

STATISTICA

Modelli probabilistici

Esempio

Venti studenti tentano l'esame di Statistica rispondendo a caso alle domande a risposta multipla. Quante risposte corrette pro-capite ci aspettiamo, con quale deviazione standard?

Esempio

Venti studenti tentano l'esame di Statistica rispondendo a caso alle domande a risposta multipla. Quante risposte corrette pro-capite ci aspettiamo, con quale deviazione standard?

X_1, \dots, X_{20} i.i.d. $X_i \sim \text{Bin}(8, 0.25)$

$X_1 + \dots + X_{20}$ numero totale di risposte corrette dai 20 studenti

$\frac{X_1 + \dots + X_{20}}{20}$ numero pro-capite di risposte corrette

$$E\left(\frac{X_1 + \dots + X_{20}}{20}\right) = E(X_1) = 8 \times 0.25 = 2$$

$$\text{Var}\left(\frac{X_1 + \dots + X_{20}}{20}\right) = \frac{\text{Var}(X_1)}{20} = \frac{8 \times 0.25 \times 0.75}{20} = 0.075 \dots$$

Esercizio 1, cont.

Una Onlus ogni anno fa una campagna di raccolta fondi tramite sms e telefonate da fisso. Con un sms si donano 2 euro, con una telefonata da fisso si possono donare 5, 10 o 50 euro. Dai dati delle campagne precedenti si sono calcolate le frequenze delle donazioni:

euro	2	5	10	50
%	65%	20%	12.5%	2.5%

Da un campione casuale di 150 donatori, quanto vi aspettate di raccogliere?

Esercizio 1, cont.

Una Onlus ogni anno fa una campagna di raccolta fondi tramite sms e telefonate da fisso. Con un sms si donano 2 euro, con una telefonata da fisso si possono donare 5, 10 o 50 euro. Dai dati delle campagne precedenti si sono calcolate le frequenze delle donazioni:

euro	2	5	10	50
%	65%	20%	12.5%	2.5%

Da un campione casuale di 150 donatori, quanto vi aspettate di raccogliere?

X_1, \dots, X_{150} i.i.d

$$E(X_i) = 4.80\text{€}, \sigma(X_i) = 7.72\text{€}$$

$$E(X_1 + \dots + X_{150}) = 150 \times 4.80 = 720\text{€}$$

$$\sigma(X_1 + \dots + X_{150}) = \sqrt{150 \times 7.72^2} = 94.55\text{€}$$

Esercizio 1, cont.

Una Onlus ogni anno fa una campagna di raccolta fondi tramite sms e telefonate da fisso. Con un sms si donano 2 euro, con una telefonata da fisso si possono donare 5, 10 o 50 euro. Dai dati delle campagne precedenti si sono calcolate le frequenze delle donazioni:

euro	2	5	10	50
%	65%	20%	12.5%	2.5%

Quant'è la donazione media pro-capite in un campione di 150 donatori scelti a caso? Con quale variabilità?

$$X_1, \dots, X_{150} \text{ i.i.d}$$

$$E(X_i) = 4.80\text{€}, \sigma(X_i) = 7.72\text{€}$$

$$E(\bar{X}_{150}) = E(X_i) = 4.80\text{€}$$

$$\sigma(\bar{X}_{150}) = 7.72/\sqrt{150} = 0.63\text{€}$$

Esercizio 3

La variabile discreta X ha la distribuzione di frequenza data nelle seguente tabella:

x	-20	-10	0	10	20
$P(X = x)$	0.15	0.18	0.25	0.10	0.32

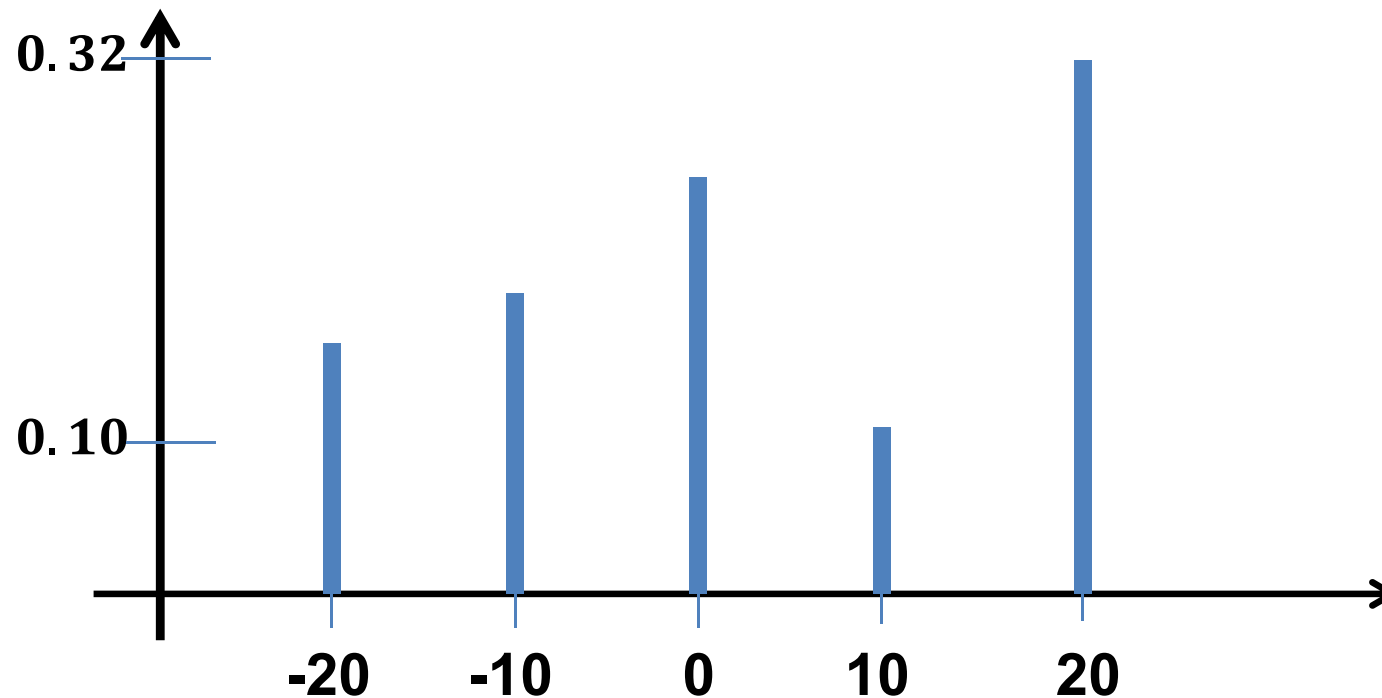
- Rappresentare la distribuzione con un opportuno grafico
- Calcolare $P(X > 0)$ e $P(X \neq 0)$
- Calcolare $E(X)$ e $Var(X)$
- Determinare il valore atteso e la varianza della media di un campione di 85 osservazioni «identiche» a X

Esercizio 3

La variabile discreta X ha la distribuzione di frequenza data nelle seguente tabella:

x	-20	-10	0	10	20
$P(X = x)$	0.15	0.18	0.25	0.10	0.32

a) Rappresentare la distribuzione con un opportuno grafico



Esercizio 3

La variabile discreta X ha la distribuzione di frequenza data nelle seguente tabella:

x	-20	-10	0	10	20
$P(X = x)$	0.15	0.18	0.25	0.10	0.32

b) Calcolare $P(X > 0)$ e $P(X \neq 0)$

Esercizio 3

La variabile discreta X ha la distribuzione di frequenza data nelle seguente tabella:

x	-20	-10	0	10	20
$P(X = x)$	0.15	0.18	0.25	0.10	0.32

b) Calcolare $P(X > 0)$ e $P(X \neq 0)$

$$P(X > 0) = P(X = 10) + P(X = 20) = 0.10 + 0.32 = 0.42$$

Esercizio 3

La variabile discreta X ha la distribuzione di frequenza data nelle seguente tabella:

x	-20	-10	0	10	20
$P(X = x)$	0.15	0.18	0.25	0.10	0.32

b) Calcolare $P(X > 0)$ e $P(X \neq 0)$

$$P(X > 0) = P(X = 10) + P(X = 20) = 0.10 + 0.32 = 0.42$$

$$P(X \neq 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0.25 = 0.75$$

Esercizio 3

La variabile discreta X ha la distribuzione di frequenza data nelle seguente tabella:

x	-20	-10	0	10	20
$P(X = x)$	0.15	0.18	0.25	0.10	0.32

c) Calcolare $E(X)$ e $Var(X)$

$$E(X) = (-20) \times 0.15 + (-10) \times 0.18 + 0 \times 0.25 + 10 \times 0.10 + 20 \times 0.32 = 2.6$$

Esercizio 3

La variabile discreta X ha la distribuzione di frequenza data nelle seguente tabella:

x	-20	-10	0	10	20
$P(X = x)$	0.15	0.18	0.25	0.10	0.32

c) Calcolare $E(X)$ e $Var(X)$

$$E(X) = (-20) \times 0.15 + (-10) \times 0.18 + 0 \times 0.25 + 10 \times 0.10 + 20 \times 0.32 = 2.6$$

$$Var(X) = 0.15(-20 - 2.6)^2 + 0.18(-10 - 2.6)^2 + 0.25(-2.6)^2 + 0.10(10 - 2.6)^2 + 0.32(20 - 2.6)^2 = 209.26$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{209.26} = 14.466$$

Esercizio 3

La variabile discreta X ha la distribuzione di frequenza data nelle seguente tabella:

x	-20	-10	0	10	20
$P(X = x)$	0.15	0.18	0.25	0.10	0.32

d) Determinare il valore atteso e la varianza della media di un campione di 85 osservazioni «identiche» a X

Esercizio 3

La variabile discreta X ha la distribuzione di frequenza data nelle seguente tabella:

x	-20	-10	0	10	20
$P(X = x)$	0.15	0.18	0.25	0.10	0.32

d) Determinare il valore atteso e la varianza della media di un campione di 85 osservazioni «identiche» a X

$$E(\bar{X}_{85}) = E(X) = 2.6$$

$$Var(\bar{X}_{85}) = \frac{Var(X)}{85} = \frac{209.26}{85} = 2.46$$