STATISTICA

Relazioni tra fenomeni : il caso qualitativo

Esempio 1

Ad un campione casuale di 1200 maschi americani è stato chiesto se sono d'accordo con la frase "L'aborto è una questione privata delle donne e dovrebbe essere lasciata loro la decisione senza l'intervento del governo". Si vuole determinare se la risposta dipenda dallo stato civile del soggetto.

	Opinione	
Stato civile	D'accordo	In disaccordo
Coniugato	560	240
Celibe	308	92

Esempio 1

n^*_{ij}	Opinione		
Stato civile	D'accordo	In disaccordo	**tot**
Coniugato	$\frac{800 \times 868}{1200}$	$\frac{800 \times 332}{1200}$	800
Celibe	$\frac{400 \times 868}{1200}$	$\frac{400 \times 332}{1200}$	400
tot	868	332	1200

INDIPENDENZA :

$$\frac{n^*_{ij}}{n} = \frac{n_{i.}}{n} \times \frac{n_{.j}}{n} \Leftrightarrow n^*_{ij} = \frac{n_{i.} \times n_{.j}}{n}$$

Esempio 1

frequenze **osservate**

n_{ij}	Opinione	
Stato civile	D’accordo	In disaccordo
Coniugato	560	240
Celibe	308	92

frequenze **attese** nel caso dell’**indipendenza**

n^*_{ij}	Opinione	
Stato civile	D’accordo	In disaccordo
Coniugato	578.7	221.3
Celibe	289.3	110.7

Esempio 1

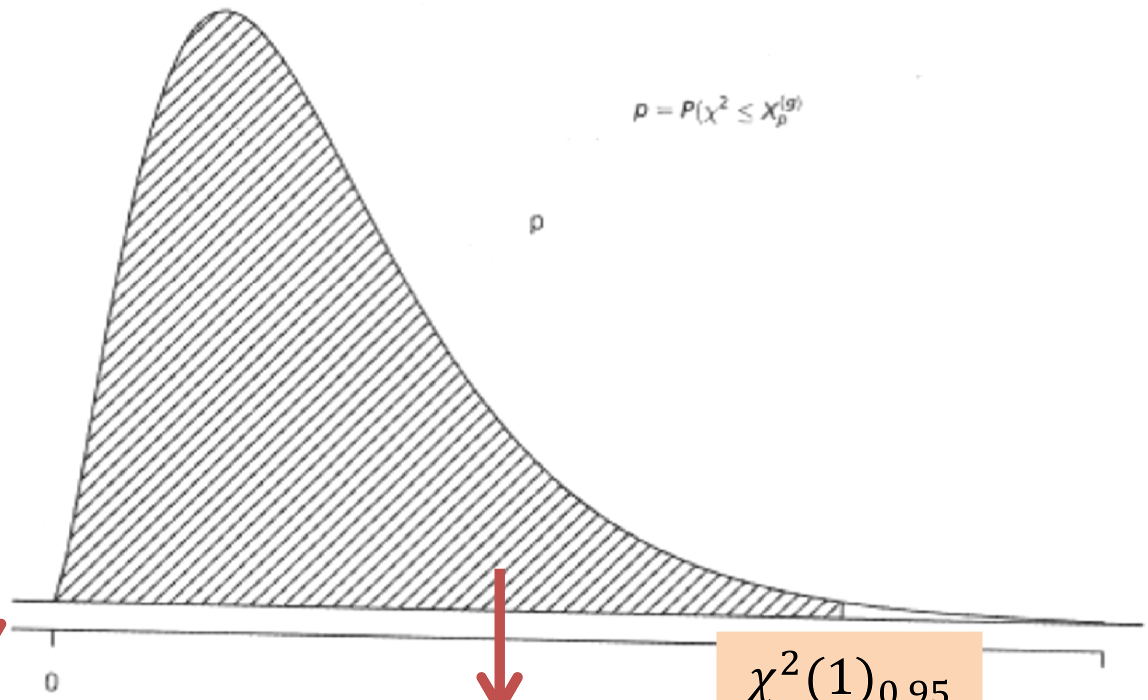
n_{ij} & n^*_{ij}	Opinione	
Stato civile	D'accordo	In disaccordo
Coniugato	560 , **578.7**	240 , **221.3**
Celibe	308 , **289.3**	92 , **110.7**

