

STATISTICA

Inferenza: Intervalli di confidenza, 2

Esercizio 2

Si vuole sapere se le donne tendono a sposare uomini che sono più alti di loro. Per questo si è scelto un campione di 25 coppie sposate, e si sono confrontate le altezze di moglie e marito calcolando la differenza di altezza: (h del marito – h della moglie). La differenza media è risultata pari a $\bar{x}_n = 11.2$ cm con una deviazione standard $s_n = 10.7$ cm.

Costruire un intervallo di confidenza del 95% per la differenza media dell'altezza ed usare questo risultato per rispondere al quesito.

Esercizio 2

Si vuole sapere se le donne tendono a sposare uomini che sono più alti di loro. Per questo si è scelto un campione di 25 coppie sposate, e si sono confrontate le altezze di moglie e marito calcolando la differenza di altezza: (h del marito – h della moglie). La differenza media è risultata pari a $\bar{x}_n = 11.2$ cm con una deviazione standard $s_n = 10.7$ cm.

Costruire un **intervallo di confidenza del 95% per la differenza media dell'altezza** ed usare questo risultato per rispondere al quesito.

X_1, X_2, \dots, X_n i.i.d, $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_i =$ differenza nell'h della coppia

$$\left(\bar{X}_n - t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{s_n^2}{n}}, \bar{X}_n + t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{s_n^2}{n}} \right)$$

Esercizio 2

Si vuole sapere se le donne tendono a sposare uomini che sono più alti di loro. Per questo si è scelto un campione di 25 coppie sposate, e si sono confrontate le altezze di moglie e marito calcolando la differenza di altezza: (h del marito – h della moglie). La differenza media è risultata pari a $\bar{x}_n = 11.2$ cm con una deviazione standard $s_n = 10.7$ cm.

Costruire un **intervallo di confidenza del 95% per la differenza media dell'altezza** ed usare questo risultato per rispondere al quesito.

X_1, X_2, \dots, X_n i.i.d, $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_i =$ differenza nell'h della coppia

$$\left(\bar{X}_n - t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{s_n^2}{n}}, \bar{X}_n + t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{s_n^2}{n}} \right)$$

$$\left(11.2 - t(24)_{0.975} \times \frac{10.7}{\sqrt{25}}, 11.2 + t(24)_{0.975} \times \frac{10.7}{\sqrt{25}} \right)$$

Esercizio 2

Si vuole sapere se le donne tendono a sposare uomini che sono più alti di loro. Per questo si è scelto un campione di 25 coppie sposate, e si sono confrontate le altezze di moglie e marito calcolando la differenza di altezza: (h del marito – h della moglie). La differenza media è risultata pari a $\bar{x}_n = 11.2$ cm con una deviazione standard $s_n = 10.7$ cm.

Costruire un **intervallo di confidenza del 95% per la differenza media dell'altezza** ed usare questo risultato per rispondere al quesito.

X_1, X_2, \dots, X_n i.i.d, $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_i =$ differenza nell'h della coppia

$$\left(\bar{X}_n - t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{S_n^2}{n}}, \bar{X}_n + t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{S_n^2}{n}} \right)$$

$$\left(11.2 - t(24)_{0.975} \times \frac{10.7}{\sqrt{25}}, 11.2 + t(24)_{0.975} \times \frac{10.7}{\sqrt{25}} \right)$$

Esercizio 2

Si vuole sapere se le donne tendono a sposare uomini che sono più alti di loro. Per questo si è scelto un campione di 25 coppie sposate, e si sono confrontate le altezze di moglie e marito calcolando la differenza di altezza: (h del marito – h della moglie). La differenza media è risultata pari a $\bar{x}_n = 11.2$ cm con una deviazione standard $s_n = 10.7$ cm.

Costruire un **intervallo di confidenza del 95% per la differenza media dell'altezza** ed usare questo risultato per rispondere al quesito.

