

# ESERCIZI

---

4

# Esercizio 10

In una grande multinazionale sono stati raccolti i dati sul numero annuo di viaggi per lavoro, ottenendo:

$x_i$	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
$p_i$	<b>0.38</b>	<b>0.22</b>	<b>0.15</b>	<b>0.075</b>	<b>0.025</b>	<b>0.15</b>

- Rappresentare con un opportuno grafico la distribuzione del numero annuo  $X$  di viaggi.
- Rappresentare la funzione di ripartizione di  $X$
- Calcolare moda, media e dev. standard di  $X$
- Estratto a caso un campione di 80 dipendenti, calcolare la probabilità che al massimo il 12% abbia fatto 4 viaggi o più.

# Esercizio 10

In una grande multinazionale sono stati raccolti i dati sul numero annuo di viaggi per lavoro, ottenendo:

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$p_i$	0.38	0.22	0.15	0.075	0.025	0.15

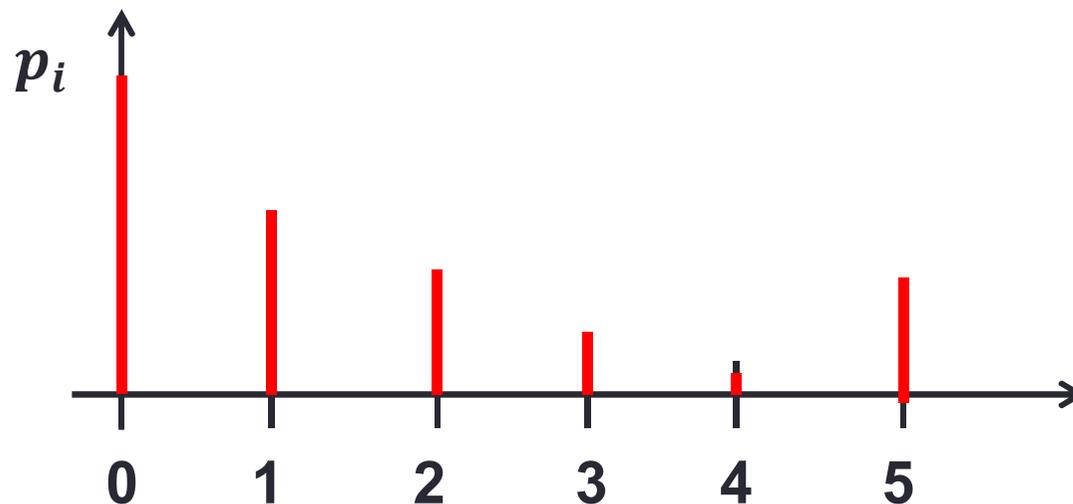
- Rappresentare con un opportuno grafico la distribuzione del numero annuo  $X$  di viaggi.
- Rappresentare la funzione di ripartizione di  $X$
- Calcolare moda, media e dev. standard di  $X$
- Estratto a caso un campione di 80 dipendenti, calcolare la probabilità che al massimo il 12% abbia fatto 4 viaggi o più.

# Esercizio 10

In una grande multinazionale sono stati raccolti i dati sul numero annuo di viaggi per lavoro, ottenendo:

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$p_i$	0.38	0.22	0.15	0.075	0.025	0.15

- a) Rappresentare con un opportuno grafico la distribuzione del numero annuo  $X$  di viaggi.  $\Rightarrow$  [Diagramma ad aste](#)



# Esercizio 10

In una grande multinazionale sono stati raccolti i dati sul numero annuo di viaggi per lavoro, ottenendo:

$x_i$	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
$p_i$	<b>0.38</b>	<b>0.22</b>	<b>0.15</b>	<b>0.075</b>	<b>0.025</b>	<b>0.15</b>

b) Rappresentare la funzione di ripartizione di  $X$

# Esercizio 10

In una grande multinazionale sono stati raccolti i dati sul numero annuo di viaggi per lavoro, ottenendo:

$x_i$	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
$p_i$	<b>0.38</b>	<b>0.22</b>	<b>0.15</b>	<b>0.075</b>	<b>0.025</b>	<b>0.15</b>