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} \frac{\left(n_{ij} - n^*_{ij}\right)^2}{n^*_{ij}} =$$

$$= \frac{(560 - 578.7)^2}{578.7} + \frac{(240 - 221.3)^2}{221.3} + \frac{(308 - 289.3)^2}{289.3} + \frac{(92 - 110.7)^2}{110.7}$$

$= 6.55 \quad \Rightarrow \quad \tilde{\chi}^2 = \frac{6.55}{1200 \times \min(1,1)} = 0.005 \quad \Rightarrow$ *suggerirebbe* indip.

Simile alla tavola della *t*-Student



$\boldsymbol{\nu = 1}$, g.d.l.

$\chi^2(1)_{0.95}$

$\alpha = 0.05 \Rightarrow$
$1 - \alpha = 0.95$

n \ p	0.750	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995	0.9995
1	1.32330	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944	12.11567
2	2.77259	4.60517	5.99146	7.37776	9.21034	10.59663	15.20180
3	4.10834	6.25139	7.81473	9.34840	11.34487	12.83816	17.73000
4	5.38527	7.77944	9.48773	11.14329	13.27670	14.86026	19.99735
5	6.62568	9.23636	11.07050	12.83250	15.08627	16.74960	22.10533
6	7.84080	10.64464	12.59159	14.44938	16.81189	18.54758	24.10280
7	9.03715	12.01704	14.06714	16.01276	18.47531	20.27774	26.01777
8	10.21885	13.36157	[illegible]	[illegible]	[illegible]		

Esempio 1

n_{ij} & n^*_{ij}	Opinione	
Stato civile	D'accordo	In disaccordo
Coniugato	560 , **578.7**	240 , **221.3**
Celibe	308 , **289.3**	92 , **110.7**

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{\left(n_{ij} - n^*_{ij}\right)^2}{n^*_{ij}} =$$

Si rifiuta l'ipotesi di indipendenza al livello del 5%

$$= \frac{(560 - 578.7)^2}{578.7} + \frac{(240 - 221.3)^2}{221.3} + \frac{(308 - 289.3)^2}{289.3} + \frac{(92 - 110.7)^2}{110.7}$$

$$= 6.55$$

$$\chi^2(1 \times 1)_{0.95} = 3.84146$$

Esercizio 1

Per il lancio di una nuova pubblicità di una grande azienda d'abbigliamento viene estratto un campione casuale di 1000 unità e viene chiesto di scegliere tra 3 nuovi manifesti stradali (A, B e C) quello preferito. Nella tabella sottostante le risposte sono distinte per fasce d'età:

Età	A	B	C
$18 \dashv 25$	60	10	90
$25 \dashv 35$	115	60	95
$35 \dashv 45$	120	125	75
$45 \dashv 60$	120	90	40

c'è abbastanza evidenza nei dati per sostenere che **la preferenza sui manifesti dipenda dall'età**?

Esercizio 1

Età	A	B	C	$n_{i\cdot}$
$18 \dashv 25$	60	10	90	**160**
$25 \dashv 35$	115	60	95	**270**
$35 \dashv 45$	120	125	75	**320**
$45 \dashv 60$	120	90	40	**250**
$n_{\cdot j}$	**415**	**285**	**300**	**1000**

H_0 : indipend. $(\chi^2 = 0)$

H_1 : associaz. $(\chi^2 > 0)$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{h} \sum_{j=1}^{k} \frac{\left(n_{ij} - n^*{}_{ij}\right)^2}{n^*{}_{ij}}$$

$\boldsymbol{n^*{}_{ij}}$

A	B	C

Esercizio 1

Età	A	B	C	$n_{i\cdot}$
$18 \dashv 25$	60	10	90	**160**
$25 \dashv 35$	115	60	95	**270**
$35 \dashv 45$	120	125	75	**320**
$45 \dashv 60$	120	90	40	**250**
$n_{\cdot j}$	**415**	**285**	**300**	**1000**