X_1, X_2, \dots, X_n i.i.d, $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_i =$ differenza nell'h della coppia

$$\left(\bar{X}_n - t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{s_n^2}{n}}, \bar{X}_n + t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{s_n^2}{n}} \right)$$

2.0639

$$\left(11.2 - t(24)_{0.975} \times \frac{10.7}{\sqrt{25}}, 11.2 + t(24)_{0.975} \times \frac{10.7}{\sqrt{25}} \right)$$

Esercizio 2

Si vuole sapere se le donne tendono a sposare uomini che sono più alti di loro. Per questo si è scelto un campione di 25 coppie sposate, e si sono confrontate le altezze di moglie e marito calcolando la differenza di altezza: (h del marito – h della moglie). La differenza media è risultata pari a $\bar{x}_n = 11.2$ cm con una deviazione standard $s_n = 10.7$ cm.

Costruire un intervallo di confidenza del 95% per la differenza media dell'altezza ed **usare questo risultato per rispondere al quesito**.

X_1, X_2, \dots, X_n i.i.d, $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_i =$ differenza nell'h della coppia

$$\left(\bar{X}_n - t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{s_n^2}{n}}, \bar{X}_n + t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{s_n^2}{n}} \right)$$

$$\left(11.2 - 2.0639 \times \frac{10.7}{\sqrt{25}}, 11.2 + 2.0639 \times \frac{10.7}{\sqrt{25}} \right) = (6.78, 15.62)$$

Esercizio 2

Si vuole sapere se
loro. Per
confronto

Alti di

Il vero valore della differenza in altezza tra marito e moglie è, con una confidenza del 95%, > 0 ! Quindi, con una confidenza del 95%, possiamo dire che **nella popolazione di riferimento** le donne tendono a sposare uomini più alti di loro.

X_1, X_2, \dots, X_n

z... della coppia

$$\left(\bar{X}_n - t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{S_n^2}{n}}, \bar{X}_n + t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{S_n^2}{n}} \right)$$

$$\left(11.2 - 2.0639 \times \frac{10.7}{\sqrt{25}}, 11.2 + 2.0639 \times \frac{10.7}{\sqrt{25}} \right) = (6.78, 15.62)$$

Esercizio 3



Indagine condotta con tecnica mista CATI-CAMI-CAWI su un **campione di 1500 soggetti maggiorenni residenti in Italia** tra i 9 ed il 13 maggio 2018. Il campione è stratificato per zona e prevede quote per età e sesso. I dati sono stati ponderati al fine di garantire la rappresentatività rispetto ai parametri di zona, sesso, età, livello scolastico e partito votato alle ultime elezioni. **Il margine di errore statistico dei dati riportati è del 2.5% a un intervallo di confidenza del 95%**