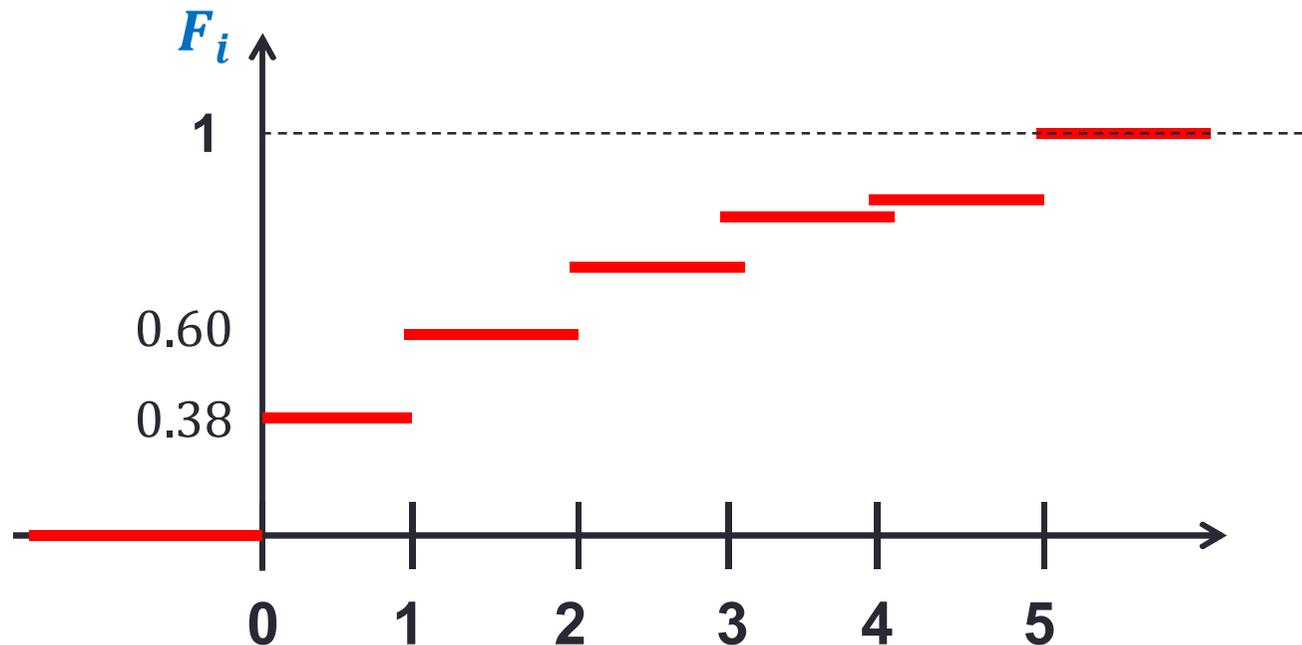
b) Rappresentare la funzione di ripartizione di  $X$

$x_i$	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
$p_i$	0.38	0.22	0.15	0.075	0.025	0.15
$F_i$	<b>0.38</b>	<b>0.60</b>	<b>0.75</b>	<b>0.825</b>	<b>0.85</b>	<b>1</b>

# Esercizio 10

In una grande multinazionale sono stati raccolti i dati sul numero annuo di viaggi per lavoro, ottenendo:

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$F_i$	0.38	0.60	0.75	0.825	0.85	1



# Esercizio 10

In una grande multinazionale sono stati raccolti i dati sul numero annuo di viaggi per lavoro, ottenendo:

$x_i$	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
$p_i$	<b>0.38</b>	<b>0.22</b>	<b>0.15</b>	<b>0.075</b>	<b>0.025</b>	<b>0.15</b>

c) Calcolare moda, media e dev. standard di  $X$

# Esercizio 10

In una grande multinazionale sono stati raccolti i dati sul numero annuo di viaggi per lavoro, ottenendo:

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$p_i$	0.38	0.22	0.15	0.075	0.025	0.15

c) Calcolare moda, media e dev. standard di  $X$

**Moda: 0**

$$E(X) = 0.22 + 2 \times 0.15 + 3 \times 0.075 + 4 \times 0.025 + 5 \times 0.15 = 1.595$$

$$Var(X) = 0.38(0 - 1.595)^2 + 0.22(1 - 1.595)^2 + \dots + (5 - 1.595)^2 0.15$$

$$= 3.1 \Rightarrow \sqrt{3.1} = 1.76 \text{ viaggi}$$

# Esercizio 10

In una grande multinazionale sono stati raccolti i dati sul numero annuo di viaggi per lavoro, ottenendo:

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$p_i$	0.38	0.22	0.15	0.075	0.025	0.15

- d) Estratto a caso un campione di 80 dipendenti, calcolare la probabilità che al massimo il 12% abbia fatto 4 viaggi o più.

# Esercizio 10

In una grande multinazionale sono stati raccolti i dati sul numero annuo di viaggi per lavoro, ottenendo:

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$p_i$	0.38	0.22	0.15	0.075	0.025	0.15

- d) Estratto a caso un campione di 80 dipendenti, calcolare la probabilità che al massimo il 12% abbia fatto 4 viaggi o più.  $X_1, \dots, X_{80}$  i. i. d,  $X_i \sim b(0.175)$

## Esercizio 10

In una grande multinazionale sono stati raccolti i dati sul numero annuo di viaggi per lavoro, ottenendo:

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$p_i$	0.38	0.22	0.15	0.075	0.025	0.15

- d) Estratto a caso un campione di 80 dipendenti, calcolare la probabilità che al massimo il 12% abbia fatto 4 viaggi o più.  $X_1, \dots, X_{80}$  i. i. d,  $X_i \sim b(0.175)$

«proporzione di successi» :  $\frac{X_1 + \dots + X_{80}}{80} = \bar{X}_{80} \leq 0.12$

$$E(\bar{X}_{80}) = 0.175, \quad Var(\bar{X}_{80}) = \frac{0.175(1 - 0.175)}{80} = 0.002$$

# Esercizio 10

In una grande multinazionale sono stati raccolti i dati sul numero annuo di viaggi per lavoro, ottenendo:

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$p_i$	0.38	0.22	0.15	0.075	0.025	0.15

- d) Estratto a caso un campione di 80 dipendenti, calcolare la probabilità che al massimo il 12% abbia fatto 4 viaggi o più.  $X_1, \dots, X_{80}$  i. i. d,  $X_i \sim b(0.175)$

$$P(\bar{X}_{80} \leq 0.12) = P\left(\frac{\bar{X}_{80} - 0.175}{\sqrt{0.002}} \leq \frac{0.12 - 0.175}{\sqrt{0.002}}\right) \approx P(Z \leq -1.23) \\ = 0.10935$$

# Esercizio 7

Un assicuratore trova che tra i suoi 500 clienti, 170 hanno avuto almeno un incidente lo scorso anno.

- a) Calcolare la % di clienti che ha avuto almeno un incidente l'anno scorso.
- b) Estratti a caso 3 clienti, qual è la probabilità che nessuno di loro abbia fatto incidenti l'anno scorso?
- c) Estratti a caso 3 diversi clienti, qual è la probabilità che nessuno di loro abbia fatto incidenti l'anno scorso?
- d) Scelto un campione casuale di 15 clienti, qual è la probabilità che più di 12 abbiano fatto almeno un incidente l'anno scorso?
- e) Scelto un campione casuale di 150 clienti, qual è la probabilità che meno di 45 abbiano fatto almeno un incidente l'anno scorso?

# Esercizio 7

Un assicuratore trova che tra i suoi 500 clienti, 170 hanno avuto almeno un incidente lo scorso anno.

- a) Calcolare la % di clienti che hanno avuto almeno un incidente l'anno scorso.

# Esercizio 7

Un assicuratore trova che tra i suoi 500 clienti, 170 hanno avuto almeno un incidente lo scorso anno.

b) Estratti a caso 3 clienti, qual è la probabilità che nessuno di loro abbia fatto incidenti l'anno scorso?

