STATISTICA

VERIFICA D'IPOTESI - 2

Quale H_0?

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. L'associazione dei consumatori ha dei dubbi su tale asserzione:

CHE TEST FARE?

Quale H_0?

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Una durata inferiore impedirebbe la normale circolazione dalle vie laterali, innescando comportamenti pericolosi degli automobilisti (pur di passare!); una durata superiore renderebbe la circolazione principale rallentata, con lunghe code e l'accumulo di smog.

Quale H_0?

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Una durata inferiore impedirebbe la normale circolazione dalle vie laterali, innescando comportamenti pericolosi degli automobilisti (pur di passare!); una durata superiore renderebbe la circolazione principale rallentata, con lunghe code e l'accumulo di smog. Siccome entrambe queste situazioni sono inaccettabili, il test può solo essere

$$H_0 : \mu = 30 \text{ vs } H_1 : \mu \neq 30$$

cioè si da fiducia all'autorità, e l'onere della prova che $\mu \neq 30$ resta a nostro carico.

Quale H_0?

Sia λ il numero medio di accessi giornalieri ad un pronto soccorso. Supponiamo che tale numero medio non dipenda dal giorno della settimana, e che gli accessi siano indipendenti gli uni dagli altri. Il CdA dell'ospedale è interessato a stimare λ: se $\lambda > 125$ allora verranno investiti 10 milioni di € per il rinnovo del pronto soccorso, altrimenti non verranno fatti investimenti.

Cohen & Cohen, pg. 314

Quale H_0?

Sia λ il numero medio di accessi giornalieri ad un pronto soccorso. Supponiamo che tale numero medio non dipenda dal giorno della settimana, e che gli accessi siano indipendenti gli uni dagli altri. Il CdA dell'ospedale è interessato a stimare λ: se $\lambda > 125$ allora verranno investiti 10 milioni di € per il rinnovo del pronto soccorso, altrimenti non verranno fatti investimenti.

Due sono i casi:

$$H_0 : \lambda \leq 125 \text{ vs } H_1 : \lambda > 125$$
$$H_0 : \lambda \geq 125 \text{ vs } H_1 : \lambda < 125$$

(test a una coda, o unilatero)

Cohen & Cohen, pg. 314

Quale H_0?

Sia λ il numero medio di accessi giornalieri ad un pronto soccorso. Supponiamo che tale numero medio non dipenda dal giorno della settimana, e che gli accessi siano indipendenti gli uni dagli altri. Il CdA dell'ospedale è interessato a stimare λ: se $\lambda > 125$ allora verranno investiti 10 milioni di € per il rinnovo del pronto soccorso, altrimenti non verranno fatti investimenti.

Due sono i casi:

$$H_0 : \lambda \leq 125 \text{ vs } H_1 : \lambda > 125$$
$$H_0 : \lambda \geq 125 \text{ vs } H_1 : \lambda < 125$$

Nel primo caso, il CdA non è intenzionato a fare l'investimento, a meno che non ci sia una forte evidenza contraria ($\lambda > 125$).

Cohen & Cohen, pg. 314

Quale H_0?

Sia λ il numero medio di accessi giornalieri ad un pronto soccorso. Supponiamo che tale numero medio non dipenda dal giorno della settimana, e che gli accessi siano indipendenti gli uni dagli altri. Il CdA dell'ospedale è interessato a stimare λ: se $\lambda > 125$ allora verranno investiti 10 milioni di € per il rinnovo del pronto soccorso, altrimenti non verranno fatti investimenti.

Due sono i casi:

$$H_0 : \lambda \leq 125 \text{ vs } H_1 : \lambda > 125$$
$$H_0 : \lambda \geq 125 \text{ vs } H_1 : \lambda < 125$$

Nel primo caso, il CdA non è intenzionato a fare l'investimento, a meno che non ci sia una forte evidenza contraria ($\lambda > 125$). Nel secondo caso, il CdA farà l'investimento a meno che non ci sia una forte evidenza contraria ($\lambda < 125$).