Esercizio 3



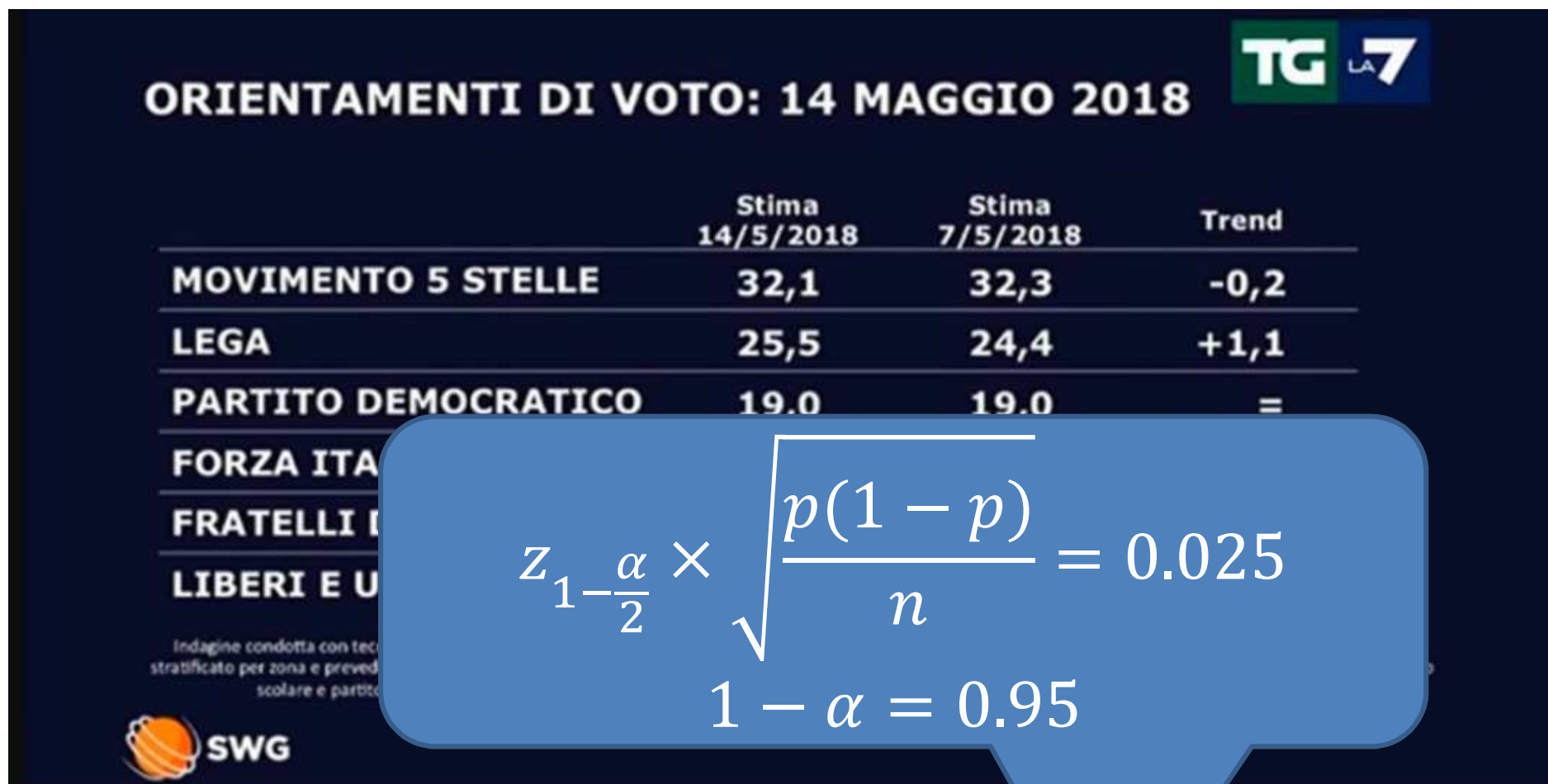
Indagine condotta con tecnica mista **CATI-CAMI-CAWI** su un **campione di 1500 soggetti maggiorenni residenti in Italia** tra i 9 ed il 13 maggio 2018. Il campione è stratificato per zona e prevede quote per età e sesso. I dati sono stati ponderati al fine di garantire la rappresentatività rispetto ai parametri di zona, sesso, età, livello scolastico e partito votato alle ultime elezioni. Il **margine di errore statistico dei dati riportati è del 2.5% a un intervallo di confidenza del 95%**