H_0 : indipend. $(\chi^2 = 0)$

H_1 : associaz. $(\chi^2 > 0)$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{h} \sum_{j=1}^{k} \frac{\left(n_{ij} - n^*_{ij}\right)^2}{n^*_{ij}}$$

$$\frac{160 \times 415}{1000} = 66.40$$

$$\frac{160 \times 285}{1000} = 45.60$$

$$\frac{160 \times 300}{1000} = 48.00$$

n^*_{ij}

A	B	C
66.40	45.60	48.00

Esercizio 1

Età	A	B	C	$n_{i\cdot}$
$18 \dashv 25$	60	10	90	**160**
$25 \dashv 35$	115	60	95	**270**
$35 \dashv 45$	120	125	75	**320**
$45 \dashv 60$	120	90	40	**250**
$n_{\cdot j}$	**415**	**285**	**300**	**1000**

H_0 : indipend. $(\chi^2 = 0)$

H_1 : associaz. $(\chi^2 > 0)$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{h} \sum_{j=1}^{k} \frac{\left(n_{ij} - n^*_{ij}\right)^2}{n^*_{ij}}$$

$$\frac{\mathbf{270} \times \mathbf{415}}{\mathbf{1000}} = \mathbf{112.05}$$

$$\frac{\mathbf{270} \times \mathbf{285}}{\mathbf{1000}} = \mathbf{76.95}$$

$$\frac{\mathbf{270} \times \mathbf{300}}{\mathbf{1000}} = \mathbf{81.00}$$

n^*_{ij}

A	B	C
66.40	45.60	48.00
112.05	76.95	81.00

Esercizio 1

Età	A	B	C	$n_{i\cdot}$
$18 \dashv 25$	60	10	90	**160**
$25 \dashv 35$	115	60	95	**270**
$35 \dashv 45$	120	125	75	**320**
$45 \dashv 60$	120	90	40	**250**
$n_{\cdot j}$	**415**	**285**	**300**	$\mathbf{1000}$

H_0 : indipend. $(\chi^2 = 0)$

H_1 : associaz. $(\chi^2 > 0)$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{h} \sum_{j=1}^{k} \frac{\left(n_{ij} - n^*{}_{ij}\right)^2}{n^*{}_{ij}}$$

$n^*{}_{ij}$

A	B	C
66.40	45.60	48.00
112.05	76.95	81.00
132.80	91.20	96.00
103.75	71.25	75.00

Esercizio 1

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{h} \sum_{j=1}^{k} \frac{\left(n_{ij} - n^*{}_{ij}\right)^2}{n^*{}_{ij}}$$

Età	A	B	C
18 ⊣ 25	60	10	90
25 ⊣ 35	115	60	95
35 ⊣ 45	120	125	75
45 ⊣ 60	120	90	40

A	B	C
66.40	45.60	48.00
112.05	76.95	81.00
132.80	91.20	96.00
103.75	71.25	75.00

$$\chi^2 = \frac{(60-66.4)^2}{66.4} + \frac{(10-45.6)^2}{45.6} \frac{(90-48.0)^2}{48.0} +$$

$$\frac{(115-112.05)^2}{112.05} + \frac{(60-76.95)^2}{76.95} + \frac{(95-81)^2}{81} + \ldots + \frac{(40-75)^2}{75} = 113.56$$

Esercizio 1

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{k}\frac{\left(n_{ij} - n^*{}_{ij}\right)^2}{n^*{}_{ij}}$$