Cohen & Cohen, pg. 314

Quale H_0?

Sia λ il numero medio di accessi giornalieri ad un pronto soccorso. Supponiamo che tale numero medio non dipenda dal giorno della settimana, e che gli accessi siano indipendenti gli uni dagli altri. Il CdA dell'ospedale è interessato a stimare λ: se $\lambda > 125$ allora verranno investiti 10 milioni di € per il rinnovo del pronto soccorso, altrimenti non verranno fatti investimenti.

Due sono i casi:

$$H_0 : \lambda \leq 125 \text{ vs } H_1 : \lambda > 125$$
$$H_0 : \lambda \geq 125 \text{ vs } H_1 : \lambda < 125$$

Nel primo caso, il CdA non è intenzionato a fare l'investimento, a meno che non ci sia una forte evidenza contraria ($\lambda > 125$). Nel secondo caso, il CdA farà l'investimento a meno che non ci sia una forte evidenza contraria ($\lambda < 125$). La seconda è la scelta preferita se l'obiettivo primario è il benessere dei pazienti, mentre la prima è la scelta preferita se l'obiettivo primario è il profitto.

Cohen & Cohen, pg. 314

Quale H_0?

Sia λ il numero ... orso.
Sup ... giorno della
settiman ... dagli altri. Il
CdA ... $\lambda > 125$ allora
ver ... del pronto
soccors ... menti.

LA SCELTA SU QUALE TEST VA FATTA INIZIALMENTE!

Due sono i ca

$$H_0 : \lambda \leq 125 \text{ vs } H_1 : \lambda > 125$$
$$H_0 : \lambda \geq 125 \text{ vs } H_1 : \lambda < 125$$

Nel primo caso, il CdA non è intenzionato a fare l'investimento, a meno che non ci sia una forte evidenza contraria ($\lambda > 125$). Nel secondo caso, il CdA farà l'investimento a meno che non ci sia una forte evidenza contraria ($\lambda < 125$). La seconda è la scelta preferita se l'obiettivo primario è il benessere dei pazienti, mentre la prima è la scelta preferita se l'obiettivo primario è il profitto.

Cohen & Cohen, pg. 314

Esercizio 1

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\overline{x} = 32.2$ sec.. C'è abbastanza evidenza per dire che l'affermazione dell'autorità non è esatta?

$(X_1, \dots, X_{40})$, i.i.d: $X_i \sim N(\mu, 1.4^2)$

$(x_1, \dots, x_{40})$ con $\bar{x}_{40} = 32.2\, sec$

Esercizio 1

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\overline{x} = 32.2$ sec.. C'è abbastanza evidenza per dire che l'affermazione dell'autorità non è esatta?

$(X_1, \dots, X_{40})$, i.i.d: $X_i \sim N(\mu, 1.4^2)$

$H_0: \mu = 30\ sec \quad H_1: \mu \neq 30\ sec$

$(x_1, \dots, x_{40})$ con $\bar{x}_{40} = 32.2\ sec$

$$\frac{|\bar{x}_{40} - 30|}{1.4/\sqrt{40}} = \frac{|32.2 - 30|}{0.2213594} = \frac{2.2}{0.2213594} = 9.94$$

Esercizio 1

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\bar{x} = 32.2$ sec.. C'è abbastanza evidenza per dire che l'affermazione dell'autorità non è esatta?

$(X_1, \dots, X_{40})$, i.i.d: $X_i \sim N(\mu, 1.4^2)$

$H_0: \mu = 30\ sec \quad H_1: \mu \neq 30\ sec$

$(x_1, \dots, x_{40})$ con $\bar{x}_{40} = 32.2\ sec$

$$\frac{|\bar{x}_{40} - 30|}{1.4/\sqrt{40}} = \frac{|32.2 - 30|}{0.2213594} = \frac{2.2}{0.2213594} = 9.94$$

$z_{0.975} = 1.9600$

$z_{0.995} = 2.5758$

Esercizio 1

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\overline{x} = 32.2$ sec.. C'è abbastanza evidenza per dire che l'affermazione dell'autorità non è esatta?