Esercizio 3



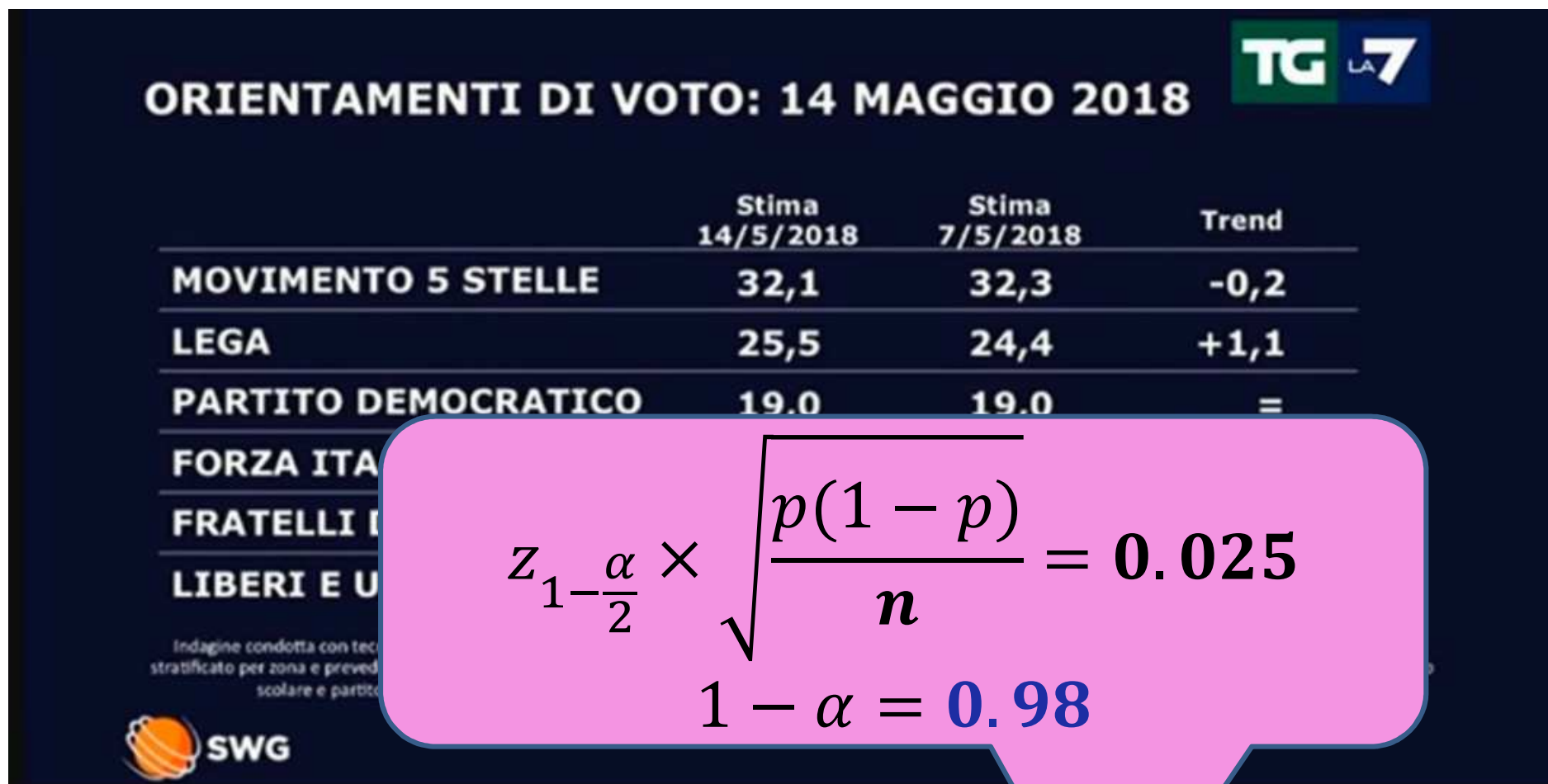
Indagine condotta con tecnica mista CATI-CAMI-CAWI su un **campione di 500 soggetti maggiorenni residenti in Italia** tra i 9 ed il 13 maggio 2018. Il campione è **stratificato** per zona e prevede quote per età e sesso. I dati sono stati ponderati al fine di garantire la rappresentatività rispetto ai parametri di zona, sesso, età, livello scolastico e partito votato alle ultime elezioni. **Il margine di errore statistico dei dati riportati è del 2.5% a un intervallo di confidenza del 95%**

Esercizio 3



Indagine condotta con tecnica mista CATI-CAMI-CAWI su un campione di **1500 soggetti** **maggioresni residenti in Italia** tra i 9 ed il 13 maggio 2018. Il campione è stratificato per zona e prevede quote per età e sesso. I dati sono stati ponderati al fine di garantire la rappresentatività rispetto ai parametri di zona, sesso, età, livello scolastico e partito votato alle ultime elezioni. **Il margine di errore statistico dei dati riportati è del 2.5% a un intervallo di confidenza del 95%**

Esercizio 3



Indagine condotta con tecnica mista CATI-CAMI-CAWI su un campione di **1500 soggetti** **maggioresni residenti in Italia** tra i 9 ed il 13 maggio 2018. Il campione è stratificato per zona e prevede quote per età e sesso. I dati sono stati ponderati al fine di garantire la rappresentatività rispetto ai parametri di zona, sesso, età, livello scolastico e partito votato alle ultime elezioni. **Il margine di errore statistico dei dati riportati è del 2.5% a un intervallo di confidenza del 98%**

Esercizio 3

$$n = 1500$$

$$\alpha = 0.05$$

$$\hat{p}_n = 32.5 \% = 0.325$$

Indagine condotta con tecnica mista CATI-CAMI-CAWI su un campione di 1500 soggetti maggiorenni residenti in Italia tra i 9 ed il 13 maggio 2018. ~~Il campione è stratificato per zona e prevede quote per età e sesso. I dati sono stati ponderati al fine di garantire la rappresentatività rispetto ai parametri di zona, sesso, età, livello scolare e partito votato alle ultime elezioni.~~ **Il margine di errore statistico dei dati riportati è del 2.5% a un intervallo di confidenza del 95%**