# Esercizio 7

Un assicuratore trova che tra i suoi 500 clienti, 170 hanno avuto almeno un incidente lo scorso anno.

b) Estratti a caso 3 clienti, qual è la probabilità che nessuno di loro abbia fatto incidenti l'anno scorso?

Probabilità che 1 scelto a caso **non** abbia fatto incidenti:  $1 - 0.34$

$$\Rightarrow (1 - 0.34)^3 = 0.287$$

“a caso” = estrazioni **con** reimmissione

## Esercizio 7

Un assicuratore trova che tra i suoi 500 clienti, 170 hanno avuto almeno un incidente lo scorso anno.

c) Estratti a caso 3 **diversi** clienti, qual è la probabilità che nessuno di loro abbia fatto incidenti l'anno scorso.

“a caso” + diversi” → estrazioni SENZA reimmissione!

$$\frac{(500 - 170)}{500} \times \frac{(500 - 170 - 1)}{499} \times \frac{(500 - 170 - 2)}{488} =$$

$$= 0.66 \times 0.6593 \times 0.6586 = 0.286$$

# Esercizio 7

Un assicuratore trova che tra i suoi 500 clienti, 170 hanno avuto almeno un incidente lo scorso anno.

- d) Scelto un campione casuale di 15 clienti, qual è la probabilità che più di 12 abbiano fatto almeno un incidente l'anno scorso?

# Esercizio 7

Un assicuratore trova che tra i suoi 500 clienti, 170 hanno avuto almeno un incidente lo scorso anno.

d) Scelto un campione casuale di 15 clienti, qual è la probabilità che più di 12 abbiano fatto almeno un incidente l'anno scorso?

$X_1, \dots, X_{15}$  i.i.d,  $X_i \sim b(\mathbf{0.34})$  (risposta al quesito a) ).

$$Y = X_1 + \dots + X_{15} \sim Bin(15, 0.34)$$

$$\begin{aligned} P(Y > 12) &= P(Y = 13) + P(Y = 14) + P(Y = 15) = \\ &= \binom{15}{13} 0.34^{13} 0.66^2 + \binom{15}{14} 0.34^{14} 0.66^1 + \binom{15}{15} 0.34^{15} 0.66^0 = \end{aligned}$$

$$= \mathbf{0.00004}$$

# Esercizio 7

Un assicuratore trova che tra i suoi 500 clienti, 170 hanno avuto almeno un incidente lo scorso anno.

- e) Scelto un campione casuale di 150 clienti, qual è la probabilità che meno di 45 abbiano fatto almeno un incidente l'anno scorso?

# Esercizio 7

Un assicuratore trova che tra i suoi 500 clienti, 170 hanno avuto almeno un incidente lo scorso anno.

e) Scelto un campione casuale di 150 clienti, qual è la probabilità che meno di 45 abbiano fatto almeno un incidente l'anno scorso?

$X_1, \dots, X_{150}$  i.i.d,  $X_i \sim b(0.34)$  (risposta al quesito a) ).

$$Y = X_1 + \dots + X_{150} \sim \mathbf{Bin(150, 0.34)}$$

$$Y \approx N(150 \times 0.34, 150 \times 0.34 \times 0.66) = \mathbf{N(51, 33.66)}$$

