s_p{}^2 = 7.51$$

Sottoporre a verifica l'ipotesi che la permanenza media in terapia intensiva sia la stessa contro l'alternativa che sia minore per i bambini nel gruppo 1 al livello del 2%.

$$X_1, \dots, X_{n_1} \quad E(X_i) = \mu_1, Var(X_i) = \boldsymbol{\sigma^2}$$

$$Y_1, \dots, Y_{n_2} \quad E(Y_j) = \mu_2, Var(Y_j) = \boldsymbol{\sigma^2}$$

$$\boldsymbol{H_0 : \mu_1 = \mu_2}$$

$$\boldsymbol{H_1 : \mu_1 < \mu_2}$$

$$\frac{0.83 - 1.39}{\sqrt{7.51 \times \left(\frac{1}{123} + \frac{1}{290}\right)}} = -1.90$$

**NON SI PUO' RIFIUTARE L'IPOTESI CHE LE CINTURE NON RIDUCANO IL TEMPO MEDIO DI PERMANENZA IN T.I., AL 2%**

# Esercizio 11

| | Con cintura: 1 | Senza cintura: 2 |
|---|---|---|
| $n_i$ | 123 | 290 |
| $\bar{x}_i$ | 0.83 | 1.39 |
| $s_i$ | 1.77 | 3.06 |

$${s_p}^2 = 7.51$$

Sottoporre a verifica l'ipotesi che la permanenza media in terapia intensiva sia la stessa contro l'alternativa che sia minore per i bambini nel gruppo 1 al livello del 2%.

$$X_1, \dots, X_{n_1} \quad E(X_i) = \mu_1, Var(X_i) = \boldsymbol{\sigma^2}$$

$$Y_1, \dots, Y_{n_2} \quad E(Y_j) = \mu_2, Var(Y_j) = \boldsymbol{\sigma^2}$$

$$\boldsymbol{H_0 : \mu_1 = \mu_2}$$

$$\boldsymbol{H_1 : \mu_1 < \mu_2}$$

$$\frac{0.83 - 1.39}{\sqrt{7.51 \times \left(\frac{1}{123} + \frac{1}{290}\right)}} = -1.90$$

$p$-VALORE ?

# Esercizio 11

| | Con cintura: 1 | Senza cintura: 2 |
|---|---|---|
| $n_i$ | 123 | 290 |
| $\bar{x}_i$ | 0.83 | 1.39 |
| $s_i$ | 1.77 | 3.06 |

$$s_p{}^2 = 7.51$$

Sottoporre a verifica l'ipotesi che la permanenza media in terapia intensiva sia la stessa contro l'alternativa che sia minore per i bambini nel gruppo 1 al livello del 2%.

$$X_1, \dots, X_{n_1} \quad E(X_i) = \mu_1, Var(X_i) = \boldsymbol{\sigma}^2$$

$$Y_1, \dots, Y_{n_2} \quad E(Y_j) = \mu_2, Var(Y_j) = \boldsymbol{\sigma}^2$$

$$\boldsymbol{H_0 : \mu_1 = \mu_2}$$

$$\boldsymbol{H_1 : \mu_1 < \mu_2}$$

$$\frac{0.83 - 1.39}{\sqrt{7.51 \times \left(\frac{1}{123} + \frac{1}{290}\right)}} = -1.90$$

**$p$-VALORE : > 0.02 !**

# Esercizio 11

| | Con cintura: 1 | Senza cintura: 2 |
|---|---|---|
| $\boldsymbol{n_i}$ | 123 | 290 |
| $\boldsymbol{\bar{x}_i}$ | 0.83 | 1.39 |
| $\boldsymbol{s_i}$ | 1.77 | 3.06 |

$$\boldsymbol{s_p}^{\mathbf{2}} = \mathbf{7.51}$$

Sottoporre a verifica l'ipotesi che la permanenza media in terapia intensiva sia la stessa contro l'alternativa che sia minore per i bambini nel gruppo 1 al livello del 2%.

$$X_1, \dots, X_{n_1} \quad E(X_i) = \mu_1, Var(X_i) = \boldsymbol{\sigma^2}$$

$$Y_1, \dots, Y_{n_2} \quad E(Y_j) = \mu_2, Var(Y_j) = \boldsymbol{\sigma^2}$$

$$\boldsymbol{H_0 : \mu_1 = \mu_2}$$

$$\boldsymbol{H_1 : \mu_1 < \mu_2}$$

$$\frac{0.83 - 1.39}{\sqrt{7.51 \times \left(\frac{1}{123} + \frac{1}{290}\right)}} = -1.90 \Rightarrow \approx \boldsymbol{P(Z < -1.90) = 0.02872}$$

# Esercizio 4

Da un recente campione di 1000 nati da donne non sposate risulta che 42 delle madri hanno 14 anni o meno, 403 tra i 15 ed i 19 anni, 315 tra 20 e 24 anni, 150 tra 25 e 29 anni e 90 ne hanno almeno 30.

| Fascia d'età | $n_i$ |
|---|---|
| $< 15$ | 42 |
| $[15, 20)$ | 403 |
| $[20, 25)$ | 315 |
| $[25, 30)$ | 150 |
| $\geq 30$ | 90 |

a. Rappresentare graficamente la distribuzione di frequenza dell'età al primo parto nel campione.
b. Calcolare l'età media al primo parto, e la varianza nel campione.
c. Calcolare i quartili e disegnare il boxplot

