

STATISTICA

VERIFICA D'IPOTESI - 1

Verifica di ipotesi

Nelle ultime elezioni il partito del *Grifondoro* ha preso il **28.64%**: l'attuale consenso è superiore?

Il dado che stiamo lanciando è **equilibrato**?

Il peso medio dei fustini da 45 misurini di detersivo *Tuttosplende* è **conforme a quanto dichiarato**?

La quantità di crosta nelle buste di grana padano grattugiato è **conforme ai limiti di legge**?

Cerchiamo una strategia che ci permetta di
**“confermare o meno” un’ipotesi sulla base di un
campione** che andremo ad osservare.

Esempio

La pressione minima in un campione casuale di 20 ragazzi dai 14 ai 18 anni che praticano sport ha media $\bar{x}_n = 64.2$ mmHg. Per la misura è stato usato uno strumento tarato con una deviazione standard di 1 mmHg. Nell'ipotesi che la pressione minima individuale sia descritta da una distribuzione normale, sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che nella popolazione di riferimento la pressione minima media sia = 65 mmHg al livello di significatività dell'1%.

Esempio

La pressione minima in un campione casuale di 20 ragazzi dai 14 ai 18 anni che praticano sport ha media $\bar{x}_n = 64.2$ mmHg. Per la misura è stato usato uno strumento tarato con una deviazione standard di 1 mmHg. Nell'ipotesi che **la pressione minima individuale sia descritta da una distribuzione normale**, sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che nella popolazione di riferimento la pressione minima media sia = 65 mmHg al livello di significatività dell'1%.

$$X_1, \dots, X_n \text{ i.i.d, } X_i \sim N(\mu, 1^2)$$

Esempio

La pressione minima in un campione casuale di 20 ragazzi dai 14 ai 18 anni che praticano sport ha media $\bar{x}_n = 64.2$ mmHg. Per la misura è stato usato uno strumento tarato con una deviazione standard di 1 mmHg. Nell'ipotesi che la pressione minima individuale sia descritta da una distribuzione normale, sottoporre a verifica **l'ipotesi nulla che nella popolazione di riferimento la pressione minima media sia = 65 mmHg** al livello di significatività dell'1%.

$$X_1, \dots, X_n \text{ i.i.d, } X_i \sim N(\mu, 1^2)$$

$$H_0 : \mu = 65, \quad H_1 : \mu \neq 65$$

Esempio

La pressione minima in un campione casuale di 20 ragazzi dai 14 ai 18 anni che praticano sport ha media $\bar{x}_n = 64.2$ mmHg. Per la misura è stato usato uno strumento tarato con una deviazione standard di 1 mmHg. Nell'ipotesi che la pressione minima individuale sia descritta da una distribuzione normale, sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che nella popolazione di riferimento la pressione minima media sia = 65 mmHg al livello di significatività dell'1%.

$$X_1, \dots, X_n \text{ i.i.d, } X_i \sim N(\mu, 1^2) \quad H_0 : \mu = 65, \quad H_1 : \mu \neq 65$$

$$\frac{|\bar{X}_n - 65|}{\sqrt{\frac{1}{20}}} \Rightarrow \frac{|\bar{x}_n - 65|}{\sqrt{\frac{1}{20}}} = \frac{|64.2 - 65|}{\frac{1}{\sqrt{20}}} = 3.58$$

Esempio

La pressione minima in un campione casuale di 20 ragazzi dai 14 ai 18 anni che praticano sport ha media $\bar{x}_n = 64.2$ mmHg. Per la misura è stato usato uno strumento tarato con una deviazione standard di 1 mmHg. Nell'ipotesi che la pressione minima individuale sia descritta da una distribuzione normale, sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che nella popolazione di riferimento la pressione minima media sia = 65 mmHg **al livello di significatività dell'1%**.

$$X_1, \dots, X_n \text{ i.i.d, } X_i \sim N(\mu, 1^2) \quad H_0 : \mu = 65, \quad H_1 : \mu \neq 65$$

$$\frac{|\bar{X}_n - 65|}{\sqrt{\frac{1}{20}}} \Rightarrow \frac{|\bar{x}_n - 65|}{\sqrt{\frac{1}{20}}} = \frac{|64.2 - 65|}{\frac{1}{\sqrt{20}}} = 3.58 \quad z_{1 - \frac{0.01}{2}} = 2.57583$$

$$\alpha = 0.01$$

Esempio

La pressione minima in un campione casuale di 20 ragazzi dai 14 ai 18 anni che praticano sport ha media $\bar{x}_n = 64.2$ mmHg. Per la misura è stato usato uno strumento tarato con una deviazione standard di 1 mmHg. Ne segue che la pressione minima individuale sia descritta da una distribuzione normale, e si sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che, in riferimento la pressione minima media è uguale a 65 mmHg, contro l'ipotesi alternativa che è diversa da 65 mmHg, con un livello di significatività dell'1%.