Esercizio 3

$$\left(\hat{p}_n - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_n(1-\hat{p}_n)}{n}}, \hat{p}_n + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_n(1-\hat{p}_n)}{n}} \right)$$

$$n = 1500$$

$$\alpha = 0.05$$

$$\hat{p}_n = 32.5 \% = 0.325$$

$$0.325 \mp 1.96 \times \sqrt{\frac{0.325 \times 0.675}{1500}}$$

$$(0.30, 0.35) \quad (0.325 - 0.025, 0.325 + 0.025)$$

Indagine condotta con tecnica mista CATI-CAMI-CAWI su un campione di 1500 soggetti maggiorenni residenti in Italia tra i 9 ed il 13 maggio 2018. Il campione è stratificato per zona e prevede quote per età e sesso. I dati sono stati ponderati al fine di garantire la rappresentatività rispetto ai parametri di zona, sesso, età, livello scolastico e partito votato alle ultime elezioni. **Il margine di errore statistico dei dati riportati è del 2.5% a un intervallo di confidenza del 95%**

Esercizio 4

Scelgo a caso 65 giorni feriali e rilevo i ritardi in arrivo a Milano Centrale del treno 1234, ottenendo un ritardo medio di 8.36 minuti con una deviazione standard di 5.23 minuti. Calcolare l'intervallo di confidenza del 98% per il ritardo medio giornaliero del treno 1234 nei giorni feriali.

Esercizio 4

Scelgo a caso 65 giorni feriali e rilevo i ritardi in arrivo a Milano Centrale del treno 1234, ottenendo un ritardo medio di 8.36 minuti con una deviazione standard di 5.23 minuti. Calcolare l'intervallo di confidenza del 98% per il ritardo medio giornaliero del treno 1234 nei giorni feriali.

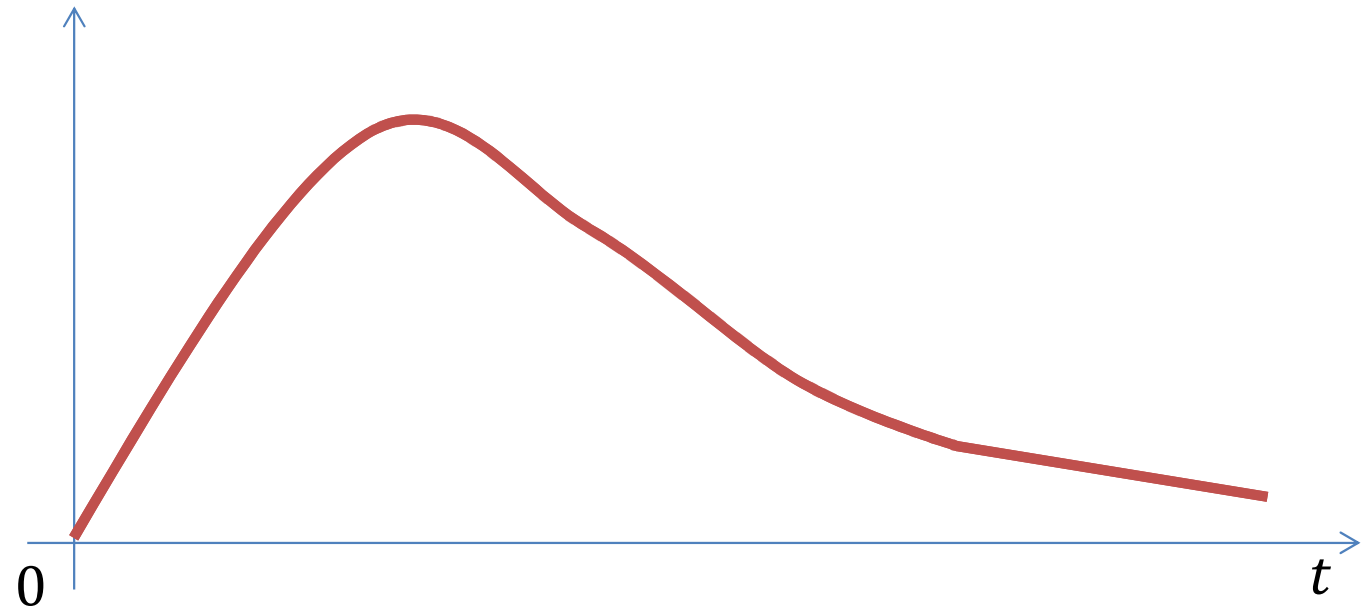
X_1, X_2, \dots, X_n i.i.d, ritardi giornalieri

$$\bar{X}_n = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_{65}}{65} \quad \text{ritardo medio giornaliero}$$