# Esercizio 4

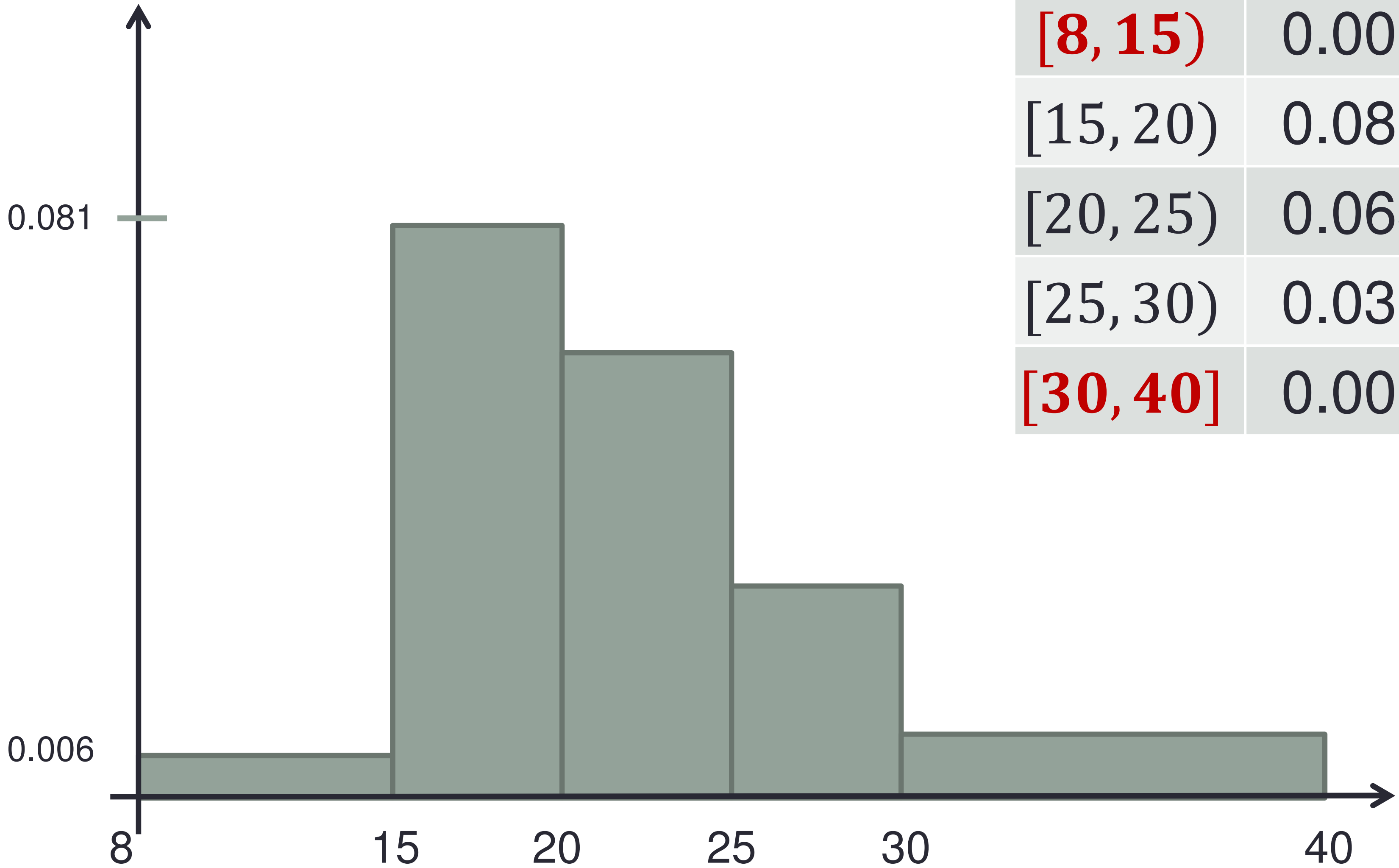
| Fascia d'età | $n_i$ |
|---|---|
| $< 15$ | 42 |
| $[15, 20)$ | 403 |
| $[20, 25)$ | 315 |
| $[25, 30)$ | 150 |
| $\geq 30$ | 90 |

a. Rappresentare graficamente la distribuzione di frequenza dell'età al primo parto nel campione. **istogramma** ⇨

| Fascia d'età | $n_i$ | Freq. Rel. $f_i$ | $l'_i = f_i/a_i$ |
|---|---|---|---|
| $\mathbf{[8, 15)}$ | 42 | 0.042 | 0.006 |
| $[15, 20)$ | 403 | 0.403 | 0.081 |
| $[20, 25)$ | 315 | 0.315 | 0.063 |
| $[25, 30)$ | 150 | 0.150 | 0.030 |
| $\mathbf{[30, 40]}$ | 90 | 0.090 | 0.009 |

# Esercizio 4

| Fascia d'età | $l'_i = {f_i}/{a_i}$ |
|---|---|
| $\mathbf{[8, 15)}$ | 0.006 |
| $[15, 20)$ | 0.081 |
| $[20, 25)$ | 0.063 |
| $[25, 30)$ | 0.030 |
| $\mathbf{[30, 40]}$ | 0.009 |