$(X_1, \dots, X_{40})$, i.i.d: $X_i \sim N(\mu, 1.4^2)$

H_0: $\mu = 30\ sec$ $\quad H_1$: $\mu \neq 30\ sec$

$(x_1, \dots, x_{40})$ con $\bar{x}_{40} = 32.2\ sec$

$$\frac{|\bar{x}_{40} - 30|}{1.4/\sqrt{40}} = \frac{|32.2 - 30|}{0.2213594} = \frac{2.2}{0.2213594} = 9.94 > \begin{cases} z_{0.975} = 1.9600 \\ z_{0.995} = 2.5758 \end{cases}$$

rifiutiamo H_0: c'è una **forte evidenza contro** l'ipotesi nulla, cioè contro i valori dichiarati dall'autorità

Esercizio 1

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\bar{x} = 32.2$ sec.. C'è abbastanza evidenza per dire che l'affermazione dell'autorità non è esatta?

Stando all'esito del campione, a quale situazione va posto rimedio?

$$\frac{|\bar{x}_{40} - 30|}{1.4/\sqrt{40}} = \frac{|32.2 - 30|}{0.2213594} = \frac{2.2}{0.2213594} = 9.94 > \begin{cases} z_{0.975} = 1.9600 \\ z_{0.995} = 2.5758 \end{cases}$$

rifiutiamo H_0: c'è una **forte evidenza contro** l'ipotesi nulla, cioè contro i valori dichiarati dall'autorità

Esercizio 1

Le autorità dei trasporti di una certa città sostengono che negli incroci a traffico intenso i semafori restano rossi per un tempo che ha distribuzione normale con media $\mu = 30$ sec. e dev. standard di 1.4 secondi. Per verificare questa affermazione viene controllato un campione di 40 semafori a traffico intenso ottenendo una durata media $\bar{x} = 32.2$ sec.. C'è abbastanza evidenza per dire che l'affermazione dell'autorità non è esatta?

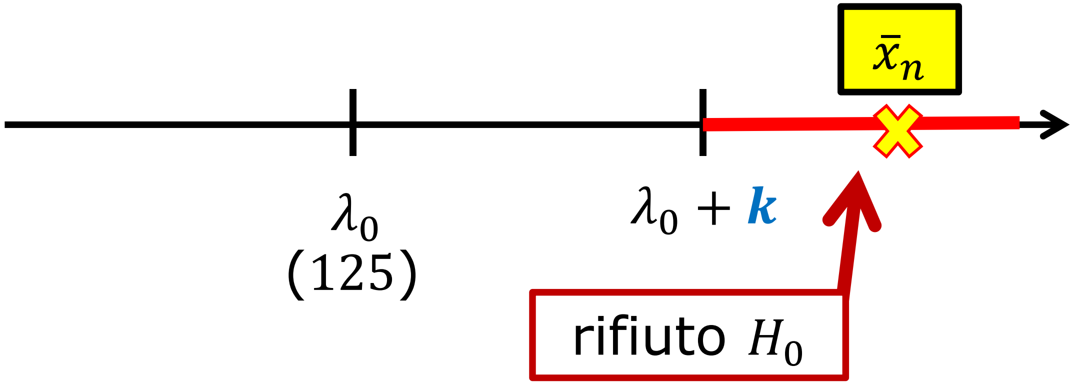
Stando all'esito del campione, a quale situazione va posto rimedio?

$$\frac{|\bar{x}_{40} - 30|}{1.4/\sqrt{40}} = \frac{|32.2 - 30|}{0.2213594} = \frac{2.2}{0.2213594} = 9.94 > \begin{cases} z_{0.975} = 1.9600 \\ z_{0.995} = 2.5758 \end{cases}$$

rifiutiamo H_0: c'è una **forte evidenza contro** l'ipotesi nulla, cioè contro i valori dichiarati dall'autorità, e $\bar{x}_{40} > 30 \Rightarrow$INQUINAMENTO E SMOG

