

PROBABILITA'

La definizione

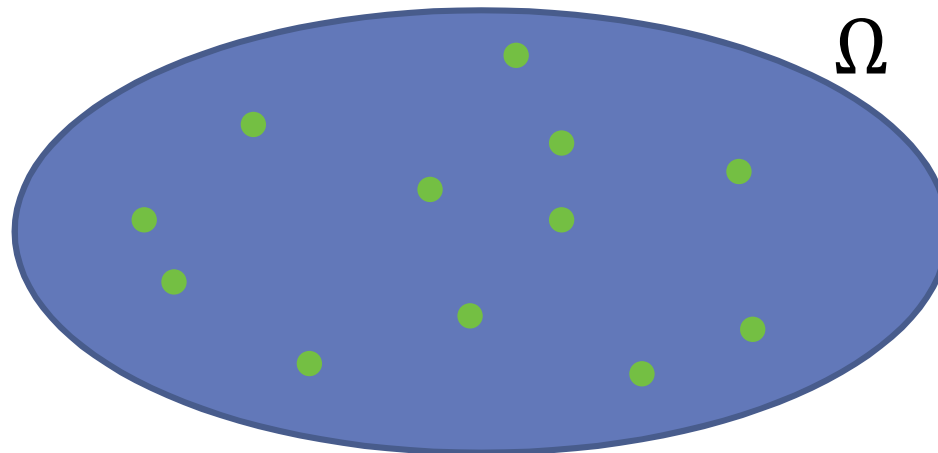
Esempio 1

In un certo ospedale il 63% del personale è femmina, il 22.4% è chirurgo, il 7% è un chirurgo femmina.

Esempio 1

In un certo ospedale il 63% del personale è femmina, il 22.4% è chirurgo, il 7% è un chirurgo femmina.

Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale.

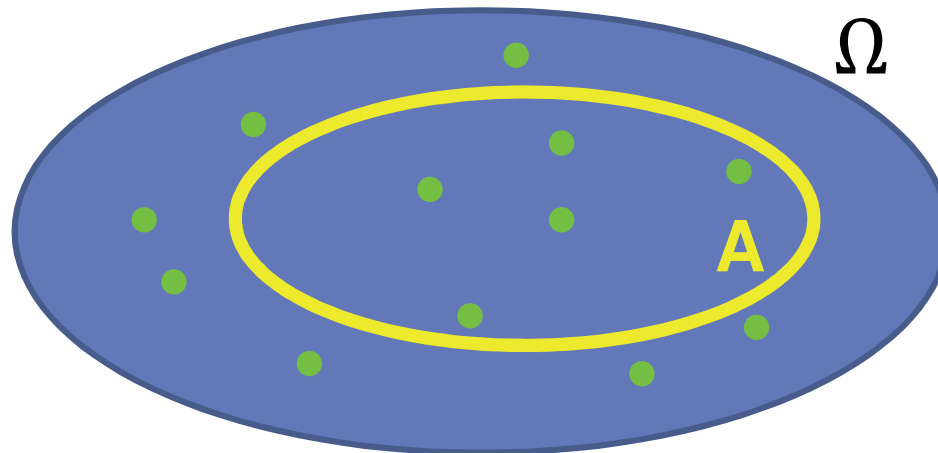


Esempio 1

In un certo ospedale il 63% del personale è femmina, il 22.4% è chirurgo, il 7% è un chirurgo femmina.

Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale

A = dipendente femmina



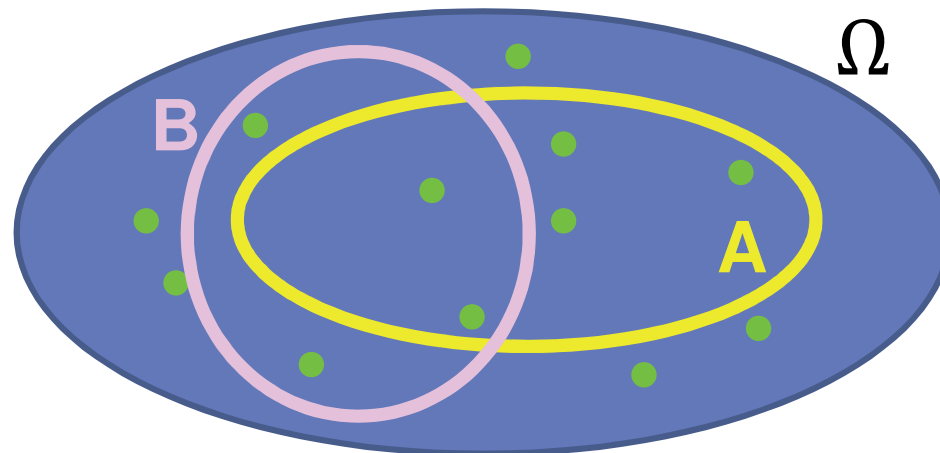
Esempio 1

In un certo ospedale il 63% del personale è femmina, il 22.4% è chirurgo, il 7% è un chirurgo femmina.

Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale

A = dipendente femmina

B = il dipendente è un chirurgo



Esempio 1

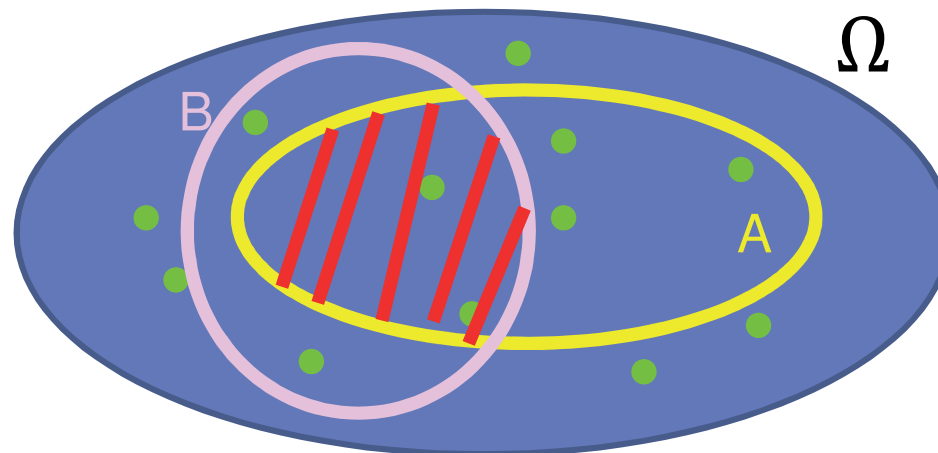
In un certo ospedale il 63% del personale è femmina, il 22.4% è chirurgo, il 7% è un chirurgo femmina.

Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale

A = dipendente femmina

B = il dipendente è un chirurgo

$A \cap B$ = il dipendente è femmina **E** fa il chirurgo



Esempio 1

In un certo ospedale il 63% del personale è femmina, il 22.4% è chirurgo, il 7% è un chirurgo femmina.

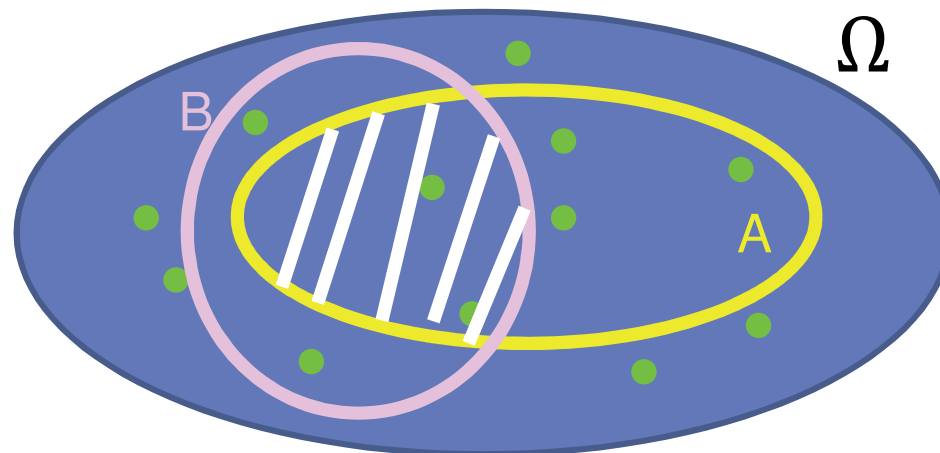
Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale

A = dipendente femmina

B = il dipendente è un chirurgo

$A \cap B$ = il dipendente è femmina **E** fa il chirurgo

pescando
a caso
in Ω



$$P(A) = 0.63$$
$$P(B) = 0.224$$
$$P(A \cap B) = 0.07$$

Esempio 1

In un certo ospedale il 63% del personale è femmina, il 22.4% è chirurgo, il 7% è un chirurgo femmina.

Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale

A = dipendente femmina $\Rightarrow A^c$ = **dip. maschio**

B = il dipendente è un chirurgo

$A \cap B$ = il dipendente è femmina **E** fa il chirurgo

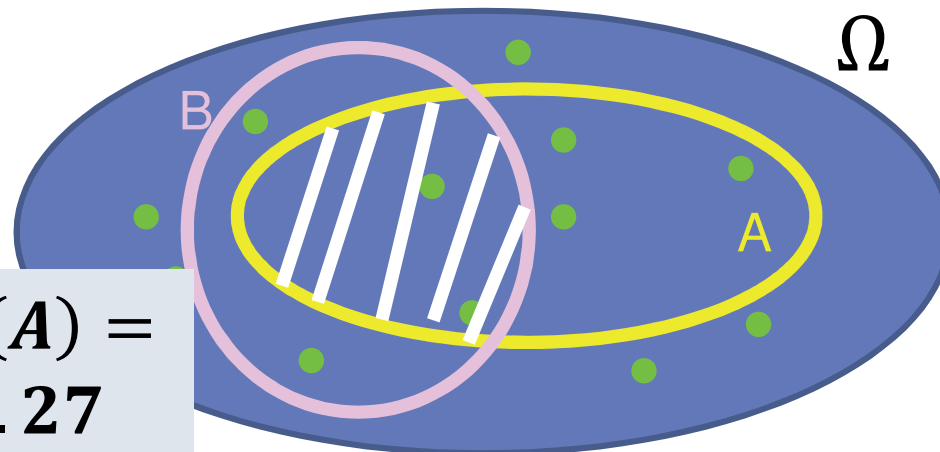
pescando
a caso
in Ω



$$P(A) = 0.63$$

$$P(B) = 0.224$$

$$P(A \cap B) = 0.07$$



$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - 0.63 = 0.27$$

Esempio 1

In un certo ospedale il 63% del personale è femmina, il 22.4% è chirurgo, il 7% è un chirurgo femmina.

Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale

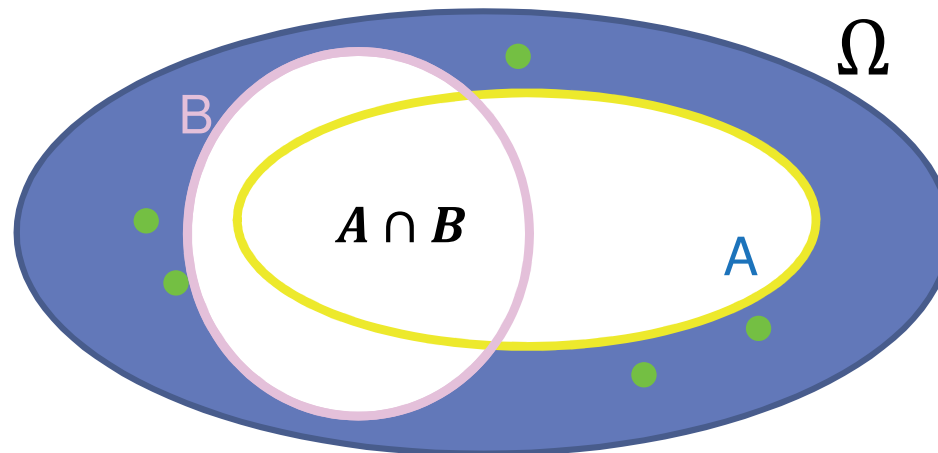
A = dipendente femmina

B = il dipendente è un chirurgo

$A \cup B$ = il dipendente è femmina o fa il chirurgo

pescando
a caso
in Ω

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



$$P(A) = 0.63$$
$$P(B) = 0.224$$
$$P(A \cap B) = 0.07$$

Esempio 1

In un certo ospedale il 63% del personale è femmina, il 22.4% è chirurgo, il 7% è un chirurgo femmina.