# Esercizio 4

| Fascia d'età | $x^*_i$ | $n_i$ |
|---|---|---|
| $\mathbf{[8, 15)}$ | 11.5 | 42 |
| $[15, 20)$ | 17.5 | 403 |
| $[20, 25)$ | 22.5 | 315 |
| $[25, 30)$ | 27.5 | 150 |
| $\mathbf{[30, 40]}$ | 35 | 90 |

b. **Calcolare l'età media al primo parto, e la varianza.**

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_i x^*_i \times n_i$$

$$= \sum_i x^*_i \times f_i$$

$$\bar{x} = \frac{11.5 \times 42 + 17.5 \times 403 + 22.5 \times 315 + 27.5 \times 15 + 35 \times 9}{1000}$$

$$= 21.9$$

# Esercizio 4

| Fascia d'età | $x^*_i$ | $n_i$ |
|---|---|---|
| $[8, 15)$ | 11.5 | 42 |
| $[15, 20)$ | 17.5 | 403 |
| $[20, 25)$ | 22.5 | 315 |
| $[25, 30)$ | 27.5 | 150 |
| $[30, 40]$ | 35 | 90 |

b. Calcolare l'età media al primo parto, e la **varianza**.

$$s_n{}^2 = \frac{1}{\boldsymbol{n-1}} \sum (x_i{}^* - \bar{x})^2 n_i =$$

NB: nel testo c'è la parola ***campione***

$$s_n{}^2 = \frac{1}{999}[42 \times (11.5 - 21.9)^2 + 403 \times (17.5 - 21.9)^2 + \cdots]$$

$$= 32.64 \Rightarrow s_n = \sqrt{32.64} = 5.71 \text{ anni}$$

# Esercizio 4

Da un recente campione di 1000 nati da donne non sposate risulta che 42 delle madri hanno 14 anni o meno, 403 tra i 15 ed i 19 anni, 315 tra 20 e 24 anni, 150 tra 25 e 29 anni e 90 ne hanno almeno 30.

| Fascia d'età | $n_i$ |
|---|---|
| $< 15$ | 42 |
| $[15, 20)$ | 403 |
| $[20, 25)$ | 315 |
| $[25, 30)$ | 150 |
| $\geq 30$ | 90 |

c. **Calcolare i quartili e disegnare il boxplot.**

# Esercizio 4

Da un recente campione di 1000 nati da donne non sposate risulta che 42 delle madri hanno 14 anni o meno, 403 tra i 15 ed i 19 anni, 315 tra 20 e 24 anni, 150 tra 25 e 29 anni e 90 ne hanno almeno 30.

| Fascia d'età | $n_i$ | $N_i$ | $n_i/a_i$ |
|---|---|---|---|
| $[8,15)$ | 42 | 42 | 6 |
| $[15,20)$ | 403 | 445 | 80.6 |
| $[20,25)$ | 315 | 760 | 63 |
| $[25,30)$ | 150 | 910 | 30 |
| $[30,40]$ | 90 | 1000 | 9 |

$$Q_1 : \frac{1000}{4} = 250 \Rightarrow$$

$$\mathbf{Q_1 : 15 + \frac{250-42}{80.6} = 17.58}$$

# Esercizio 4

Da un recente campione di 1000 nati da donne non sposate risulta che 42 delle madri hanno 14 anni o meno, 403 tra i 15 ed i 19 anni, 315 tra 20 e 24 anni, 150 tra 25 e 29 anni e 90 ne hanno almeno 30.

| Fascia d'età | $n_i$ | $N_i$ | $n_i/a_i$ |
|---|---|---|---|
| $[8, 15)$ | 42 | 42 | 6 |
| $[15, 20)$ | 403 | 445 | 80.6 |
| $[20, 25)$ | 315 | 760 | 63 |
| $[25, 30)$ | 150 | 910 | 30 |
| $[30, 40]$ | 90 | 1000 | 9 |

$$Q_2 : \frac{1000}{2} = 500 \Rightarrow$$

$$\mathbf{Q_2 : 20 + \frac{500 - 445}{63} = 20.87}$$

# Esercizio 4

Da un recente campione di 1000 nati da donne non sposate risulta che 42 delle madri hanno 14 anni o meno, 403 tra i 15 ed i 19 anni, 315 tra 20 e 24 anni, 150 tra 25 e 29 anni e 90 ne hanno almeno 30.