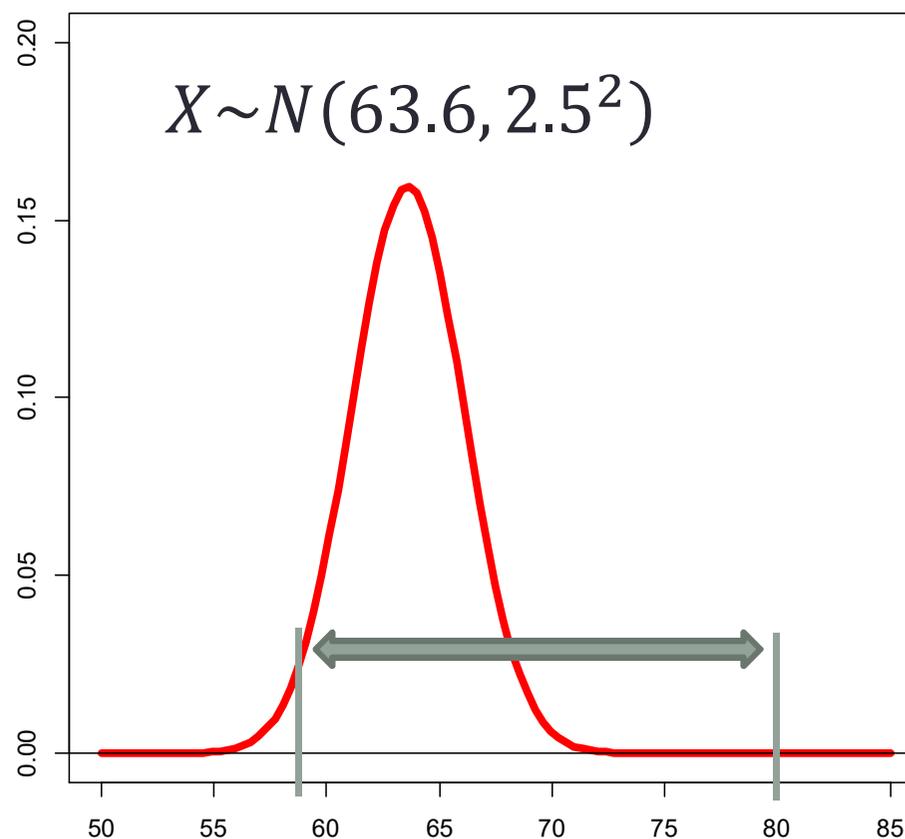
$$P(Y \leq 45) = P\left(\frac{Y - 51}{\sqrt{33.66}} \leq \frac{45 - 51}{\sqrt{33.66}}\right) \approx P(Z \leq -1.03) = 0.15150$$

## Esercizio (9 p. 163 Triola & Triola )

Altezza delle donne in USA (in pollici)  $X \sim N(63.6, 2.5^2)$ . L'esercito USA richiede donne tra i 58 e gli 80 pollici (cioè 147.3 – 203.2 cm). Determinare la % di donne nella popolazione con il requisito richiesto.

## Esercizio (9 p. 163 Triola & Triola )

Altezza delle donne in USA (in pollici)  $X \sim N(63.6, 2.5^2)$ . L'esercito USA richiede donne tra i 58 e gli 80 pollici (cioè 147.3 – 203.2 cm). Determinare la % di donne nella popolazione con il requisito richiesto.



## Esercizio (9 p. 163 Triola & Triola )

Altezza delle donne in USA (in pollici)  $X \sim N(63.6, 2.5^2)$ . L'esercito USA richiede donne tra i 58 e gli 80 pollici (cioè 147.3 – 203.2 cm). Determinare la % di donne nella popolazione con il requisito richiesto.