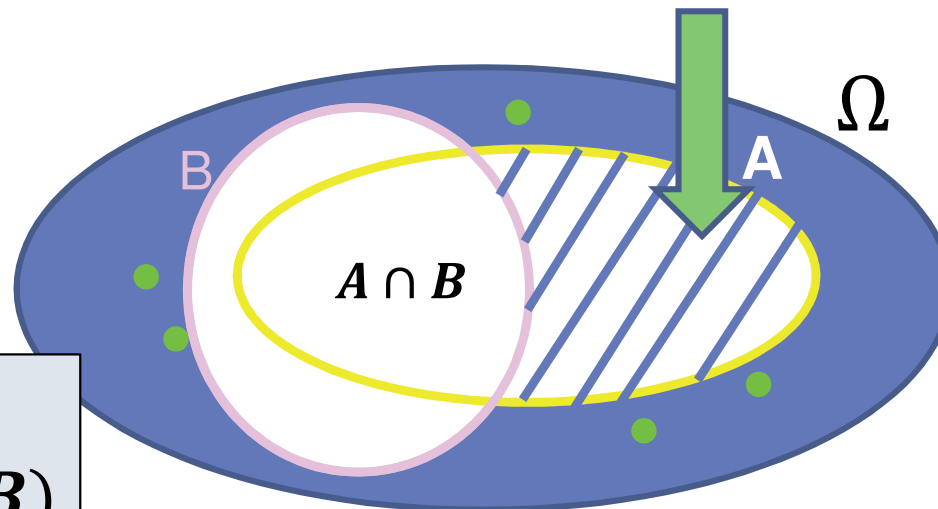
Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale

A = dipendente femmina

B = il dipendente è un chirurgo

A - B = il dipendente è femmina MA NON fa il chirurgo

pescando
a caso
in Ω



$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A) = 0.63$$
$$P(B) = 0.224$$
$$P(A \cap B) = 0.07$$

Esempio 2

Tra gli elettori di una città, il 54% è donna. Alle ultime elezioni ha votato il 68% delle donne ed il 62% degli uomini. Scegliendo a caso un elettore in quella città, qual è la probabilità che:

- a) sia una donna che ha votato?
- b) sia un uomo che non ha votato?
- c) abbia votato?

Esempio 2

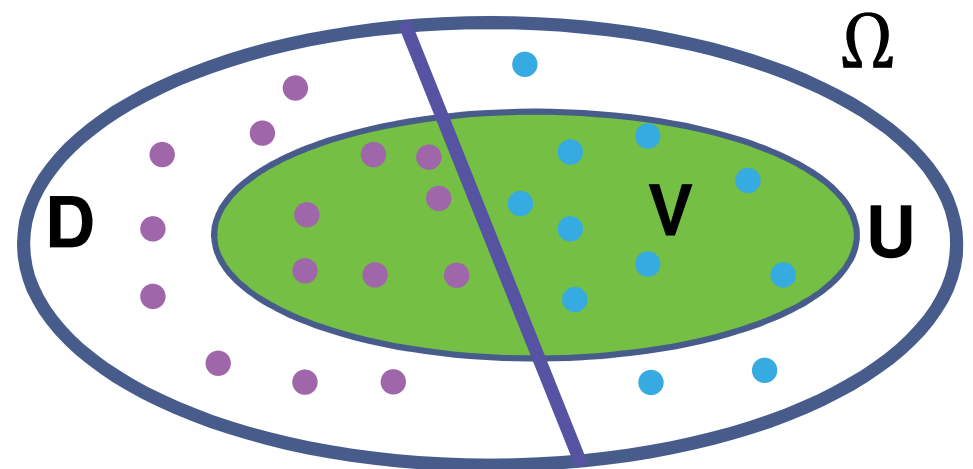
Tra gli elettori di una città, il 54% è donna. Alle ultime elezioni ha votato il 68% delle donne ed il 62% degli uomini. Scegliendo a caso un elettore in quella città, qual è la probabilità che:

- sia una donna che ha votato?
- sia un uomo che non ha votato?
- abbia votato?

D = l'elettore è donna

U = l'elettore è uomo

V = l'elettore ha votato



Esempio 2

Tra gli elettori di una città, il 54% è donna. Alle ultime elezioni ha votato il 68% delle donne ed il 62% degli uomini. Scegliendo a caso un elettore in quella città, qual è la probabilità che:

- a) sia una donna che ha votato?
- b) sia un uomo che non ha votato?
- c) abbia votato?