Verifica d'ipotesi con modello Gaussiano

$H_0 : \lambda \leq 125$, $\quad \boldsymbol{H_1 : \lambda > 125}$

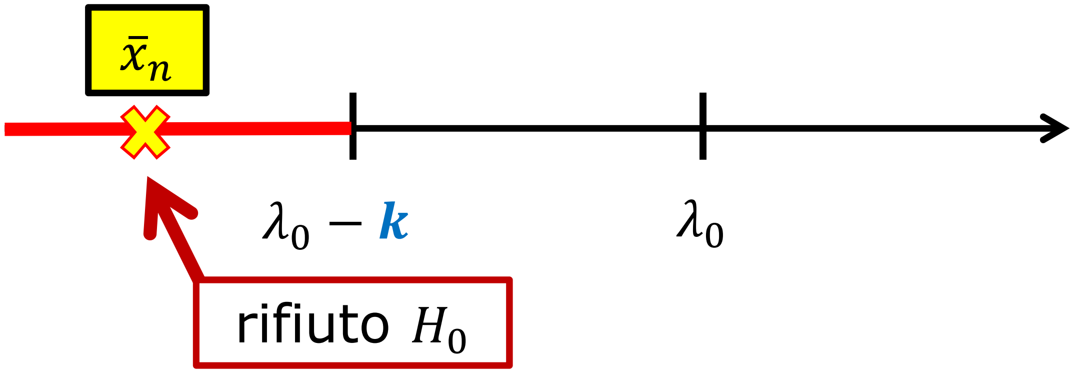


$$\boxed{\frac{\bar{x}_n - \lambda_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > k = z_{1-\alpha}}$$

$$\bar{x}_n > \lambda_0 + z_{1-\alpha} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Verifica d'ipotesi con modello Gaussiano

$H_0 : \lambda \geq \lambda_0$, $\boldsymbol{H_1 : \lambda < \lambda_0}$ (test a una coda, o unilatero)



$$\boxed{\frac{\bar{x}_n - \lambda_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < -k = -z_{1-\alpha}\ (< 0)}$$

$$\bar{x}_n < \lambda_0 - z_{1-\alpha} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Verifica d'ipotesi: μ

$(X_1, \dots, X_n)$ campione aleatorio $N(\mu, \sigma^2)$ σ^2 nota

H_0	H_1	
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\left\lbrace \left\lvert \dfrac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right\rvert > z_{1-\alpha/2} \right.$
$\mu = \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\left\lbrace \dfrac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} > z_{1-\alpha} \qquad \bar{x}_n > \mu_0 + z_{1-\alpha} \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \right.$
$\mu = \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\left\lbrace \dfrac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < -z_{1-\alpha} \qquad \bar{x}_n < \mu_0 - z_{1-\alpha} \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \right.$

Verifica d'ipotesi: μ

***t*-test**

$(X_1, \dots, X_n)$ campione aleatorio $N(\mu, \sigma^2)$

σ^2 **non** nota $\Rightarrow$ ${s_n}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_i (x_i - \bar{x})^2$

$$\frac{\bar{X}_n - \mu_0}{S_n/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$

H_0	H_1	
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\left\lvert\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right\rvert > z_{1-\alpha/2}$ $\left\lvert\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{s_n/\sqrt{n}}\right\rvert > t(n-1)_{1-\alpha/2}$
$\mu = \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} > z_{1-\alpha}$ $\quad \bar{x}_n > \mu_0 + z_{1-\alpha} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{s_n/\sqrt{n}} > t(n-1)_{1-\alpha}$
$\mu = \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < -z_{1-\alpha}$ $\quad \bar{x}_n < \mu_0 - z_{1-\alpha} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{s_n/\sqrt{n}} < -t(n-1)_{1-\alpha} \quad (= t(n-1)_{\alpha})$