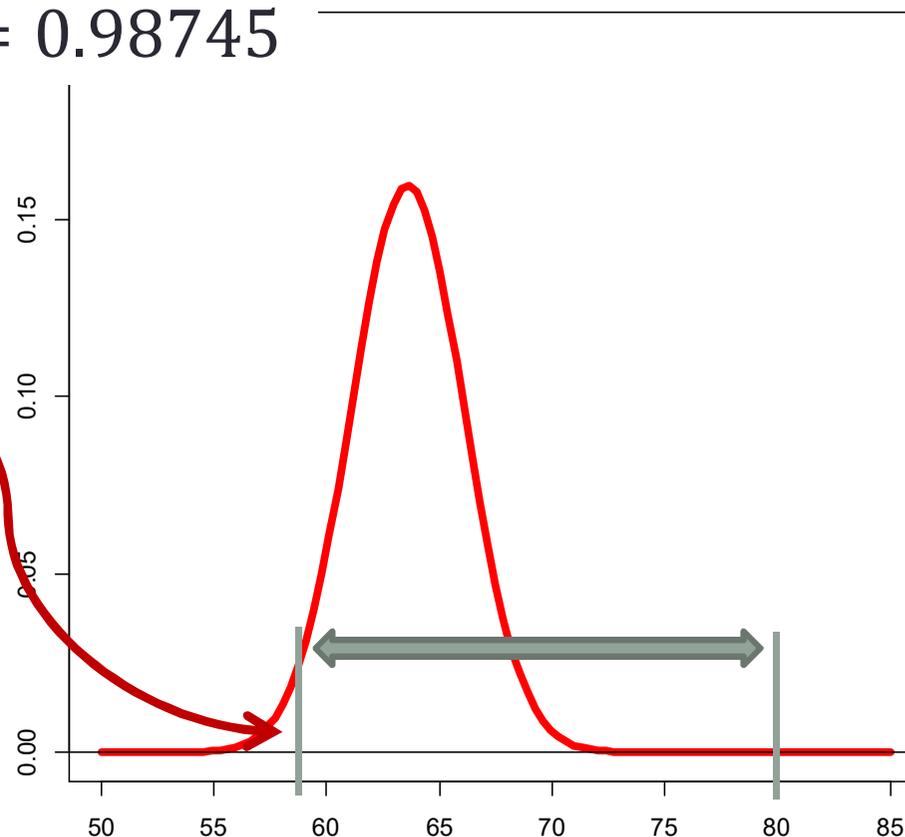
$$\begin{aligned} P(58 \leq X \leq 80) &= P\left(\frac{58 - 63.6}{2.5} \leq \frac{X - 63.6}{2.5} \leq \frac{80 - 63.6}{2.5}\right) = \\ &= P(-2.24 \leq Z \leq 6.56) = P(Z \leq 6.56) - P(Z \leq -2.24) = \\ &= \Phi(6.56) - \Phi(-2.24) = 1 - 0.01255 = 0.98745 \end{aligned}$$

## Esercizio (9 p. 163 Triola & Triola )

Altezza delle donne in USA (in pollici)  $X \sim N(63.6, 2.5^2)$ . L'esercito USA richiede donne tra i 58 e gli 80 pollici (cioè 147.3 – 203.2 cm). Determinare la % di donne nella popolazione con il requisito richiesto.

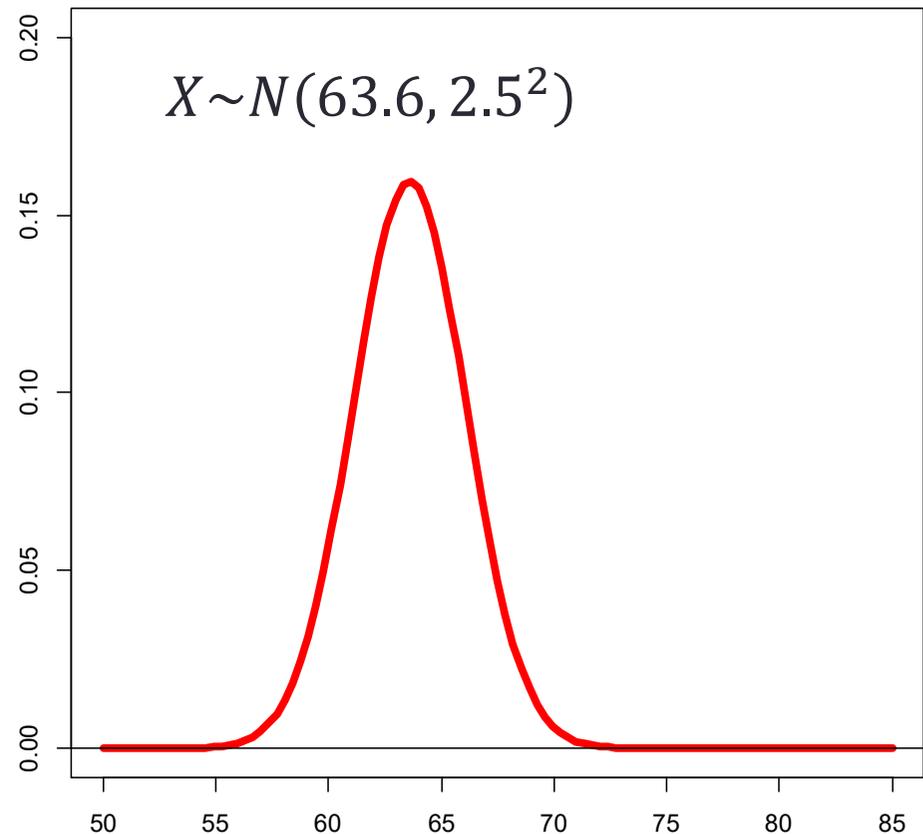
$$P(58 \leq X \leq 80) = 1 - 0.01255 = 0.98745$$