D = l'elettore è donna

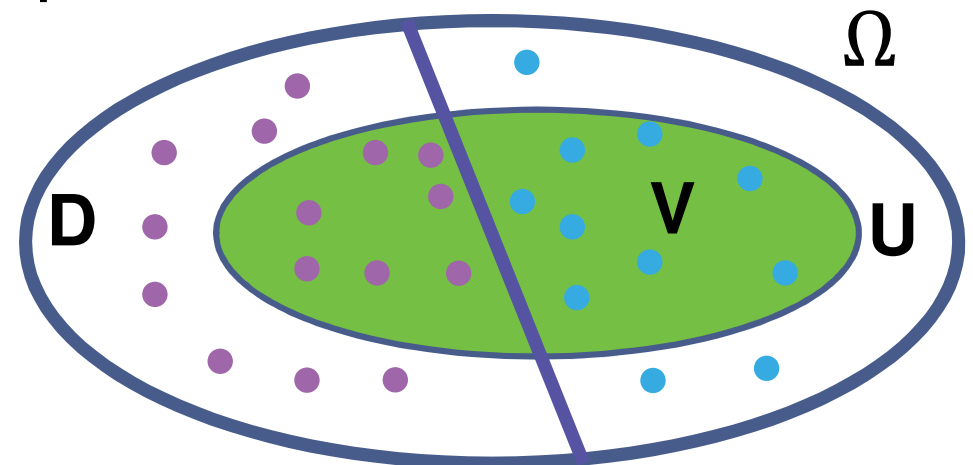
$$P(D) = 0.54$$

U = l'elettore è uomo

$$P(U) = 1 - 0.54 = 0.46$$

V = l'elettore ha votato

$$P(V) = ?$$



Esempio 2

Tra gli elettori di una città, il 54% è donna. Alle ultime elezioni ha votato il 68% delle donne ed il 62% degli uomini. Scegliendo a caso un elettore in quella città, qual è la probabilità che:

- sia una donna che ha votato?**
- sia un uomo che non ha votato?
- abbia votato?

D = l'elettore è donna

$$P(D) = 0.54$$

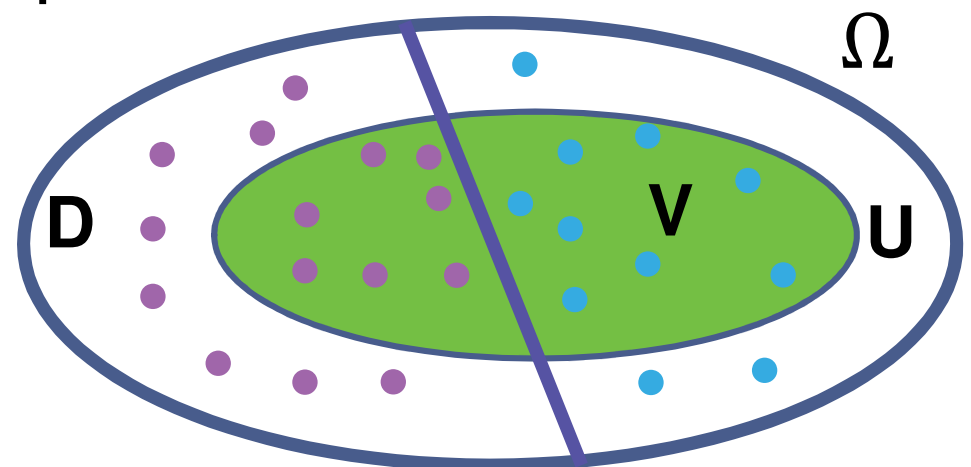
U = l'elettore è uomo

$$P(U) = 1 - 0.54 = 0.46$$

V = l'elettore ha votato

$$P(V) = ?$$

$$P(D \cap V) = 0.68 \times 0.54 = 0.3672$$



Esempio 2

Tra gli elettori di una città, il 54% è donna. Alle ultime elezioni ha votato il 68% delle donne ed il 62% degli uomini. Scegliendo a caso un elettore in quella città, qual è la probabilità che:

- a) sia una donna che ha votato?
- b) sia un uomo che non ha votato?**
- c) abbia votato?