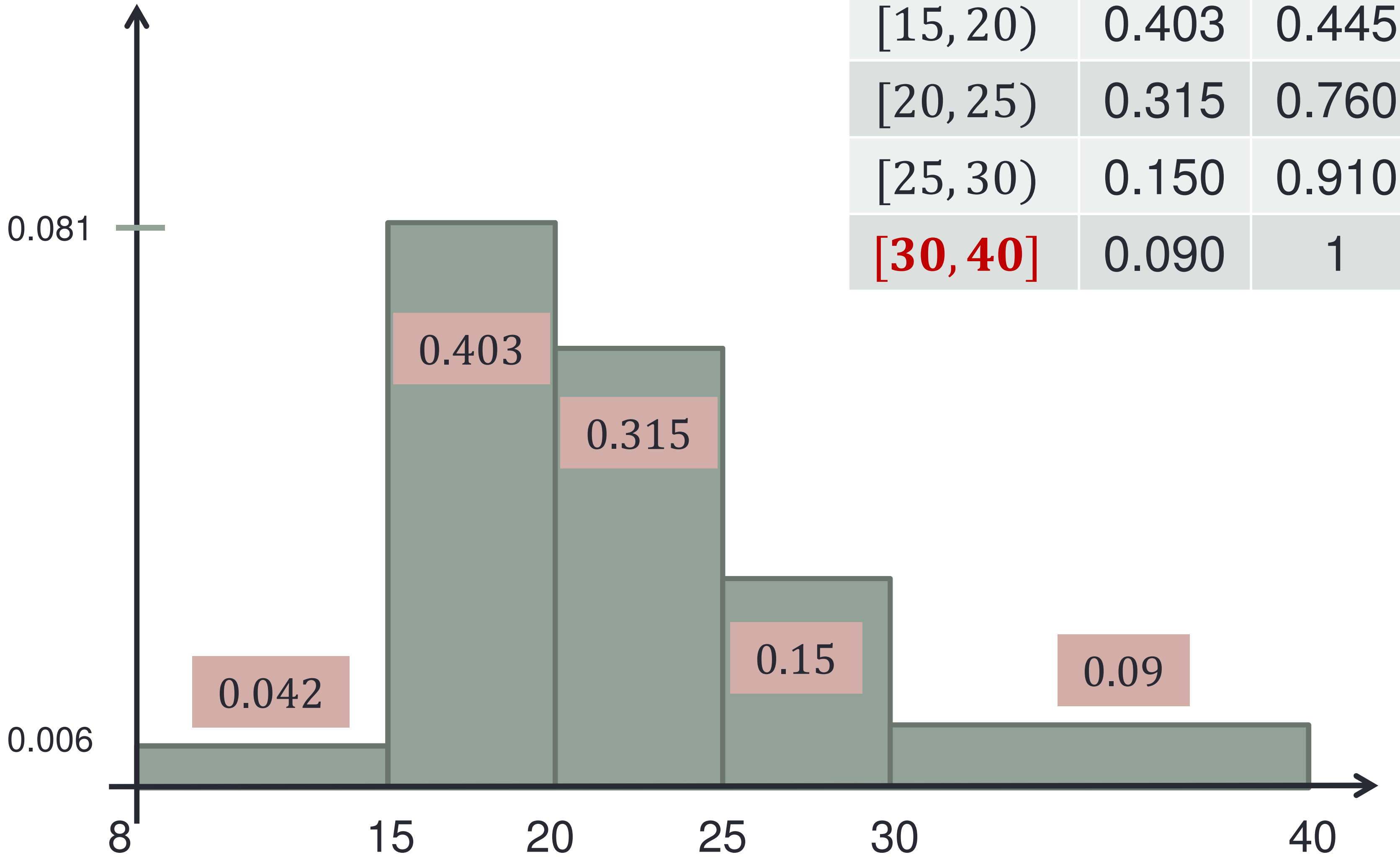
| Fascia d'età | $n_i$ | $N_i$ | $n_i/a_i$ |
|---|---|---|---|
| $[8, 15)$ | 42 | 42 | 6 |
| $[15, 20)$ | 403 | 445 | 80.6 |
| $[20, 25)$ | 315 | 760 | 63 |
| $[25, 30)$ | 150 | 910 | 30 |
| $[30, 40]$ | 90 | 1000 | 9 |