Esercizio 4

Scelgo a caso 65 giorni feriali e rilevo i ritardi in arrivo a Milano Centrale del treno 1234, ottenendo un ritardo medio di 8.36 minuti con una deviazione standard di 5.23 minuti. Calcolare l'intervallo di confidenza del 98% per il ritardo medio giornaliero del treno 1234 nei giorni feriali.

X_1, X_2, \dots, X_n i.i.d, ritardi giornalieri, **non gaussiani**



Esercizio 4

Scelgo a caso **65** giorni feriali e rilevo i ritardi in arrivo a Milano Centrale del treno 1234, ottenendo un ritardo medio di 8.36 minuti con una deviazione standard di 5.23 minuti. Calcolare l'intervallo di confidenza del 98% per il ritardo medio giornaliero del treno 1234 nei giorni feriali.

X_1, X_2, \dots, X_n i.i.d, ritardi giornalieri, $E(X_i) = \mu, Var(X_i) = \sigma^2$

$\bar{X}_n = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_{65}}{65}$ ritardo *medio* giornaliero $\approx N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

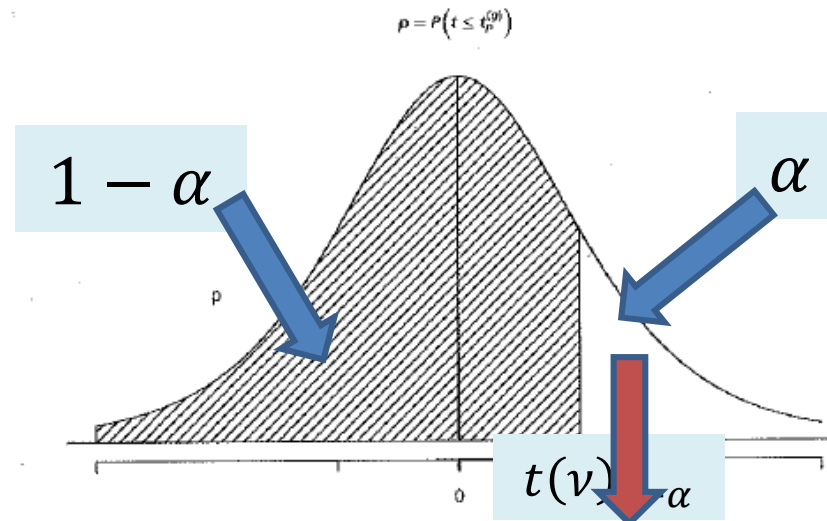
$\bar{x}_n = 8.36, s_n^2 = 5.23^2, \alpha = 0.02 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.99 \Rightarrow$

$\left(8.36 - t(64)_{0.99} \frac{5.23}{\sqrt{65}}, 8.36 + t(64)_{0.99} \frac{5.23}{\sqrt{65}}\right)$