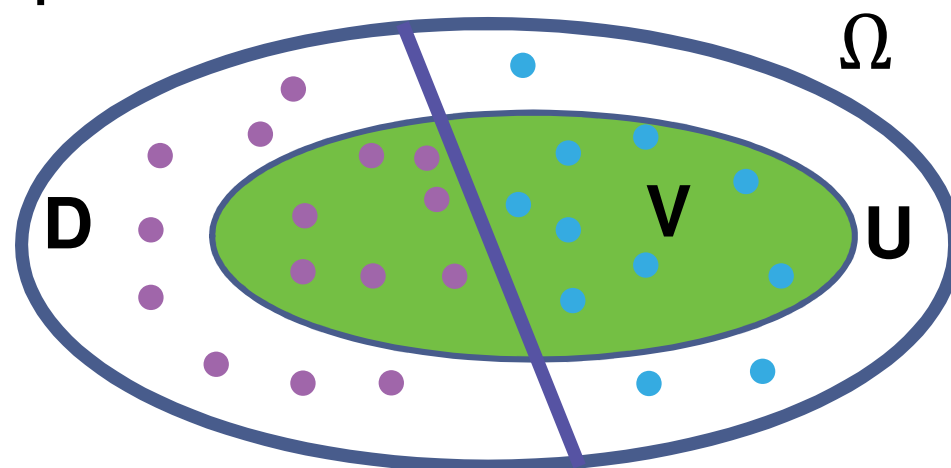
D = l'elettore è donna $P(D) = 0.54$

U = l'elettore è uomo $P(U) = 1 - 0.54 = 0.46$

V = l'elettore ha votato $P(V) = ?$

$$P(D \cap V) = 0.68 \times 0.54 = 0.3672$$

$$P(U \cap V^c) = (1 - 0.62) \times 0.46 = 0.1748$$



Esempio 2

Tra gli elettori di una città, il 54% è donna. Alle ultime elezioni ha votato il 68% delle donne ed il 62% degli uomini. Scegliendo a caso un elettore in quella città, qual è la probabilità che:

- sia una donna che ha votato?
- sia un uomo che non ha votato?
- abbia votato?**

D = l'elettore è donna

$$P(D) = 0.54$$

U = l'elettore è uomo

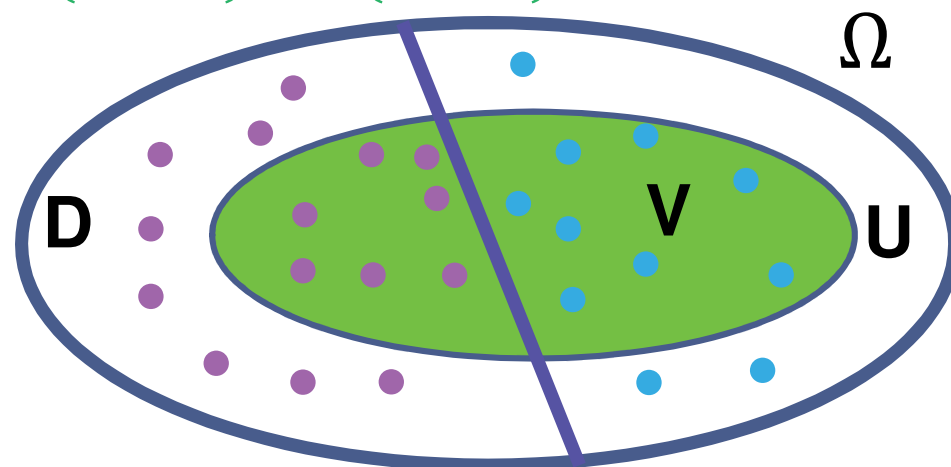
$$P(U) = 1 - 0.54 = 0.46$$

V = l'elettore ha votato

$$P(V) = P(D \cap V) + P(U \cap V) = 0.6524$$

$$P(D \cap V) = 0.68 \times 0.54 = 0.3672$$

$$\begin{aligned} P(U \cap V^c) &= (1 - 0.62) \times 0.46 = \\ &= 0.1748 \end{aligned}$$



Esempio 3

Si lanciano due dadi equilibrati:

- a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;
- b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$
- c) Sia B l'evento "la somma dei punteggi è 4":

$$P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$$

Esempio 3

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

| Ω | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | (1,1) | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (1,6) |
| 2 | (2,1) | (2,2) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (2,6) |
| 3 | (3,1) | (3,2) | (3,3) | (3,4) | (1,5) | (3,6) |
| 4 | (4,1) | (4,2) | (4,3) | (4,4) | (4,5) | (4,6) |
| 5 | (5,1) | (5,2) | (5,3) | (5,4) | (5,5) | (5,6) |
| 6 | (6,1) | (6,2) | (6,3) | (6,4) | (6,5) | (6,6) |

Esempio 3

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

| Ω | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | (1,1) | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (1,6) |
| 2 | (2,1) | (2,2) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (2,6) |
| 3 | (3,1) | (3,2) | (3,3) | (3,4) | (1,5) | (3,6) |
| 4 | (4,1) | (4,2) | (4,3) | (4,4) | (4,5) | (4,6) |
| 5 | (5,1) | (5,2) | (5,3) | (5,4) | (5,5) | (5,6) |
| 6 | (6,1) | (6,2) | (6,3) | (6,4) | (6,5) | (6,6) |