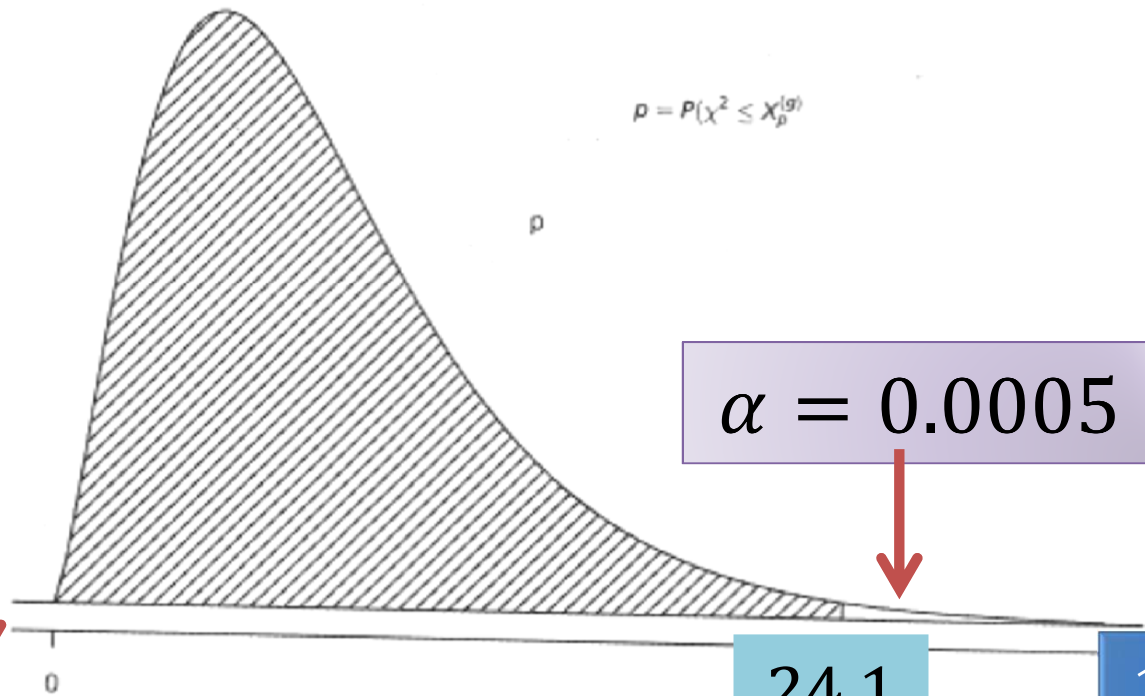
Età	A	B	C
18 ⊣ 25	60	10	90
25 ⊣ 35	115	60	95
35 ⊣ 45	120	125	75
45 ⊣ 60	120	90	40

A	B	C
66.40	45.60	48.00
112.05	76.95	81.00
132.80	91.20	96.00
103.75	71.25	75.00

$$\chi^2 = \frac{(60-66.4)^2}{66.4} + \frac{(10-45.6)^2}{45.6}\frac{(90-48.0)^2}{48.0} +$$

$$\frac{(115-112.05)^2}{112.05} + \frac{(60-76.95)^2}{76.95} + \frac{(95-81)^2}{81} + \ldots + \frac{(40-75)^2}{75} = 113.56$$

$$\chi^2(3\times 2)_{1-\alpha} = ???$$



$\boldsymbol{\nu = 6}$, g.d.l.

