# STATISTICA

VERIFICA D'IPOTESI - 2

# Esercizio 1

Nel 2016, il reddito netto medio annuo per famiglia è stato di 29 988 € (dati Istat, Corriere della Sera, 6/12/2017). Il reddito netto medio annuo nel 2017 in un campione di 150 famiglie è stato di 29 832 €. Supposto che il reddito annuo individuale sia una variabile casuale normale con deviazione standard di 5450 €, sottoporre a verifica l'ipotesi che il reddito non sia variato contro l'alternativa che sia diminuito.

# Esercizio 1

Nel 2016, il reddito netto medio annuo per famiglia è stato di 29 988 € (dati Istat, Corriere della Sera, 6/12/2017). Il reddito netto medio annuo nel 2017 in un campione di 150 famiglie è stato di 29 832 €. Supposto che il reddito annuo individuale sia una variabile casuale normale con deviazione standard di 5450 €, sottoporre a verifica l'ipotesi che il reddito non sia variato contro l'alternativa che sia diminuito.

$$(X_1, \dots, X_n) \text{ i.i.d}, X_i \sim N(\mu, 5450^2)$$

$$H_0 : \mu = 29\,988, \qquad H_1 : \mu < 29\,988$$

# Esercizio 1

Nel 2016, il reddito netto medio annuo per famiglia è stato di 29 988 € (dati Istat, Corriere della Sera, 6/12/2017). Il reddito netto medio annuo nel 2017 in un campione di 150 famiglie è stato di 29 832 €. Supposto che il reddito annuo individuale sia una variabile casuale normale con deviazione standard di 5450 €, sottoporre a verifica l'ipotesi che il reddito non sia variato contro l'alternativa che sia diminuito.

$$(X_1, \dots, X_n) \text{ i.i.d}, X_i \sim N(\mu, 5450^2)$$

$\bar{x}_n = 29\,832$ € $(< 29\,988)$ (nel verso di $H_1$)

$$H_0 : \mu = 29\,988, \qquad H_1 : \mu < 29\,988$$

$$\frac{\bar{X}_n - 29988}{\frac{5450}{\sqrt{150}}} \Rightarrow \frac{29832 - 29988}{\frac{5450}{\sqrt{150}}} = -0.35$$

# Esercizio 1

Nel 2016, il reddito netto medio annuo per famiglia è stato di 29 988 € (dati Istat, Corriere della Sera, 6/12/2017). Il reddito netto medio annuo nel 2017 in un campione di 150 famiglie è stato di 29 832 €. Supposto che il reddito annuo individuale sia una variabile casuale normale con deviazione standard di 5450 €, sottoporre a verifica l'ipotesi che il reddito non sia variato contro l'alternativa che sia diminuito.

$(X_1, \dots, X_n)$ i.i.d, $X_i \sim N(\mu, 5450^2)$ $\qquad \bar{x}_n = 29\,832$ €

$H_0 : \mu = 29\,988, \qquad H_1 : \mu < 29\,988$

$\alpha$

????

$$\frac{\bar{X}_n - 29988}{\frac{5450}{\sqrt{150}}} \Rightarrow \frac{29832 - 29988}{\frac{5450}{\sqrt{150}}} = -0.35 < -\boldsymbol{z_{1-\alpha}}\,???$$

# Esercizio 1

Nel 2016, il reddito netto medio annuo per famiglia è stato di 29 988 € (dati Istat, Corriere della Sera, 6/12/2017). Il reddito netto medio annuo nel 2017 in un campione di 150 famiglie è stato di 29 832 €. Supposto che il reddito annuo individuale sia una variabile casuale normale con deviazione standard di 5450 €, sottoporre a verifica l'ipotesi che il reddito non sia variato contro l'alternativa che sia diminuito.

$$(X_1, \dots, X_n) \text{ i.i.d}, X_i \sim N(\mu, 5450^2) \qquad \bar{x}_n = 29\,832\,€$$

$$H_0 : \mu = 29\,988, \qquad H_1 : \mu < 29\,988$$

$$\frac{\bar{X}_n - 29988}{\frac{5450}{\sqrt{150}}} \Rightarrow \frac{29832 - 29988}{\frac{5450}{\sqrt{150}}} = -0.35 < -\boldsymbol{z_{1-\alpha}}???$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow -\boldsymbol{z_{1-\alpha}} = -\mathbf{1.64485}$$

**non** possiamo rifiutare l'ipotesi che il reddito medio annuo sia sempre lo stesso

# Esercizio 1

Nel 2016, il reddito netto medio annuo per famiglia è stato di 29 988 € (dati Istat, Corriere della Sera, 6/12/2017). Il reddito netto medio annuo nel 2017 in un campione di 150 famiglie è stato di 29 832 €. Supposto che il reddito annuo individuale sia una variabile casuale normale con deviazione standard di 5450 €, sottoporre a verifica l'ipotesi che il reddito non sia variato contro l'alternativa che sia diminuito.