TCL

Tabella di quantili

$$P(X \leq t(v)_{1-\alpha}) = 1 - \alpha$$



p	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9995
1	1.00000	3.07768	6.31375	12.70620	31.82052	63.65674	636.61925
2	0.81650	1.88562	2.91999	4.30265	6.96456	9.92484	31.59905
3	0.76489	1.63775	2.35338	3.18245	4.54070	5.84091	12.92398
4	0.74070	1.53321	2.13185	2.77645	3.74695	4.60410	8.61030
5	0.72669	1.47588	2.01505	2.57058	3.36493	4.03216	6.86883
6	0.71756	1.43976	1.94318	2.44691	3.14267	3.70743	5.95882
7	0.71114	1.41492	1.89458	2.36462	2.99795	3.49948	5.40790
8	0.70639	1.39682	1.85955	2.30600	2.89646	3.35539	5.04131
9	0.70272	1.38303	1.83311	2.26216	2.82144	3.24984	4.78091
10	0.69981	1.37218	1.81246	2.22814	2.76377	3.16927	4.58689
11	0.69745	1.36343	1.79588	2.20099	2.71808	3.10581	4.43698
12	0.69548	1.35622	1.78229	2.17881	2.68100	3.05454	4.31779
13	0.69383	1.35017	1.77093	2.16037	2.65031	3.01228	4.22083
14	0.69242	1.34503	1.76131	2.14479	2.62449	2.97684	4.14045
15	0.69120	1.34061	1.75305	2.13145	2.60248	2.94671	4.07277
16	0.69013	1.33676	1.74588	2.11991	2.58349	2.92078	4.01500
17	0.68920	1.33338	1.73961	2.10982	2.56693	2.89823	3.96513
18	0.68836	1.33039	1.73406	2.10092	2.55238	2.87844	3.92165
19	0.68762	1.32773	1.72913	2.09302	2.53948	2.86093	3.88341
20	0.68695	1.32534	1.72472	2.08596	2.52798	2.84534	3.84952
21	0.68635	1.32319	1.72074	2.07961	2.51765	2.83136	3.81928
22	0.68581	1.32124	1.71714	2.07387	2.50832	2.81876	3.79213
23	0.68531	1.31946	1.71387	2.06866	2.49987	2.80734	3.76763
24	0.68485	1.31784	1.71088	2.06390	2.49216	2.79694	3.74540
25	0.68443	1.31635	1.70814	2.05954	2.48511	2.78744	3.72514
26	0.68404	1.31497	1.70562	2.05553	2.47863	2.77871	3.70661
27	0.68368	1.31370	1.70329	2.05183	2.47266	2.77068	3.68959
28	0.68335	1.31253	1.70113	2.04841	2.46714	2.76326	3.67391
29	0.68304	1.31143	1.69913	2.04523	2.46202	2.75639	3.65941
30	0.68276	1.31042	1.69726	2.04227	2.45726	2.75000	3.64596
40	0.68067	1.30308	1.68385	2.02108	2.42326	2.70446	3.55097
60	0.67860	1.29582	1.67065	2.00030	2.39012	2.66028	3.46020
120	0.67654	1.28865	1.65765	1.97993	2.35782	2.61742	3.37345
∞	0.67449	1.28155	1.64485	1.95996	2.32635	2.57583	3.29053

$t(64)_{1-0.01}$

Tabella A3. - Tavola della t di Student. La tavola restituisce i valori di $t_p^{(g)}$ dove g sono i gradi di libert . Si tenga sempre conto della relazione $t_p^{(g)} = -t_{1-p}^{(g)}$.

Esercizio 4

Scelgo a caso **65** giorni feriali e rilevo i ritardi in arrivo a Milano Centrale del treno 1234, ottenendo un ritardo medio di 8.36 minuti con una deviazione standard di 5.23 minuti. Calcolare l'intervallo di confidenza del 98% per il ritardo medio giornaliero del treno 1234 nei giorni feriali.

X_1, X_2, \dots, X_n i.i.d, ritardi giornalieri, $E(X_i) = \mu, Var(X_i) = \sigma^2$

$$\bar{X}_n = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_{65}}{65} \quad \text{ritardo } \textit{medio} \textit{ giornaliero} \approx N(\mu, \sigma^2)$$

TCL

$$\bar{x}_n = 8.36, s_n^2 = 5.23^2, \alpha = 0.02 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.99 \Rightarrow$$

$$\left(8.36 - 2.39012 \frac{5.23}{\sqrt{65}}, 8.36 + 2.39012 \frac{5.23}{\sqrt{65}} \right) = (6.81, 9.91)$$

Esercizio 4

Scelgo a caso **65** giorni feriali di ritardo in treno per Milano Centrale e calcolo il ritardo medio giornaliero in minuti. L'intervallo di tempo è distribuito normalmente.