$$Q_3 : \frac{3 \times 1000}{4} = 750 \Rightarrow$$

$$\mathbf{Q_3 : 20 + \frac{750 - 445}{63} = 24.84}$$

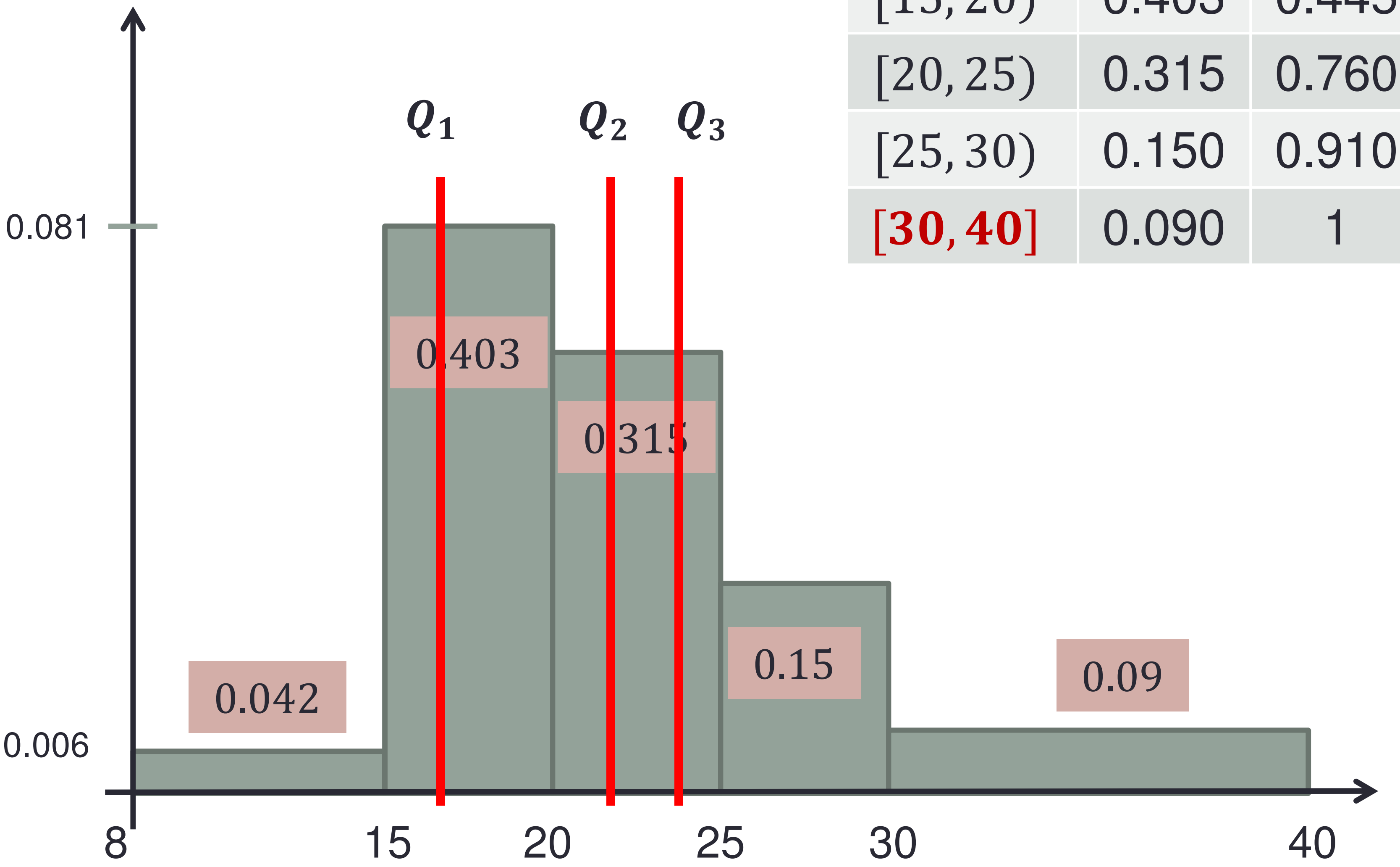
# Esercizio 4

| Fascia d'età | $f_i$ | $F_i$ | $l'_i = f_i/a_i$ |
|---|---|---|---|
| $[8, 15)$ | 0.042 | 0.042 | 0.006 |
| $[15, 20)$ | 0.403 | 0.445 | 0.081 |
| $[20, 25)$ | 0.315 | 0.760 | 0.063 |
| $[25, 30)$ | 0.150 | 0.910 | 0.030 |
| $[30, 40]$ | 0.090 | 1 | 0.009 |



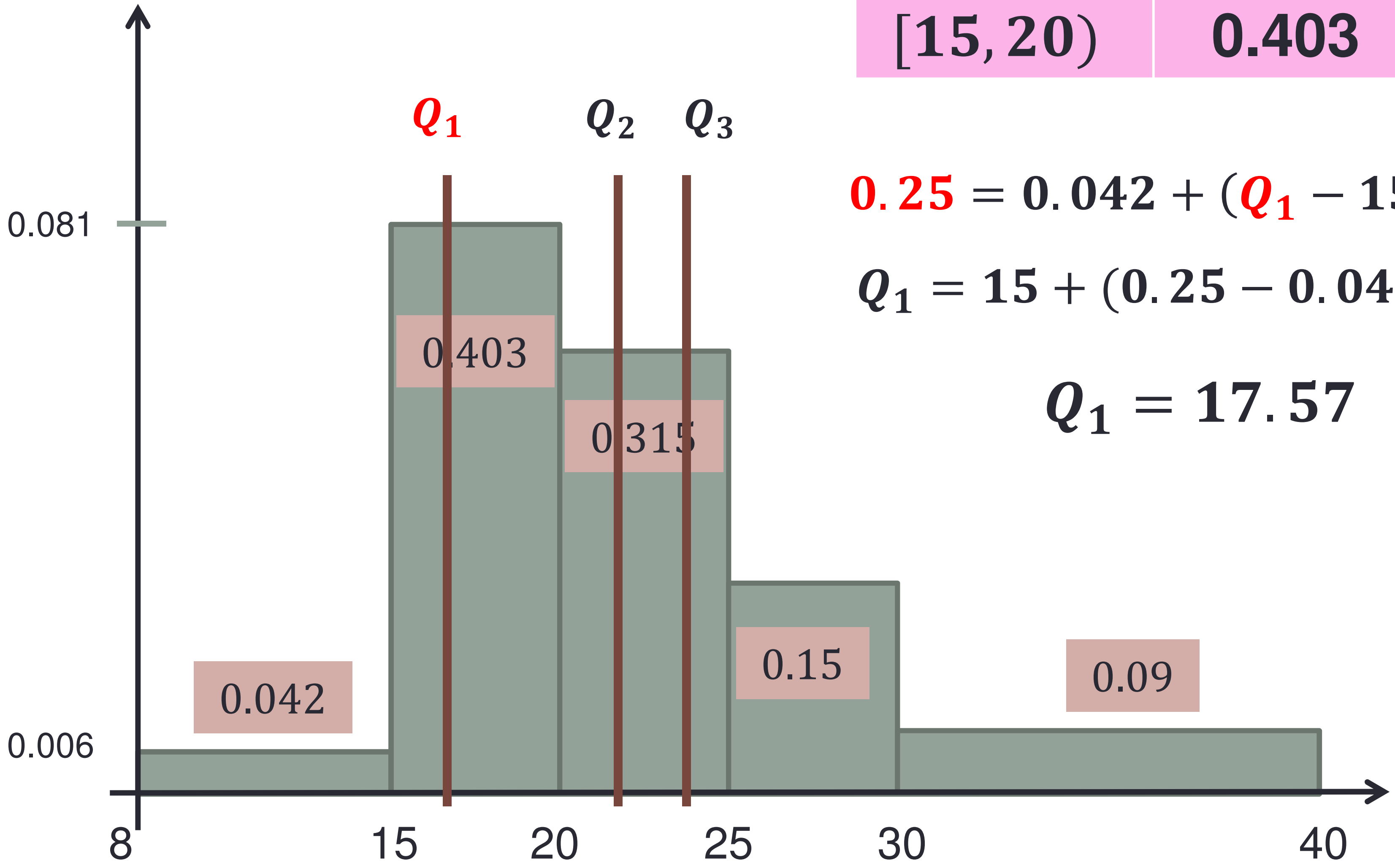
# Esercizio 4

| Fascia d'età | $f_i$ | $F_i$ | $f_i/a_i$ |
|---|---|---|---|
| $[8, 15)$ | 0.042 | 0.042 | 0.006 |
| $[15, 20)$ | 0.403 | 0.445 | 0.081 |
| $[20, 25)$ | 0.315 | 0.760 | 0.063 |
| $[25, 30)$ | 0.150 | 0.910 | 0.030 |
| $[30, 40]$ | 0.090 | 1 | 0.009 |