$(X_1, \dots, X_n)$ i.i.d, $X_i \sim N(\mu, 5450^2)$ $\qquad \bar{x}_n = 29\,832$ €

$H_0 : \mu = 29\,988,$ $\qquad \boldsymbol{H_1 : \mu < 29\,988}$

$$\frac{\bar{X}_n - 29988}{\frac{5450}{\sqrt{150}}} \Rightarrow \frac{29832 - 29988}{\frac{5450}{\sqrt{150}}} = -0.35 < -z_{1-\alpha}\,???$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow -z_{1-\alpha} = -1.64485$$

**<u>Non</u> c'è abbastanza evidenza nel campione per *sostenere* che il redddito sia diminuito, al 5% di significatività.**

# Esercizio 1

Nel 2016, il reddito netto medio annuo per famiglia è stato di 29 988 € (dati Istat, Corriere della Sera, 6/12/2017). Il reddito netto medio annuo nel 2017 in un campione di 150 famiglie è stato di 29 832 €. Supposto che il reddito annuo individuale sia una variabile casuale normale con deviazione standard di 5450 €, sottoporre a verifica l'ipotesi che il reddito non sia variato contro l'alternativa che sia diminuito.

$$(X_1, \dots, X_n) \text{ i.i.d}, X_i \sim N(\mu, 5450^2) \qquad \bar{x}_n = 29\,832\,€$$

$$H_0 : \mu = 29\,988, \qquad H_1 : \mu < 29\,988$$

$$\frac{\bar{X}_n - 29988}{\frac{5450}{\sqrt{150}}} \Rightarrow \frac{29832 - 29988}{\frac{5450}{\sqrt{150}}} = -0.35 < -\boldsymbol{z_{1-\alpha}}\,???$$

$$\alpha = 0.01 \Rightarrow \text{rifiuto o no?}$$

# Esercizio 2

Si lancia una moneta 500 volte ottenendo un numero di T pari a 274. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che la moneta sia equilibrata, al livello del 2%.

# Esercizio 2

Si lancia una moneta 500 volte ottenendo un numero di T pari a 274. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che la moneta sia equilibrata, al livello del 2%.

$(X_1, \dots, X_n)$, i.i.d $X_i \sim b(p)$ $\quad H_0 : p = p_0 = 0.5 \quad H_1 : p \neq 0.5$

$$\hat{p}_n = \frac{274}{500} = 0.548$$

$\alpha = 0.02 \qquad z_{1-\frac{0.02}{2}} = z_{0.99} = 2.32635$

$np_0 = n(1-p_0) = 250$

# Esercizio 2

Si lancia una moneta 500 volte ottenendo un numero di T pari a 274. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che la moneta sia equilibrata, al livello del 2%.

$(X_1, \ldots, X_n)$, i.i.d $X_i \sim b(p)$ $\quad H_0 : p = p_0 = 0.5 \quad H_1 : p \neq 0.5$

$$\hat{p}_n = \frac{274}{500} = 0.548 \qquad \alpha = 0.02 \qquad z_{1-\frac{0.02}{2}} = z_{0.99} = 2.32635$$

$$\left| \frac{\hat{p}_n - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} \right| = \left| \frac{0.548 - 0.5}{\sqrt{0.5 \times 0.5/500}} \right| = 2.10 < 2.32635$$

**Non** possiamo rifiutare l'ipotesi nulla che la moneta sia equilibrata al livello di significatività del 2%.

# Esercizio 2

Si lancia una moneta 500 volte ottenendo un numero di T pari a 274. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che la moneta sia equilibrata, al livello del 2%.

$(X_1, \dots, X_n)$, i.i.d $X_i \sim b(p)$ $H_0: p = p_0 =$ … $.5$

$\alpha = 0.02$ … $2.32635$

$$\hat{p}_n = \frac{274}{500} = 0.548$$

$$\left|\frac{\hat{p}_n - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}\right| = \left|\frac{0.548 - 0.5}{\sqrt{0.5 \times 0.5/500}}\right| = 2.10 \; \dots \; 2.32635$$

E al livello dell'1%?

**Non** possiamo rifiutare l'ipotesi nulla che la moneta sia equilibrata al livello di significatività del 2%.

# Esercizio 2

Si lancia una moneta 500 volte ottenendo un numero di T pari a 274. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che la moneta sia equilibrata, al livello del 2%.

$(X_1, \dots, X_n)$, i.i.d $X_i \sim b(p)$ $H_0: p = p_0 =$ ... $.5$

$\alpha = 0.02$ ... $2.32635$

$$\hat{p}_n = \frac{274}{500} = 0.548$$

$$\left|\frac{\hat{p}_n - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}\right| = \left|\frac{0.548 - 0.5}{\sqrt{0.5 \times 0.5/500}}\right| = 2.10 \ \dots\ 2.32635$$

E al livello del 5%?

**Non** possiamo rifiutare l'ipotesi nulla che la moneta sia equilibrata al livello di significatività del 2%.

# Esercizio 3

Si vuole sapere se la spesa media annua pro-capite in farmaci omeopatici in Lombardia è superiore alla media nazionale, pari a 120 €. Da un campione casuale di 150 adulti residenti in Lombardia si è ottenuta una spesa media annua pro-capite di 122.40 € con una deviazione std. di 17.60 €. Si costruisca l'opportuno test e si risponda con un livello di significatività del 5%.

# Esercizio 3

Si vuole sapere se la spesa media annua pro-capite in farmaci omeopatici in Lombardia è superiore alla media nazionale, pari a 120 €. Da un campione casuale di 150 adulti residenti in Lombardia si è ottenuta una spesa media annua pro-capite di 122.40 € con una deviazione std. di 17.60 €. Si costruisca l'opportuno test e si risponda con un livello di significatività del 5%.