Esempio 3

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

| A | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | (1,1) | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (1,6) |
| 2 | (2,1) | (2,2) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (2,6) |
| 3 | (3,1) | (3,2) | (3,3) | (3,4) | (1,5) | (3,6) |
| 4 | (4,1) | (4,2) | (4,3) | (4,4) | (4,5) | (4,6) |
| 5 | (5,1) | (5,2) | (5,3) | (5,4) | (5,5) | (5,6) |
| 6 | (6,1) | (6,2) | (6,3) | (6,4) | (6,5) | (6,6) |

Esempio 3

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

$$P((i, j)) = \frac{1}{36} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$

| A | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | (1,1) | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (1,6) |
| 2 | (2,1) | (2,2) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (2,6) |
| 3 | (3,1) | (3,2) | (3,3) | (3,4) | (1,5) | (3,6) |
| 4 | (4,1) | (4,2) | (4,3) | (4,4) | (4,5) | (4,6) |
| 5 | (5,1) | (5,2) | (5,3) | (5,4) | (5,5) | (5,6) |
| 6 | (6,1) | (6,2) | (6,3) | (6,4) | (6,5) | (6,6) |

Esempio 3

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

$$P((i, j)) = \frac{1}{36}$$

$$P(A) = 6 \times \frac{1}{36} = \frac{1}{6}$$

| A | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | (1,1) | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (1,6) |
| 2 | (2,1) | (2,2) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (2,6) |
| 3 | (3,1) | (3,2) | (3,3) | (3,4) | (1,5) | (3,6) |
| 4 | (4,1) | (4,2) | (4,3) | (4,4) | (4,5) | (4,6) |
| 5 | (5,1) | (5,2) | (5,3) | (5,4) | (5,5) | (5,6) |
| 6 | (6,1) | (6,2) | (6,3) | (6,4) | (6,5) | (6,6) |

Esempio 3

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

c) Sia B l'evento "la somma dei punteggi è 4":

$P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$

$$P((i, j)) = \frac{1}{36}$$

$$P(B) = \frac{3}{36}$$

| B | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | (1,1) | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (1,6) |
| 2 | (2,1) | (2,2) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (2,6) |
| 3 | (3,1) | (3,2) | (3,3) | (3,4) | (1,5) | (3,6) |
| 4 | (4,1) | (4,2) | (4,3) | (4,4) | (4,5) | (4,6) |
| 5 | (5,1) | (5,2) | (5,3) | (5,4) | (5,5) | (5,6) |
| 6 | (6,1) | (6,2) | (6,3) | (6,4) | (6,5) | (6,6) |

Esempio 3

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

c) Sia B l'evento "la somma dei punteggi è 4":

$P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$

$$P((i, j)) = \frac{1}{36}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

| $A \cap B$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | (1,1) | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (1,6) |
| 2 | (2,1) | (2,2) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (2,6) |
| 3 | (3,1) | (3,2) | (3,3) | (3,4) | (1,5) | (3,6) |
| 4 | (4,1) | (4,2) | (4,3) | (4,4) | (4,5) | (4,6) |
| 5 | (5,1) | (5,2) | (5,3) | (5,4) | (5,5) | (5,6) |
| 6 | (6,1) | (6,2) | (6,3) | (6,4) | (6,5) | (6,6) |

Esempio 3

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali" • $P(A)$

c) Sia B l'evento "la somma de

$P(B), P(A \cap B)$

$$P((i, j)) = \frac{1}{36}$$

$$P(A \cup B) = \frac{8}{36} = \frac{6}{36} + \frac{3}{36} - \frac{1}{36}$$

| A ∪ B | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | (1,1) | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (1,6) |
| 2 | (2,1) | (2,2) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (2,6) |
| 3 | (3,1) | (3,2) | (3,3) | (3,4) | (1,5) | (3,6) |
| 4 | (4,1) | (4,2) | (4,3) | (4,4) | (4,5) | (4,6) |
| 5 | (5,1) | (5,2) | (5,3) | (5,4) | (5,5) | (5,6) |
| 6 | (6,1) | (6,2) | (6,3) | (6,4) | (6,5) | (6,6) |

Esercizio 1

Due eventi A e B nello spazio degli eventi Ω hanno, rispettivamente, probabilità di verificarsi: $P(A) = 0.7$ e $P(B) = 0.42$.