Verifica d'ipotesi: μ

TLC

$(X_1, \ldots, X_n)$ campione aleatorio $\boxed{X_i \sim ???}$

$\boxed{n \text{ grande}}$

H_0	H_1	
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\left\lvert \frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right\rvert > z_{1-\alpha/2}$; $\left\lvert \frac{\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{n}} - \boldsymbol{\mu_0}}{\boldsymbol{s_n}/\sqrt{\boldsymbol{n}}} \right\rvert > t(n-1)_{1-\alpha/2}$
$\mu = \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} > z_{1-\alpha}$ $\quad \bar{x}_n > \mu_0 + z_{1-\alpha} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$; $\frac{\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{n}} - \boldsymbol{\mu_0}}{\boldsymbol{s_n}/\sqrt{\boldsymbol{n}}} > t(n-1)_{1-\alpha}$
$\mu = \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < -z_{1-\alpha}$ $\quad \bar{x}_n < \mu_0 - z_{1-\alpha} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$; $\frac{\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{n}} - \boldsymbol{\mu_0}}{\boldsymbol{s_n}/\sqrt{\boldsymbol{n}}} < -t(n-1)_{1-\alpha} \quad (= t(n-1)_{\alpha})$

TLC

Verifica d'ipotesi: p

$(X_1, \dots, X_n)$ campione aleatorio $bern(p)$, $\boldsymbol{np_0 \geq 5 \,\&\, n(1-p_0) \geq 5}$

$\boldsymbol{H_0}$	$\boldsymbol{H_1}$	si rifiuta $\boldsymbol{H_0}$ se:
$p = p_0$	$p \neq p_0$	$\left\lvert \dfrac{\hat{p}_n - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} \right\rvert > z_{1-\alpha/2}$
$p = p_0$	$p > p_0$	$\dfrac{\hat{p}_n - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} > z_{1-\alpha}$
$p = p_0$	$p < p_0$	$\dfrac{\hat{p}_n - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} < -z_{1-\alpha}$

Verifica d'ipotesi: p

TLC

$(X_1, \dots, X_n)$ campione aleatorio $\boldsymbol{bern(p)}$, $np_0 \geq 5$ & $n(1-p_0) \geq 5$

H_0	H_1	si rifiuta H_0 se:
$p = p_0$	$p \neq p_0$	$\left\lvert \frac{\hat{p}_n - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} \right\rvert > z_{1-\alpha/2}$
$p = p_0$		$> z_{1-\alpha}$
p		$/n$ $< -z_{1-\alpha}$

$$\boxed{\left\lvert \frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right\rvert}$$

$$E(X_1) = p_0$$
$$Var(X_1) = p_0(1-p_0)$$

Esercizio di compito

Vogliamo verificare che una moneta sia effettivamente equilibrata. La lanciamo 500 volte ottenendo un numero di T pari a 274. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che la moneta sia equilibrata, al livello dell'1%.

Esercizio di compito (soluzione)

Vogliamo verificare che una moneta sia effettivamente equilibrata. La lanciamo 500 volte ottenendo un numero di T pari a 274. Sottoporre a verifica l'ipotesi nulla che la moneta sia equilibrata, al livello dell'1%.

$(X_1, \dots, X_{500})$, i.i.d $b(p)$ $\qquad H_0: p = p_0 = 0.5 \qquad H_1: p \neq 0.5$

$$\left|\frac{\hat{p}_n - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}\right| = \left|\frac{\frac{274}{500} - 0.5}{\sqrt{0.5 \times 0.5/500}}\right| = \left|\frac{0.548 - 0.5}{0.02236068}\right| = \frac{0.048}{0.02236068} = 2.10$$

$$z_{0.01/2} = 2.5758$$

$2.10 < 2.5758.96 \Longrightarrow$ **non rifiuto** al livello dell'1% l'ipotesi nulla

E al livello del 5% si potrebbe rifiutare?

Il livello di significatività

Che α scegliere?

Il livello di significatività

Che α scegliere?