$X_1, \dots, X_n$ i.i.d, applico il TCL (150 > 30)

$H_0 : \mu = 120, \qquad H_1 : \mu > 120 \qquad \alpha = 0.05$

# Esercizio 3

Si vuole sapere se la spesa media annua pro-capite in farmaci omeopatici in Lombardia è superiore alla media nazionale, pari a 120 €. Da un campione casuale di 150 adulti residenti in Lombardia si è ottenuta una spesa media annua pro-capite di 122.40 € con una deviazione std. di 17.60 €. Si costruisca l'opportuno test e si risponda con un livello di significatività del 5%.

$X_1, \dots, X_n$ i.i.d, applico il TCL (150 > 30)

$H_0: \mu = 120, \qquad H_1: \mu > 120 \qquad \alpha = 0.05$

$\bar{x}_n = 122.40$ va nella direzione di $H_1$

$$\frac{\bar{x}_n - 120}{\frac{17.6}{\sqrt{150}}} = \frac{122.40 - 120}{\frac{17.6}{\sqrt{150}}} = 1.67$$

# Esercizio 3

Si vuole sapere se la spesa media annua pro-capite in farmaci omeopatici in Lombardia è superiore alla media nazionale, pari a 120 €. Da un campione casuale di 150 adulti residenti in Lombardia si è ottenuta una spesa media annua pro-capite di 122.40 € con una deviazione std. di 17.60 €. Si costruisca l'opportuno test e si risponda con un livello di significatività del 5%.

$X_1, \dots, X_n$ i.i.d, applico il TCL (150 > 30)

$H_0 : \ \mu = 120, \qquad H_1 : \ \mu > 120 \qquad \alpha = 0.05$

$\bar{x}_n = 122.40$ va nella direzione di $H_1$

$$\frac{\bar{x}_n - 120}{\frac{17.6}{\sqrt{150}}} = \frac{122.40 - 120}{\frac{17.6}{\sqrt{150}}} = 1.67 \qquad t(149)_{1-\alpha} \cong z_{1-\alpha} = 1.64485$$

# Esercizio 3

Si vuole sapere se la spesa media annua pro-capite in farmaci omeopatici in Lombardia è superiore alla media nazionale, pari a 120 €. Da un campione casuale di 150 adulti residenti in Lombardia si è ottenuta una spesa media annua pro-capite di 122.40 € con una deviazione std
l'opportuno test e si risponda co el
5%.

**Si rifiuta** l'ip. nulla al livello 5%... per un soffio!

$X_1, \dots, X_n$ i.i.d, applico il TCL (15

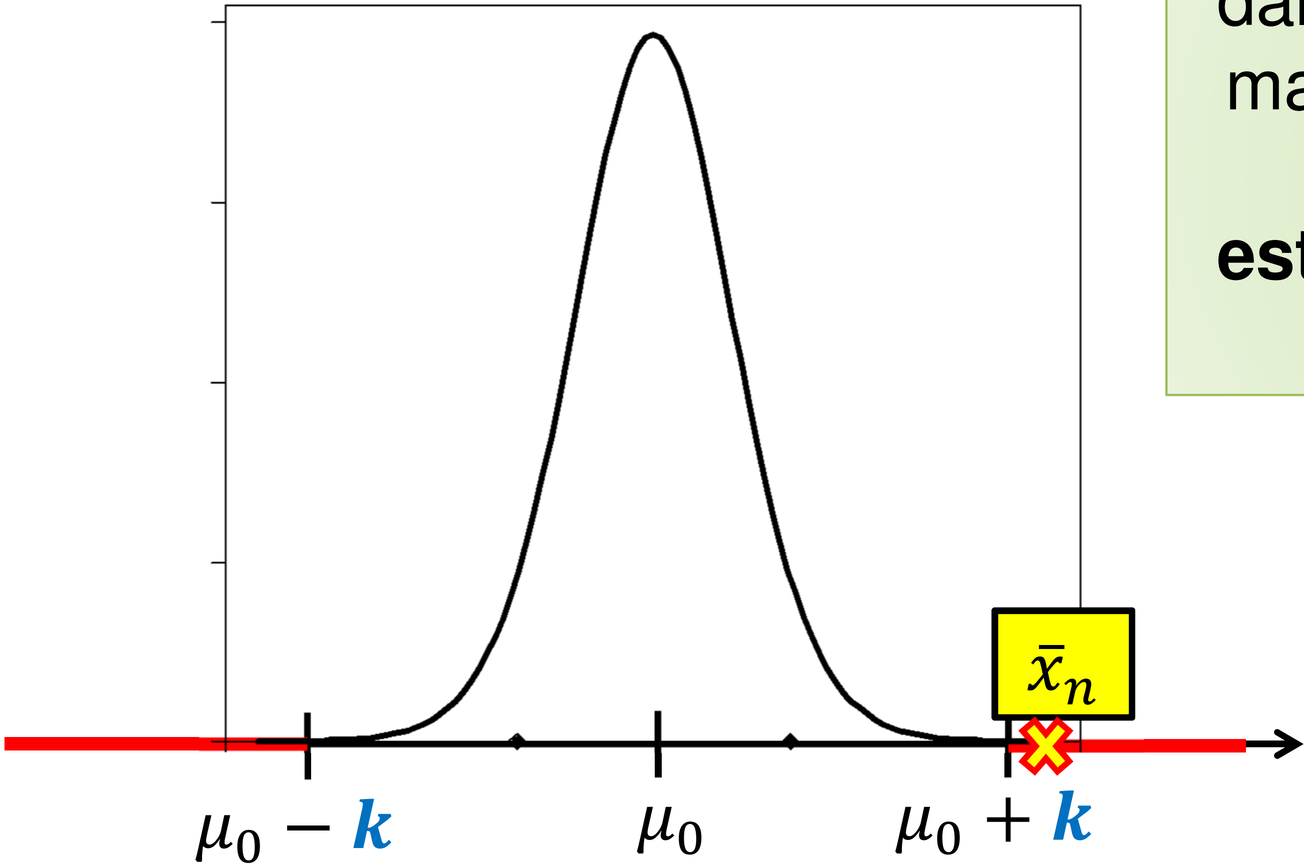
$H_0: \ \mu = 120, \qquad H_1: \ \mu > 120$