$1 - \alpha$

$\alpha = 0.0005$

24.1

113.56

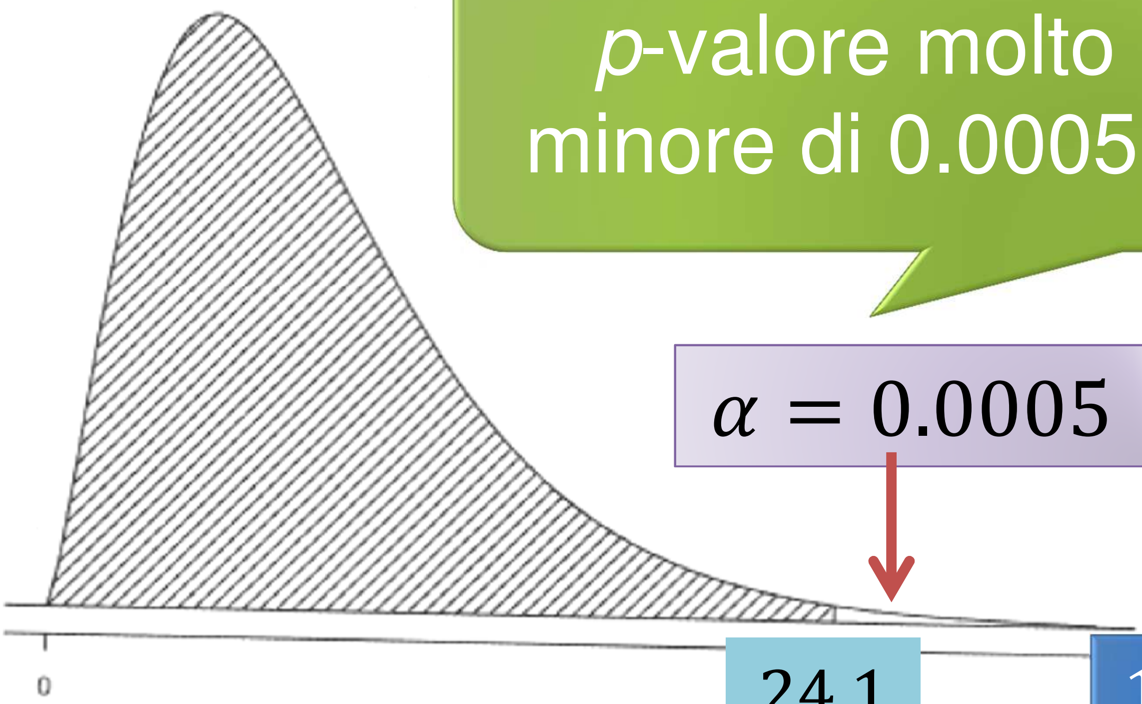
n \ p	0.750	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995	0.9995
1	1.32330	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944	12.11567
2	2.77259	4.60517	5.99146	7.37776	9.21034	10.59663	15.20180
3	4.10834	6.25139	7.81473	9.34840	11.34487	12.83816	17.73000
4	5.38527	7.77944	9.48773	11.14329	13.27670	14.86026	19.99735
5	6.62568	9.23636	11.07050	12.83250	15.08627	16.74960	22.10533
6	7.84080	10.64464	12.59159	14.44938	16.81189	18.54758	24.10280
7	9.03715	12.01704	14.06714	16.01276	18.47531	20.27774	26.01777
8	10.21885	13.36157	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

quantili da 7.84 a 24.10

p-valore molto minore di 0.0005 !

$\alpha = 0.0005$

$\boldsymbol{\nu = 6}$, g.d.l.



$1 - \alpha$

n \ p	0.750	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995	0.9995
1	1.32330	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944	12.11567
2	2.77259	4.60517	5.99146	7.37776	9.21034	10.59663	15.20180
3	4.10834	6.25139	7.81473	9.34840	11.34487	12.83816	17.73000
4	5.38527	7.77944	9.48773	11.14329	13.27670	14.86026	19.99735
5	6.62568	9.23636	11.07050	12.83250	15.08627	16.74960	22.10533
6	7.84080	10.64464	12.59159	14.44938	16.81189	18.54758	24.10280
7	9.03715	12.01704	14.06714	16.01276	18.47531	20.27774	26.01777
8	10.21885	13.36157	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

quantili da 7.84 a 24.10

Esercizio 1

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{k}\frac{\left(n_{ij}-n^*{}_{ij}\right)^2}{n^*{}_{ij}}$$

Età	A	B	C
$18 \dashv 25$	60	10	90
$25 \dashv 35$	115	60	95
$35 \dashv 45$	120	125	75
$45 \dashv 60$	120	90	40

A	B	C
66.40	45.60	48.00
112.05	76.95	81.00
1[illegible]	[illegible]	[illegible]0
1[illegible]	[illegible]	[illegible]0

SI RIFIUTA L'IPOTESI DI INDIPENDENZA A QUALUNQUE LIVELLO DI SIGNIFICATIVITA'

$$\chi^2 = \frac{(60-66.4)^2}{66.4} + \frac{(10-45.6)^2}{45.6} \frac{(90-48.0)^2}{48.0} +$$

$$\frac{(115-112.05)^2}{112.05} + \frac{(60-76.95)^2}{76.95} + \frac{(95-81)^2}{81} + \ldots + \frac{(40-7\text{[illegible]})^2}{75} = 113.56$$

$$\chi^2(3\times 2)_{1-0.0005} = 24.1028$$

p-valore < 0.0005