# Esercizio 4

| Fascia d'età | $f_i$ | $f_i/a_i$ |
|---|---|---|
| $[8, 15)$ | 0.042 | 0.006 |
| $\mathbf{[15, 20)}$ | **0.403** | **0.081** |



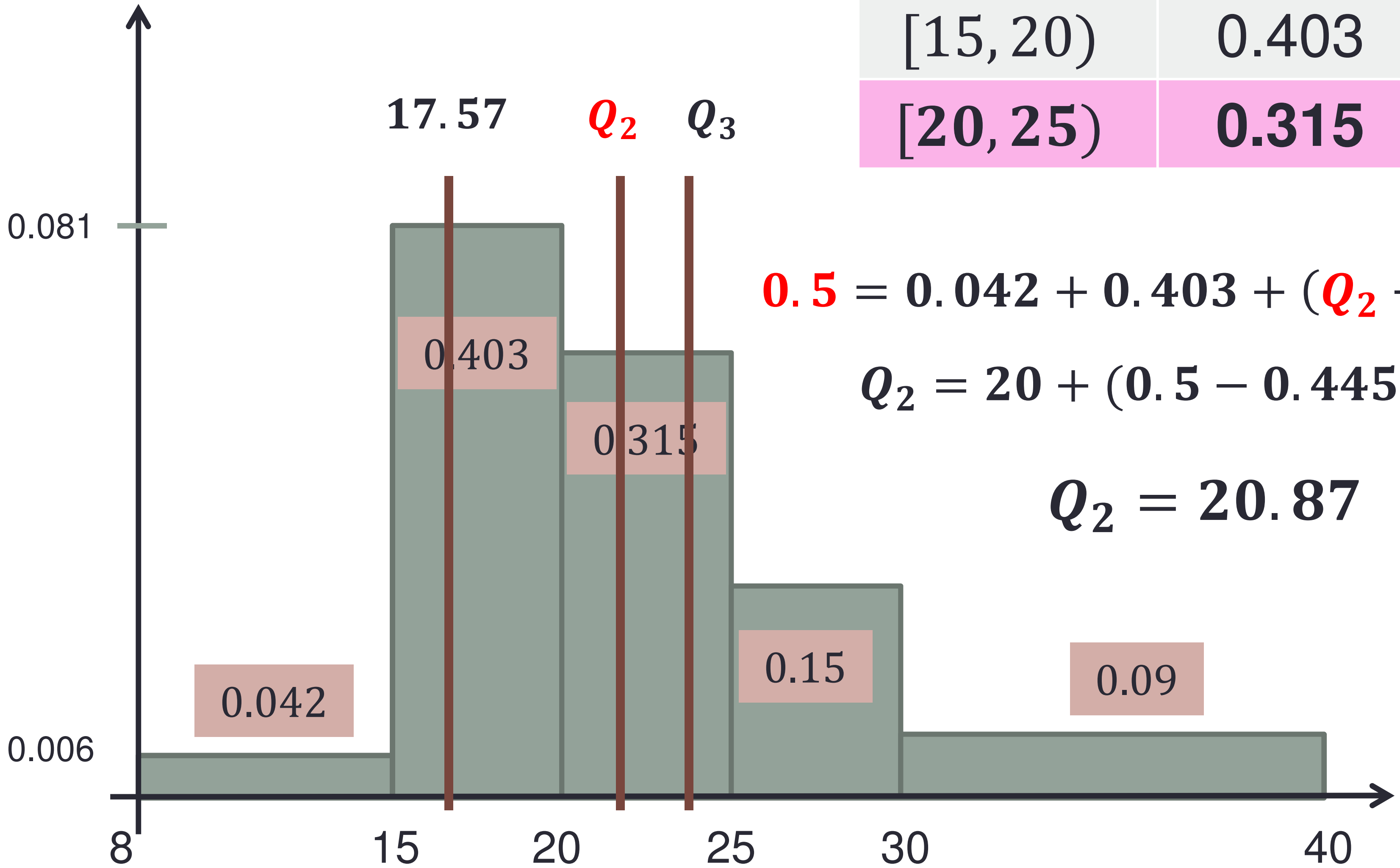

$$\mathbf{0.25 = 0.042 + (Q_1 - 15) \times 0.081}$$

$$\mathbf{Q_1 = 15 + (0.25 - 0.042)/0.081}$$

$$\mathbf{Q_1 = 17.57}$$

# Esercizio 4

| Fascia d'età | $f_i$ | $f_i/a_i$ |
|---|---|---|
| $[8, 15)$ | 0.042 | 0.006 |
| $[15, 20)$ | 0.403 | 0.081 |
| **$[20, 25)$** | **0.315** | **0.063** |