$\alpha = 0.05$

$\bar{x}_n = 122.40$ va nella direzione di $H_1$

$$\frac{\bar{x}_n - 120}{\frac{17.6}{\sqrt{150}}} = \frac{122.40 - 120}{\frac{17.6}{\sqrt{150}}} = \mathbf{1.67} > t(149)_{1-\alpha} \cong z_{1-\alpha} = \mathbf{1.64485}$$

# Il *p-value*



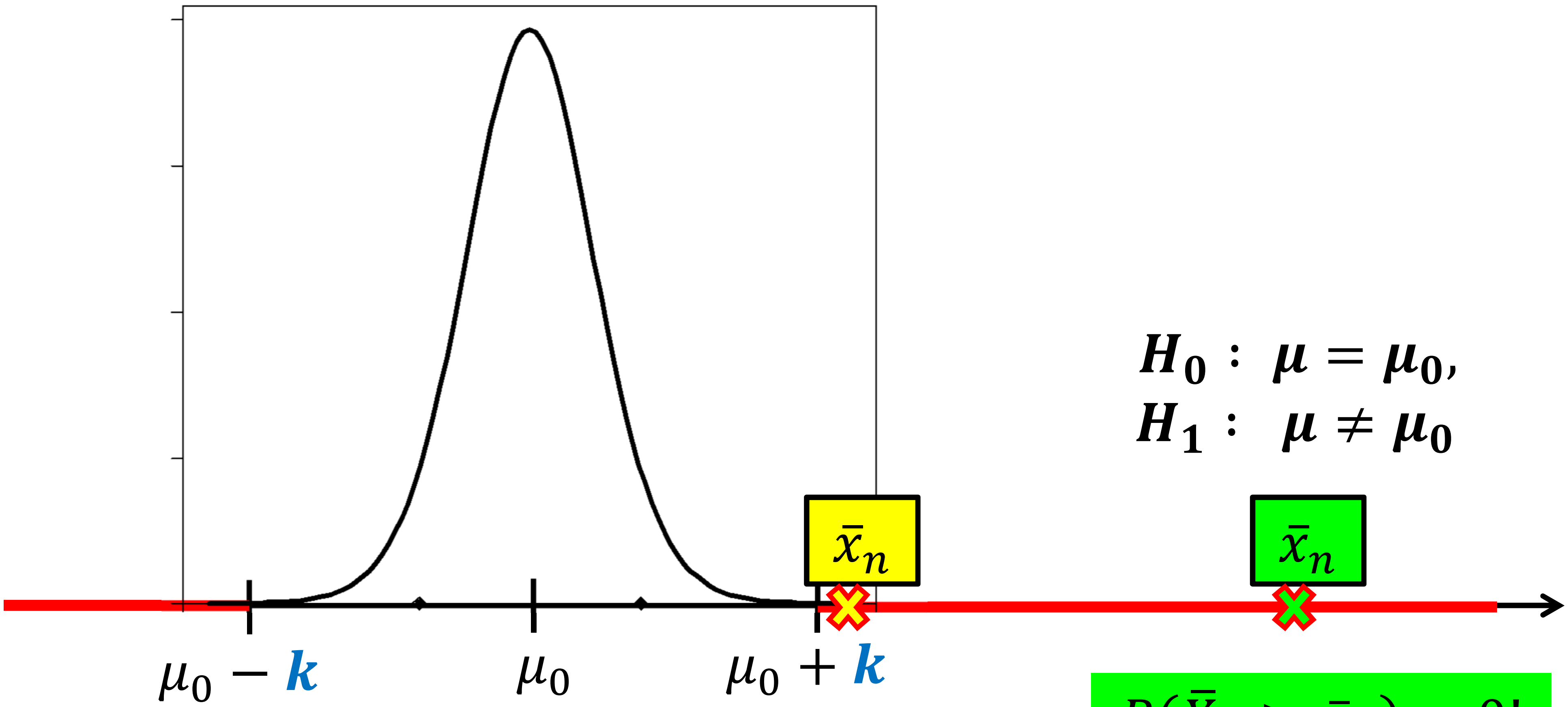

Il rifiuto non dipende dal *valore* di $\bar{x}_n$ in sè, ma dalla **probabilità che $\bar{x}_n$ sia più estremo** di una certa soglia