RIFIUTIAMO
L'IPOTESI NULLA AL
LIVELLO DELL'1%

$$X_1, \dots, X_n \text{ i.i.d, } X_i \sim N(\mu, 1^2) \quad H_0 : \mu = 65, \quad H_1 : \mu \neq 65$$

$$\frac{|\bar{X}_n - 65|}{\sqrt{\frac{1}{20}}} \Rightarrow \frac{|\bar{x}_n - 65|}{\sqrt{\frac{1}{20}}} = \frac{|64.2 - 65|}{\frac{1}{\sqrt{20}}} = 3.58 > z_{1 - \frac{0.01}{2}} = 2.57583$$

$$\alpha = 0.01$$

Esempio

La pressione minima in un campione casuale di **10** ragazzi dai 14 ai 18 anni che praticano sport ha media $\bar{x}_n = 64.2$ mmHg. Per la misura è stato usato uno strumento tarato con una deviazione standard di 1 mmHg. Ne segue che la pressione minima individuale sia descritta da una distribuzione normale. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che, a riferimento la pressione minima media è uguale a 65 mmHg, di significatività dell'1%.

NON RIFIUTIAMO
L'IPOTESI NULLA AL
LIVELLO DELL'1%

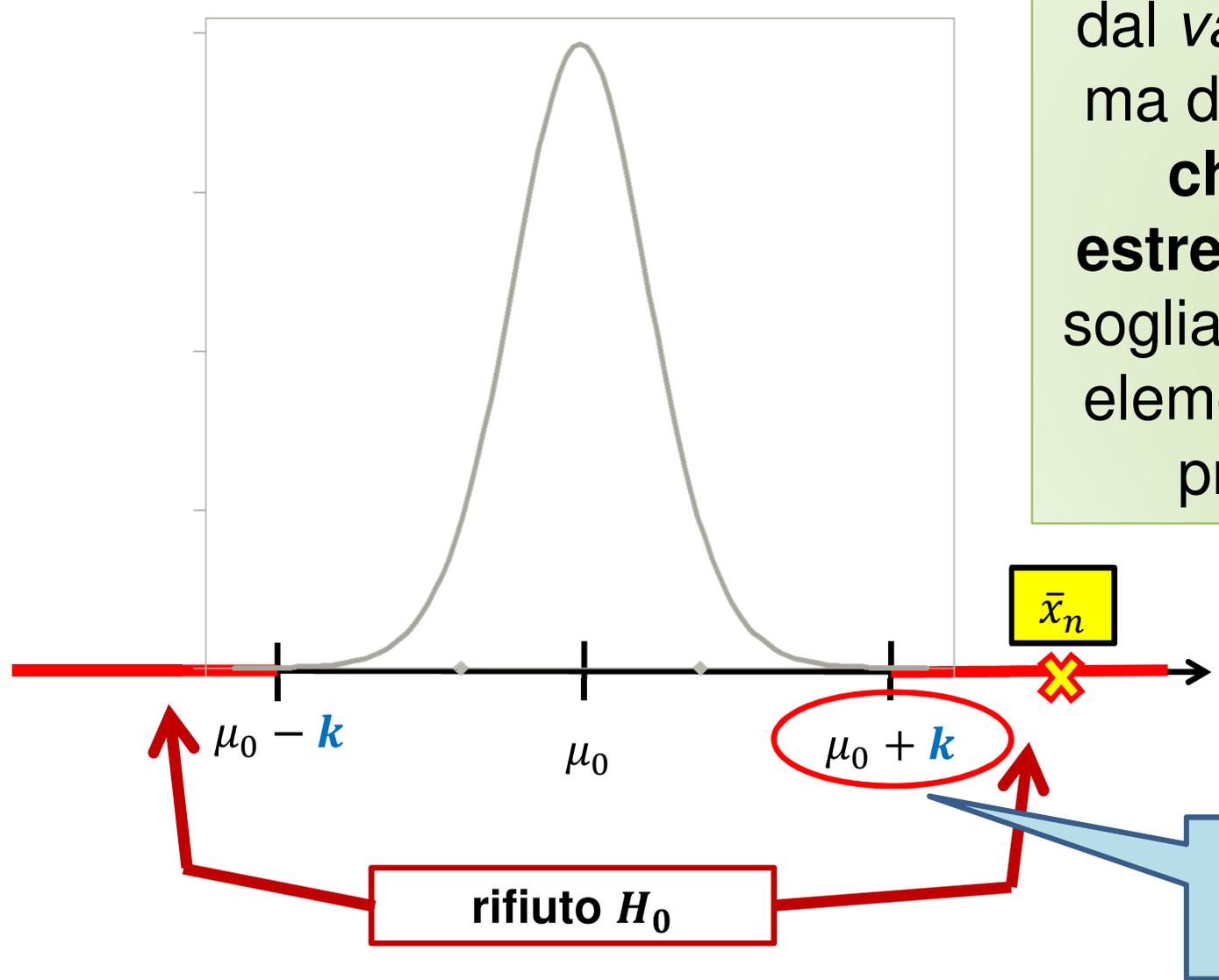
$$X_1, \dots, X_n \text{ i.i.d, } X_i \sim N(\mu, 1^2)$$