Viene negato l'accesso nell'esercito all'1.26% delle donne, quelle di altezza < 58 pollici



# Esercizio (9 p. 163 Triola & Triola ), aggiunta

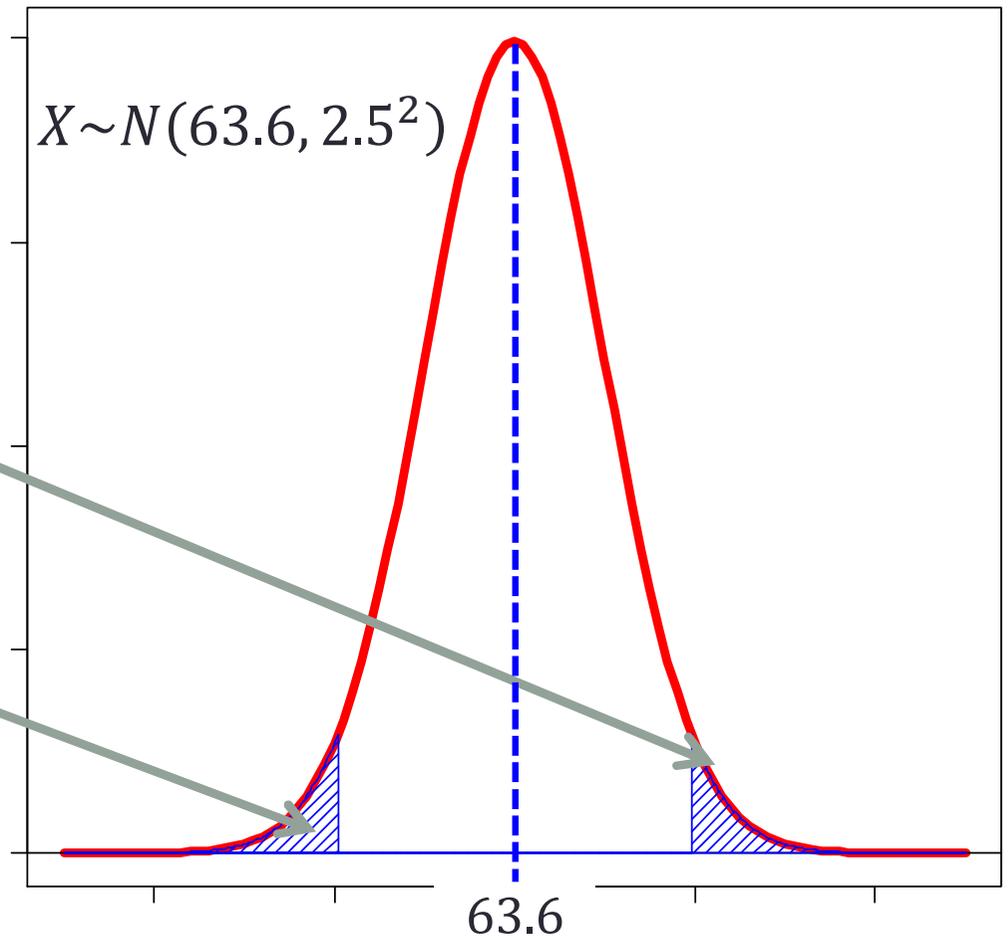
Quali soglie dovrebbe fissare di altezza l'esercito in modo da includere il 95% delle donne, scartando sia le più alte sia le più basse?



# Esercizio (9 p. 163 Triola & Triola ), aggiunta

Quali soglie dovrebbe fissare di altezza l'esercito in modo da includere il 95% delle donne, scartando sia le più alte sia le più basse?