$$\boldsymbol{H_0 : \mu = \mu_0,}$$
$$\boldsymbol{H_1 : \mu \neq \mu_0}$$

Sotto $H_0$ : $P(\bar{X}_n > \bar{x}_n) \approx \dfrac{\alpha}{2}$

# Il *p-value*

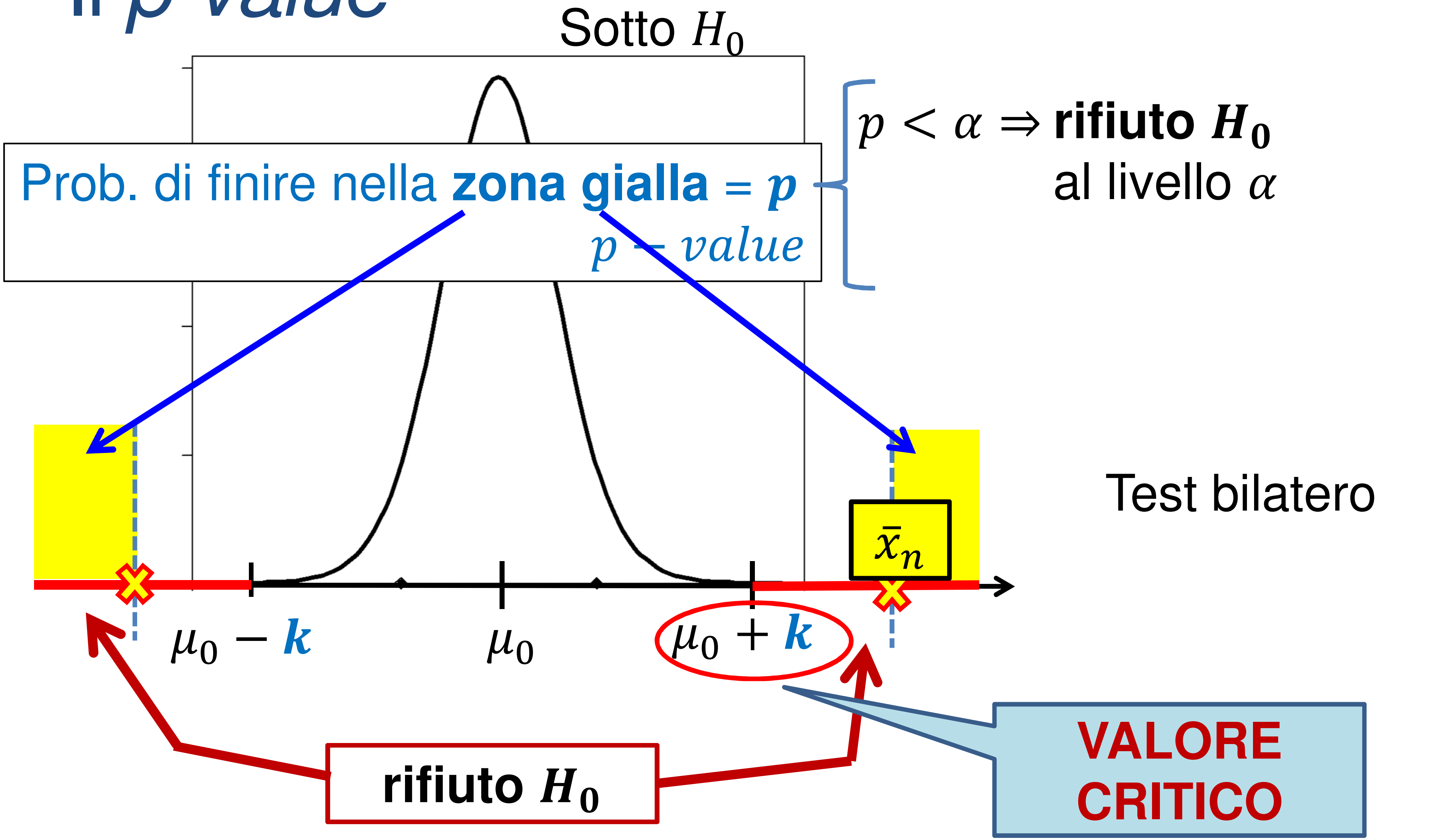
$$\boldsymbol{H_0 : \ \mu = \mu_0,}$$
$$\boldsymbol{H_1 : \ \mu \neq \mu_0}$$