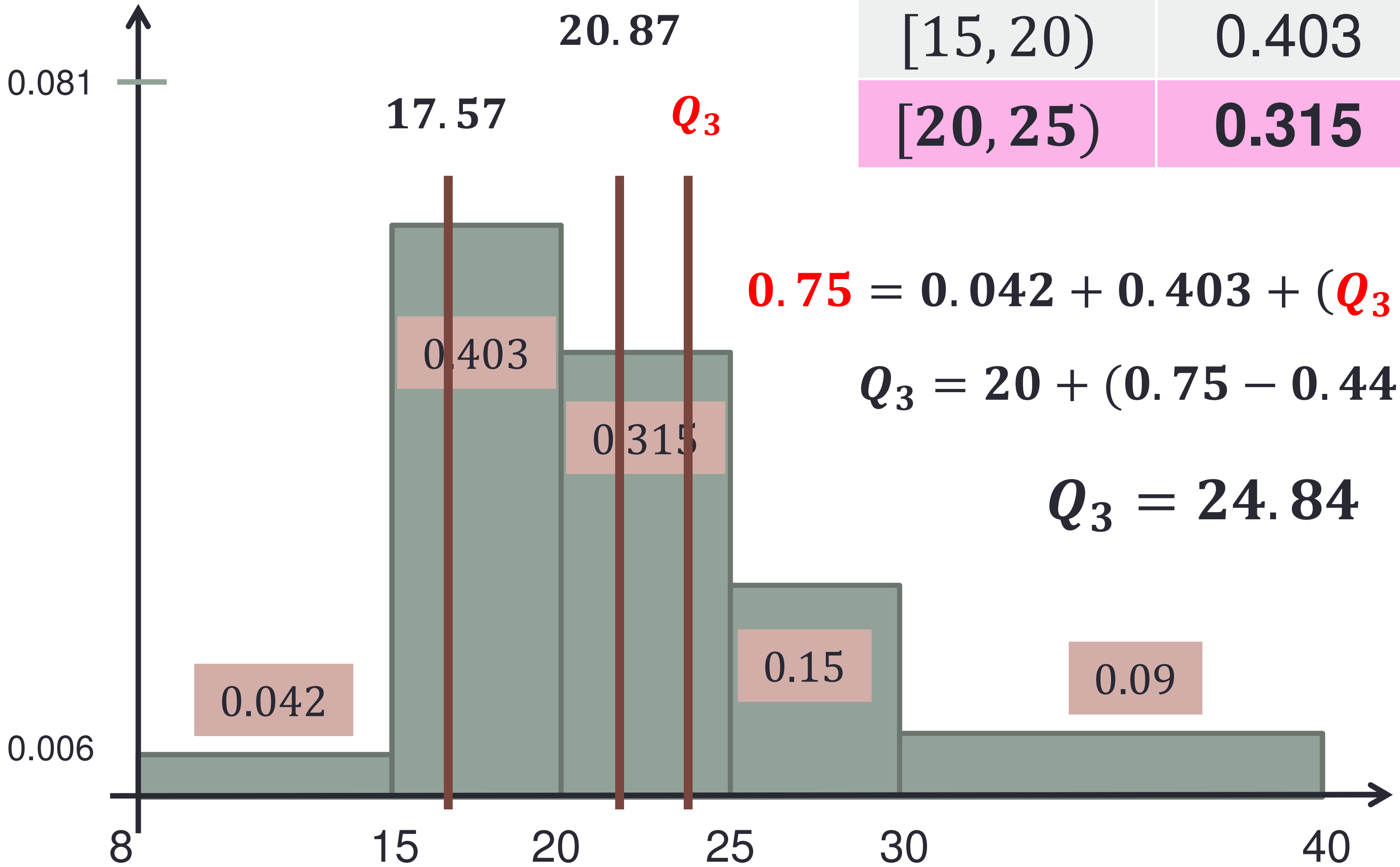

$$\mathbf{0.5} = \mathbf{0.042} + \mathbf{0.403} + (\boldsymbol{Q_2} - \mathbf{20}) \times \mathbf{0.063}$$

$$\boldsymbol{Q_2} = \mathbf{20} + (\mathbf{0.5} - \mathbf{0.445})/\mathbf{0.063}$$

$$\boldsymbol{Q_2} = \mathbf{20.87}$$

# Esercizio 4

| Fascia d'età | $f_i$ | $f_i/a_i$ |
|---|---|---|
| $[8, 15)$ | 0.042 | 0.006 |
| $[15, 20)$ | 0.403 | 0.081 |
| $[20, 25)$ | **0.315** | **0.063** |




$$\color{red}{0.75} = 0.042 + 0.403 + (\color{red}{Q_3} - 20) \times 0.063$$

$$Q_3 = 20 + (0.75 - 0.445)/0.063$$

$$Q_3 = 24.84$$

# Esercizio 4

$Q_1 = 17.57$

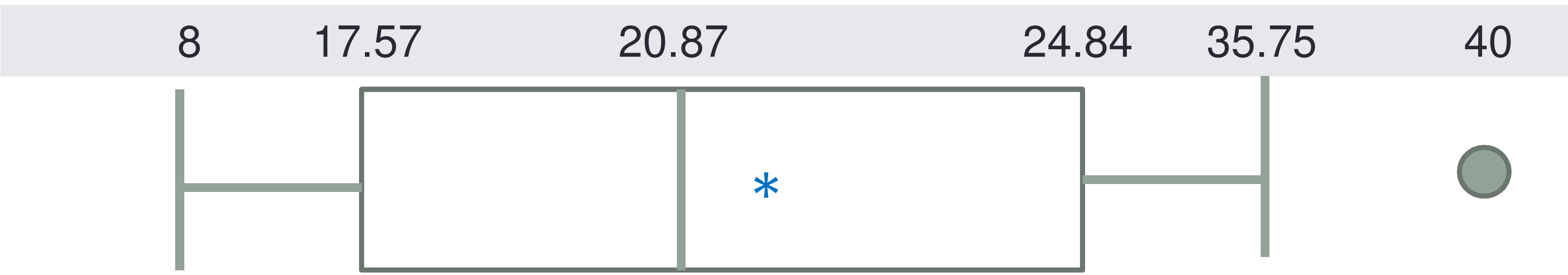
$Q_2 = 20.87$

$Q_3 = 24.84$

$IQR = 1.5 \times (24.84 - 17.57) = 10.91$

$Q_3 + IQR \quad \& \quad Q_1 - IQR$

| Fascia d'età | Freq. Rel. $f_i$ |
|---|---|
| $[\mathbf{8}, 15)$ | 0.042 |
| $[15, 20)$ | 0.403 |
| $[20, 25)$ | 0.315 |
| $[25, 30)$ | 0.150 |
| $[30, \mathbf{40}]$ | 0.090 |