Possiamo agire in modo **simmetrico**, scartando un ugual numero di alte e di basse



## Esercizio (9 p. 163 Triola & Triola ), aggiunta

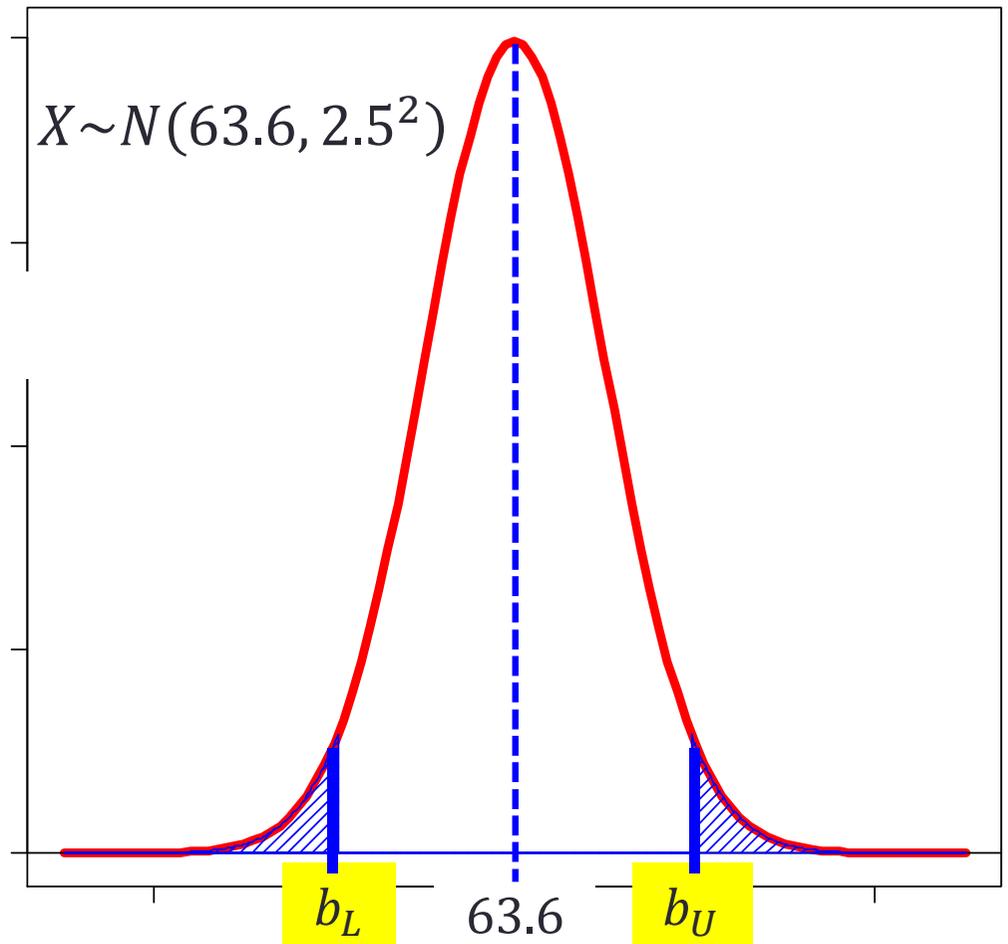
Quali soglie dovrebbe fissare di altezza l'esercito in modo da includere il 95% delle donne, scartando sia le più alte sia le più basse?

$$\frac{5\%}{2} = \frac{0.05}{2} = 0.025$$

$$0.025 = P(X < b_L) = P(X > b_U)$$

$$\frac{b_L - 63.6}{2.5} = -1.96,$$

$$\frac{b_U - 63.6}{2.5} = 1.96$$



## Esercizio (9 p. 163 Triola & Triola ), aggiunta

Quali soglie dovrebbe fissare di altezza l'esercito in modo da includere il 95% delle donne, scartando sia le più alte sia le più basse?

$$\frac{5\%}{2} = \frac{0.05}{2} = 0.025$$

$$0.025 = P(X < b_L) = P(X > b_U)$$

$$b_L = -1.96 \times 2.5 + 63.6 = 58.7$$

$$b_U = +1.96 \times 2.5 + 63.6 = 68.5$$