- Stiamo confrontando un nuovo metodo di produzione con quello in uso: H_1 : nuovo metodo migliore di quello in uso

α piccolo!

Il livello di significatività

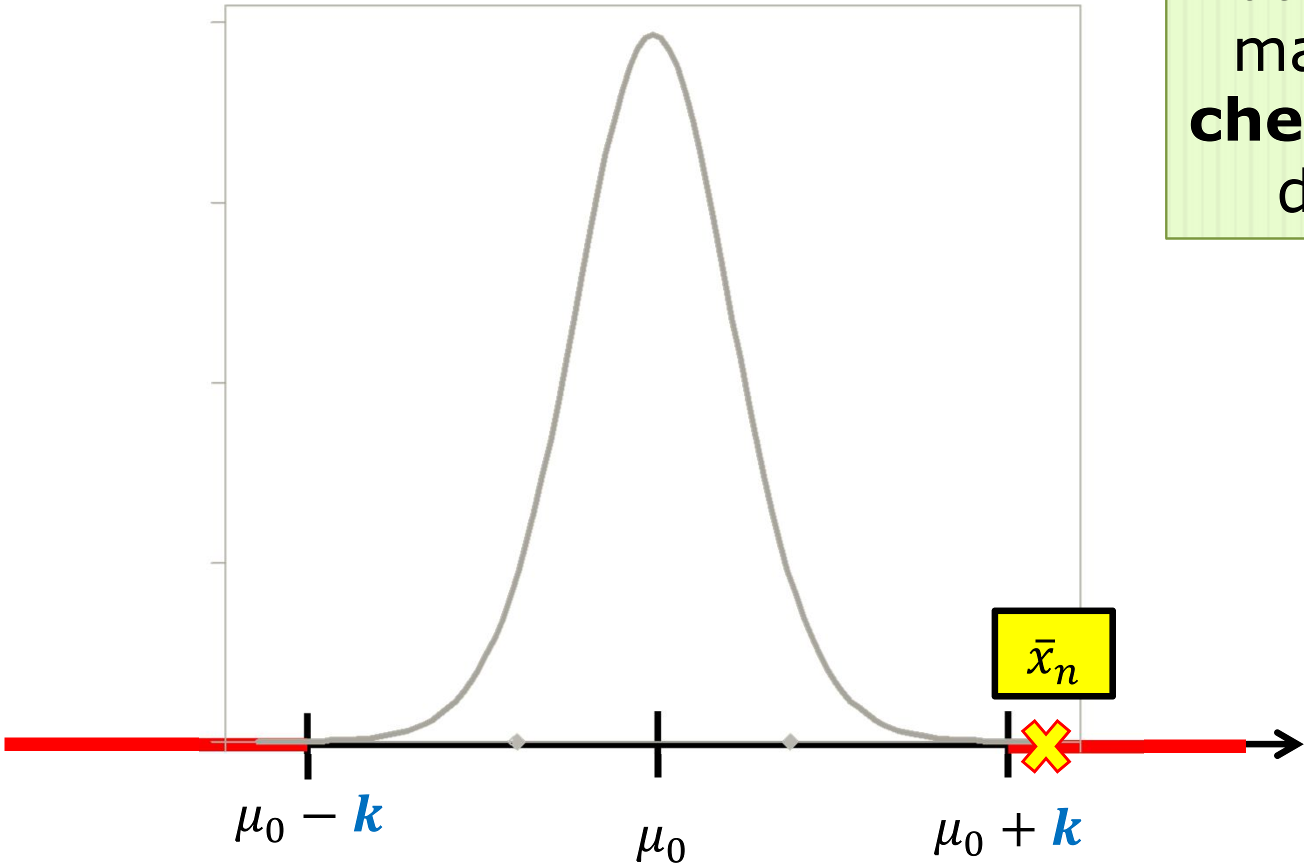
Che α scegliere?