$P(\bar{X}_n > \bar{x}_n) \approx 0!$

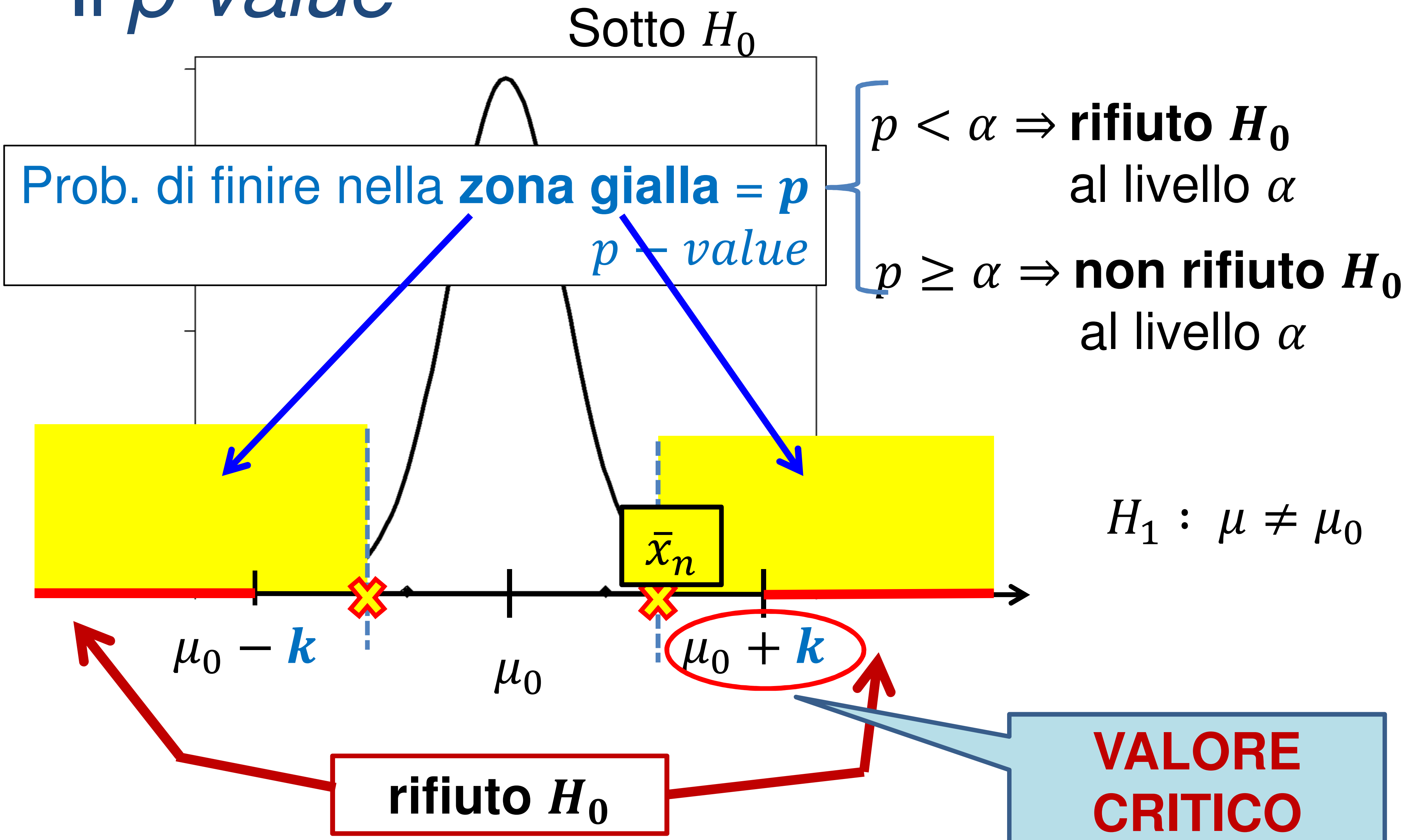
Sotto $H_0$ : $P(\bar{X}_n > \bar{x}_n) \approx \dfrac{\alpha}{2}$