# Esercizio 4

$Q_1 = 17.57$

$Q_2 = 20.87$

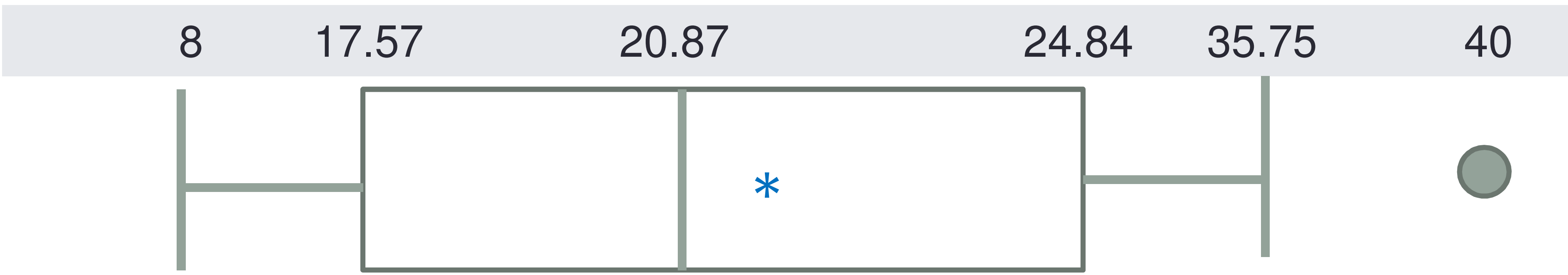
$Q_3 = 24.84$

$IQR = 1.5 \times (24.8$

$Q_3 + IQR \quad \& \quad Q_1$

NEL CALCOLO DEI QUARTILI **E' SERVITO CHIUDERE LE CLASSI?**
E NEL DISEGNO DEL BOXPLOT?

| **Fascia d'età** | **Freq. Rel. $f_i$** |
|---|---|
| $[\mathbf{8}, 15)$ | 0.042 |
| $[15, 20)$ | 0.403 |
| $[20, 25)$ | 0.315 |
| $[25, 30)$ | 0.150 |
| $[30, \mathbf{40}]$ | 0.090 |



# Quiz 1

Sia $X$ una variabile gaussiana con media 2 e varianza 1. Se $Y = -\frac{1}{2}X$, allora

| | |
|---|---|
| **a)** $\boldsymbol{E(Y) = 0}$ | **b)** $\boldsymbol{E(Y) = 1}$ |
| **c)** $\boldsymbol{Var(Y) = -1}$ | **d)** $\boldsymbol{Var(Y) = 0.25}$ |

# Quiz 1

Sia $X$ una variabile gaussiana con media 2 e varianza 1. Se $Y = -\frac{1}{2}X$, allora

| | |
|---|---|
| **a)** $\boldsymbol{E(Y) = 0}$ | **b)** $\boldsymbol{E(Y) = 1}$ |
| **c)** $\boldsymbol{Var(Y) = -1}$ | **d)** $\boldsymbol{Var(Y) = 0.25}$ |

# Quiz 2

Qual è la probabilità di ottenere almeno una testa in due lanci di una moneta equilibrata?

| | |
|---|---|
| **a)** $\mathbf{1}$ | **b)** $\mathbf{0}$ |
| **c)** $\mathbf{1/2}$ | **d)** $\mathbf{3/4}$ |

# Quiz 2

Qual è la probabilità di ottenere almeno una testa in due lanci di una moneta equilibrata?

| | |
|---|---|
| **a)** $\mathbf{1}$ | **b)** $\mathbf{0}$ |
| **c)** $\mathbf{1/2}$ | **d)** $\mathbf{3/4}$ |

$$P(T \cap T) + P(T \cap C) + P(C \cap T) = 3 \times \frac{1}{4}$$

alternativamente:

$$1 - P(C \cap C) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

# Quiz 3

Siano $A$ e $B$ con probabilità $P(A) = 0.65$ e $P(B) = 0.50$, allora:

| | |
|---|---|
| **a)** $\boldsymbol{P(A \cap B) = 0}$ | **b)** $\boldsymbol{B = A^c}$ |
| **c)** $\boldsymbol{P(A \cup B) \leq 1}$ | **d)** $\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$ |

# Quiz 3

Siano $A$ e $B$ con probabilità $P(A) = 0.65$ e $P(B) = 0.50$, allora:

| | |
|---|---|
| **a)** $\boldsymbol{P(A \cap B) = 0}$ | **b)** $\boldsymbol{B = A^c}$ |
| **c)** $\boldsymbol{P(A \cup B) \leq 1}$ | **d)** $\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$ |

Se a) fosse vera lo sarebbe anche d), ma allora

$$P(A \cup B) = 0.65 + 0.5 = 1.15 > 1 \text{ !!}$$

Se $B = A^c$ allora $P(B) = 1 - P(A) = 0.35$