$$H_0 : \mu = 65, \quad H_1 : \mu \neq 65$$

$$\frac{|\bar{X}_n - 65|}{\sqrt{\frac{1}{10}}} \Rightarrow \frac{|\bar{x}_n - 65|}{\sqrt{\frac{1}{10}}} = \frac{|64.2 - 65|}{\frac{1}{\sqrt{10}}} = 2.53 < z_{1 - \frac{0.01}{2}} = 2.57583$$

$\alpha = 0.01$

Il rifiuto non dipende dal *valore* di \bar{x}_n in sè, ma dalla **probabilità** che \bar{x}_n sia più **estremo** di una certa soglia, cioè da **tutti** gli elementi del modello probabilistico!



Esercizio 1

La pressione minima in un campione casuale di 20 ragazzi dai 14 ai 18 anni che praticano sport ha media $\bar{x}_n = 64.2$ mmHg. Per la misura è stato usato uno strumento tarato con una deviazione standard di 1 mmHg. Nell'ipotesi che la pressione minima individuale sia descritta da una distribuzione normale, qual è il valore medio nella popolazione di riferimento della pressione minima?

Esercizio 1

La pressione minima in un campione casuale di 20 ragazzi dai 14 ai 18 anni che praticano sport ha media $\bar{x}_n = 64.2$ mmHg. Per la misura è stato usato uno strumento tarato con una deviazione standard di 1 mmHg. Nell'ipotesi che la pressione minima individuale sia descritta da una distribuzione normale, qual è il valore medio nella popolazione di riferimento della pressione minima?

$$X_1, \dots, X_n \text{ i.i.d, } X_i \sim N(\mu, 1^2)$$

$$\bar{x}_n = 64.2 \text{ stima di } \mu \text{ nella popolazione di riferimento}$$

Esercizio 1

La pressione minima in un campione casuale di 20 ragazzi dai 14 ai 18 anni che praticano sport ha media $\bar{x}_n = 64.2$ mmHg. Per la misura è stato usato uno strumento tarato con una deviazione standard di 1 mmHg. Nell'ipotesi che la pressione minima individuale sia descritta da una distribuzione normale, qual è il valore medio nella popolazione di riferimento della pressione minima?

$$X_1, \dots, X_n \text{ i.i.d, } X_i \sim N(\mu, 1^2)$$

$\bar{x}_n = 64.2$ stima di μ nella popolazione di riferimento

$$\left(\bar{x}_n - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}, \bar{x}_n + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \right) = \left(64.2 - 1.96 \times \frac{1}{\sqrt{20}}, 64.2 + 1.96 \times \frac{1}{\sqrt{20}} \right)$$

$\alpha = 0.05$

(63.76, 64.64) mmHg

Esercizio 1, compito

La pressione minima in un campione casuale di 20 ragazzi dai 14 ai 18 anni che praticano sport ha media $\bar{x}_n = 64.2$ mmHg. Per la misura è stato usato uno strumento tarato con una deviazione standard di 1 mmHg. Nell'ipotesi che la pressione minima individuale sia descritta da una distribuzione normale, qual è il valore medio nella popolazione di riferimento della pressione minima?

$$X_1, \dots, X_n \text{ i.i.d, } X_i \sim N(\mu, 1^2)$$

$\bar{x}_n = 64.2$ stima di μ nella popolazione di riferimento

$$\alpha = 0.01$$