# Il *p-value*



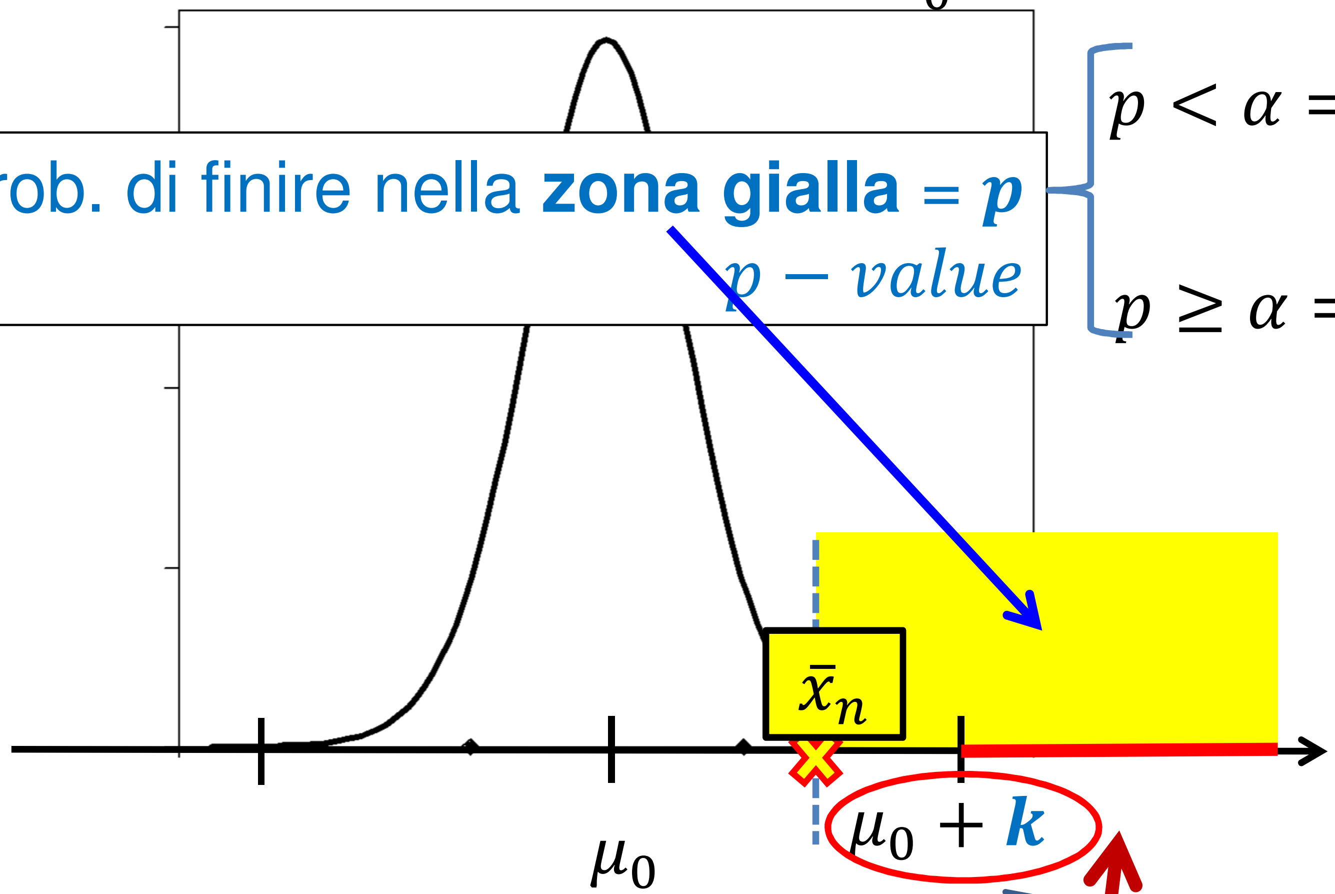

Prob. di finire nella zona rossa = $\boldsymbol{\alpha}$, livello di significatività

# Il *p-value*




Prob. di finire nella zona rossa = $\alpha$, livello di significatività

# Il *p-value*




Prob. di finire nella **zona gialla** = $\boldsymbol{p}$
$p - value$

$p < \alpha \Rightarrow$ **rifiuto** $\boldsymbol{H_0}$ al livello $\alpha$

$p \geq \alpha \Rightarrow$ **non rifiuto** $\boldsymbol{H_0}$ al livello $\alpha$

$H_1 : \mu > \mu_0$

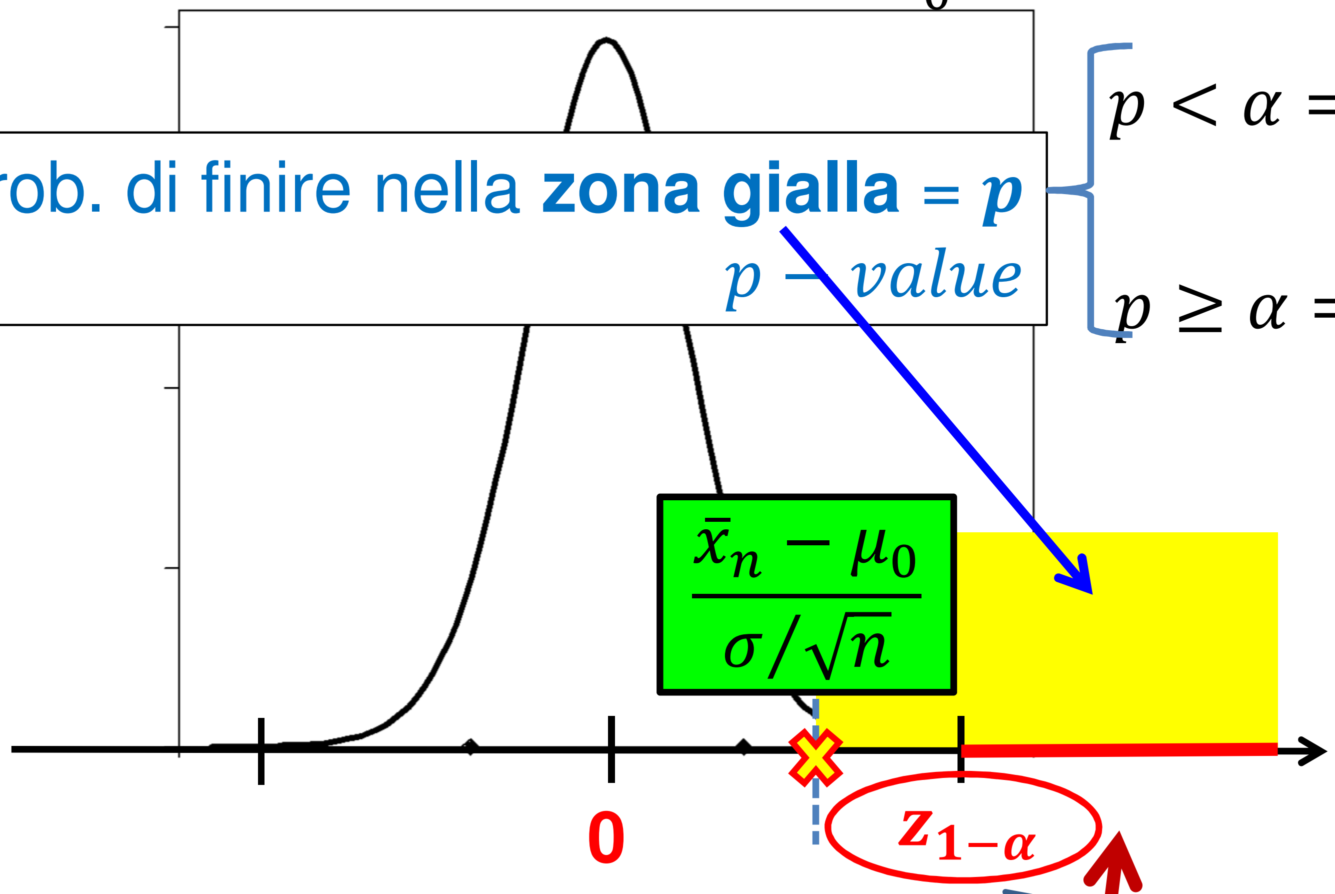
**rifiuto** $\boldsymbol{H_0}$

**VALORE CRITICO**

Prob. di finire nella zona rossa = $\boldsymbol{\alpha}$, livello di significatività