SIETE L'AD DI TRENORD E DOVETE DECIDERE LA SOGLIA DI RITARDO MEDIO GIORNALIERO OLTRE LA QUALE DISTRIBUIRE IL BONUS DI RIMBORSO AI PENDOLARI: SCEGLIETE 5 MINUTI O 10 MINUTI?

$$\bar{X}_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \approx N(\mu, \sigma^2)$$

TCL

$$\bar{x}_n = 8.36, s_n^2 = 5.23^2, \alpha = 0.02 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.99 \Rightarrow \left(8.36 - 2.39012 \frac{5.23}{\sqrt{65}}, 8.36 + 2.39012 \frac{5.23}{\sqrt{65}} \right) = (6.81, 9.91)$$

Esercizio 5

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg. In un campione casuale di 80 sigarette è stato misurato un valore medio di nicotina di 1.485 mg, con una dev. std. di 0.025 mg. 1. Determinare l'intervallo di confidenza del 95% per il contenuto medio di nicotina nelle sigarette *AdS*.

Esercizio 5

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg. In un campione casuale di 80 sigarette è stato misurato un valore medio di nicotina di 1.485 mg, con una dev. std. di 0.025 mg. 1. Determinare l'intervallo di confidenza del 95% per il contenuto medio di nicotina nelle sigarette *AdS*.

X_1, \dots, X_n i.i.d, $X_i \sim ???$, ma $n > 30$, quindi TCL: $\bar{X}_n \approx N(\mu, \sigma^2/n)$

σ^2 **non** nota $\Rightarrow s_n^2 = 0.025^2$, $\bar{x}_n = 1.485$

Esercizio 5

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg. In un campione casuale di 80 sigarette è stato misurato un valore medio di nicotina di 1.485 mg, con una dev. std. di 0.025 mg. 1. Determinare l'intervallo di confidenza del 95% per il contenuto medio di nicotina nelle sigarette *AdS*.

X_1, \dots, X_n i.i.d, $X_i \sim ???$, ma $n > 30$, quindi TCL: $\bar{X}_n \approx N(\mu, \sigma^2/n)$

σ^2 non nota $\Rightarrow s_n^2 = 0.025^2$, $\bar{x}_n = 1.485$

$$\left(1.485 - t(79)_{0.975} \frac{0.025}{\sqrt{80}} , 1.485 + t(79)_{0.975} \frac{0.025}{\sqrt{80}} \right) = (1.479, 1.490)$$

Esercizio 1

L'Istat ha stimato che in Italia nel 2016 il 20.6% degli individui era a rischio povertà (Corriere.it, 6/12/2017). In un campione di 150 individui scelti a caso in una certa regione Italiana, il 22.3% è risultato a rischio di povertà. Calcolare un intervallo di confidenza del 95% per la percentuale di individui a rischio di povertà in quella regione.

Esercizio 1

L'Istat ha stimato che in Italia nel 2016 il 20.6% degli individui era a rischio povertà (Corriere.it, 6/12/2017). In un campione di 150 individui scelti a caso in una certa regione Italiana, il 22.3% è risultato a rischio di povertà. Calcolare un intervallo di confidenza del 95% per la percentuale di individui a rischio di povertà in quella regione.

X_1, \dots, X_n i.i.d., $X_i \sim b(p)$.

$\hat{p}_n = 0.223, n = 150, n\hat{p}_n = 33.45, n(1 - \hat{p}_n) = 116.55 \Rightarrow$

$$\hat{p}_n \pm z_{0.975} \sqrt{\hat{p}_n(1 - \hat{p}_n)/n}$$

Esercizio 1

L'Istat ha stimato che in Italia nel 2016 il 20.6% degli individui era a rischio povertà (Corriere.it, 6/12/2017). In un campione di 150 individui scelti a caso in una certa regione Italiana, il 22.3% è risultato a rischio di povertà. Calcolare un intervallo di confidenza del 95% per la percentuale di individui a rischio di povertà in quella regione.

X_1, \dots, X_n i.i.d., $X_i \sim b(p)$.

$$\hat{p}_n = 0.223, n = 150, n\hat{p}_n = 33.45, n(1 - \hat{p}_n) = 116.55 \Rightarrow$$

$$\hat{p}_n \pm z_{0.975} \sqrt{\hat{p}_n(1 - \hat{p}_n)/n}$$

$$\Rightarrow \left(0.223 - 1.96 \sqrt{\frac{0.223 \times 0.777}{150}}, 0.223 + 1.96 \sqrt{\frac{0.223 \times 0.777}{150}} \right)$$

(0.156, 0.290)