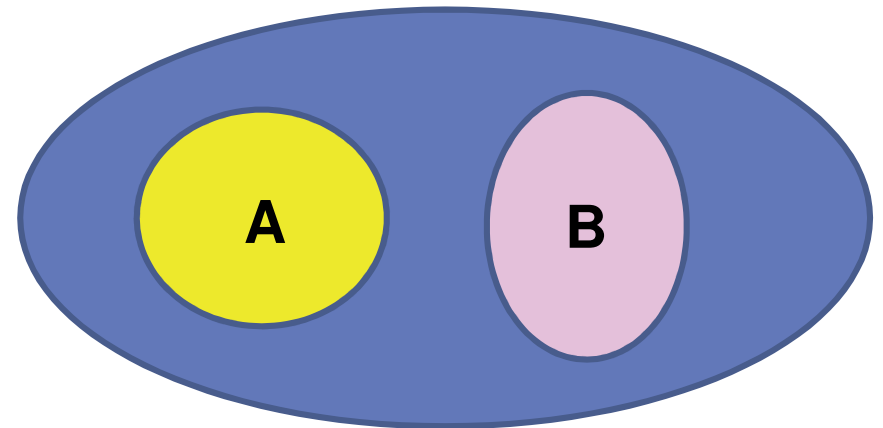
1. I due eventi sono **incompatibili**?

Esercizio 1

Due eventi A e B nello spazio degli eventi Ω hanno, rispettivamente, probabilità di verificarsi: $P(A) = 0.7$ e $P(B) = 0.42$.

1. I due eventi sono **incompatibili**?

NO! altrimenti $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1.12 > 1!!!!$



Esercizio 1

Due eventi A e B nello spazio degli eventi Ω hanno, rispettivamente, probabilità di verificarsi: $P(A) = 0.7$ e $P(B) = 0.42$.

1. I due eventi sono **incompatibili**?

NO! altrimenti $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1.12 > 1!!!!$

2. Quale dei seguenti valori è accettabile per $P(A \cap B)$?

0.20

0.50

0.70

Esercizio 1

Due eventi A e B nello spazio degli eventi Ω hanno, rispettivamente, probabilità di verificarsi: $P(A) = 0.7$ e $P(B) = 0.42$.

1. I due eventi sono **incompatibili**?

NO! altrimenti $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1.12 > 1!!!!$

2. Quale dei seguenti valori è accettabile per $P(A \cap B)$?

0.20

0.50

0.70

$A \cap B \subseteq A \Rightarrow P(A \cap B) \leq P(A) \Rightarrow$ tutti potrebbero andar bene

MA $A \cap B \subseteq B \Rightarrow P(A \cap B) \leq P(B) \Rightarrow$ solo un valore ≤ 0.42
può essere accettabile.

Esercizio 1

Due eventi A e B nello spazio degli eventi Ω hanno, rispettivamente, probabilità di verificarsi: $P(A) = 0.7$ e $P(B) = 0.42$.

1. I due eventi sono **incompatibili**?

NO! altrimenti $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1.12 > 1!!!!$

2. Quale dei seguenti valori è accettabile per $P(A \cap B)$?

0.20 0.50 0.70

3. Quale dei seguenti valori ($\leq P(B)$) **non** è accettabile per $P(A \cap B)$?

0.20 0.10 0.30

Esercizio 1

Due eventi A e B nello spazio degli eventi Ω hanno, rispettivamente, probabilità di verificarsi: $P(A) = 0.7$ e $P(B) = 0.42$.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ perché gli eventi **non** sono incompatibili

$P(A \cup B) = 1.12 - P(A \cap B)$ **deve essere ≤ 1 !**
 $\Rightarrow P(A \cap B) \geq 0.12$)

3. Quale dei seguenti valori ($\leq P(B)$) **non** è accettabile per $P(A \cap B)$?

0.20

0.10

0.30

Esercizio 1

Due eventi A e B nello spazio degli eventi Ω hanno, rispettivamente, probabilità di verificarsi: $P(A) = 0.7$ e $P(B) = 0.42$.

1. I due eventi sono **incompatibili**?

NO! altrimenti $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1.12 > 1!!!!$

2. Quale dei seguenti valori è accettabile per $P(A \cap B)$?

0.10 0.50 0.70

3. Quale dei seguenti valori ($\leq P(B)$) **non** è accettabile per $P(A \cap B)$?

0.20 0.10 0.30