# Il *p-value*

Sotto $H_0$




Prob. di finire nella **zona gialla** = $\boldsymbol{p}$

$p-value$

$p < \alpha \Rightarrow$ **rifiuto** $\boldsymbol{H_0}$ al livello $\alpha$

$p \geq \alpha \Rightarrow$ **non rifiuto** $\boldsymbol{H_0}$ al livello $\alpha$

$H_1 : \mu > \mu_0$

**rifiuto** $\boldsymbol{H_0}$

**VALORE CRITICO**

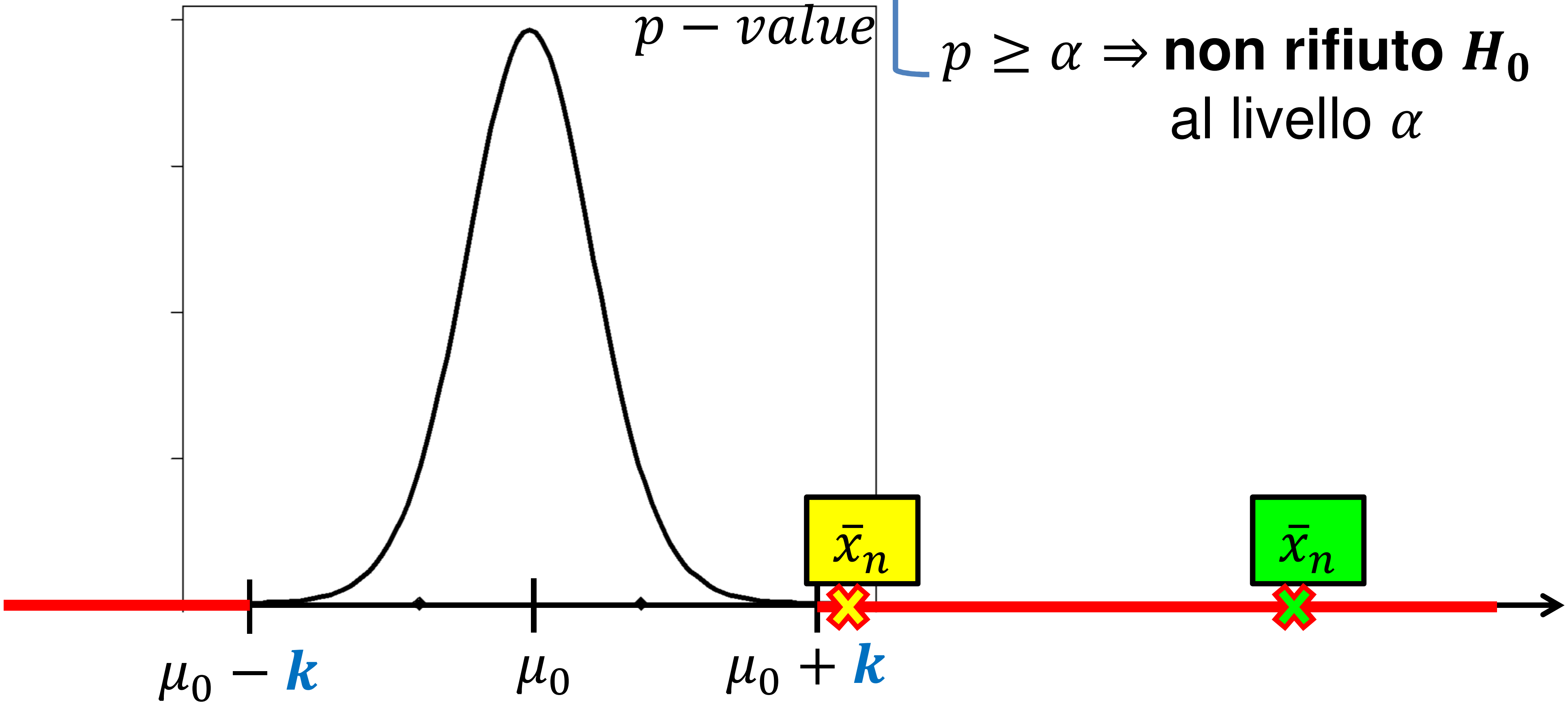
Prob. di finire nella zona rossa = $\boldsymbol{\alpha}$, livello di significatività

# Il *p-value*

Prob. di finire nella zona gialla = $\boldsymbol{p}$

$p < \alpha \Rightarrow$ **rifiuto** $\boldsymbol{H_0}$ al livello $\alpha$

$p \geq \alpha \Rightarrow$ **non rifiuto** $\boldsymbol{H_0}$ al livello $\alpha$




Più il $p - value$ è piccolo e più è forte la significatività del test, cioè l'evidenza **contro** $\boldsymbol{H_0}$.