- Stiamo confrontando un nuovo metodo di produzione con quello in uso: α piccolo H_1 : nuovo metodo migliore di quello in uso

- Analisi esplorativa $\Longrightarrow$ α non troppo piccolo

Il *p-value*

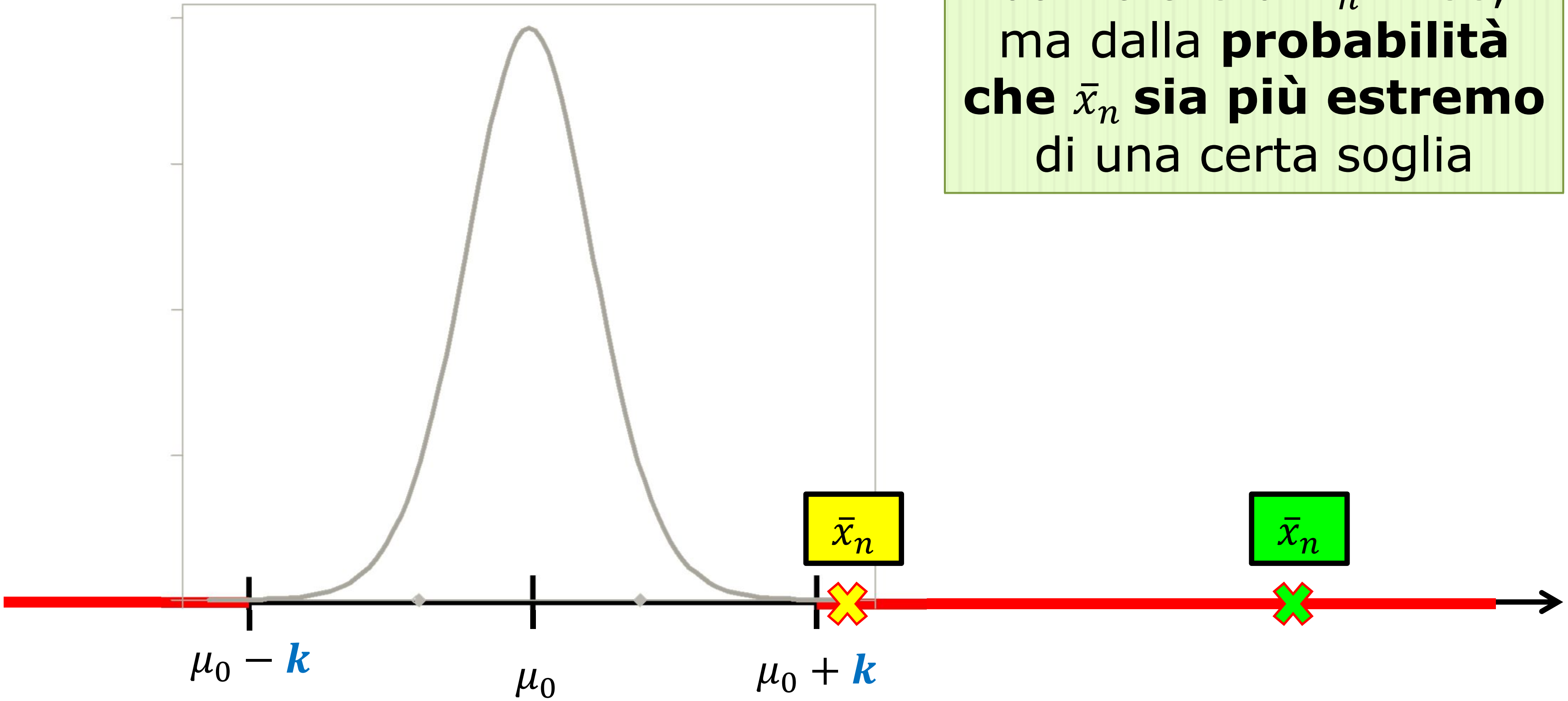
Il rifiuto non dipende dal *valore* di $\bar{x}_n$ in sè, ma dalla **probabilità che $\bar{x}_n$ sia più estremo** di una certa soglia



$$P(\bar{X}_n > \mu_0 + k) \approx \frac{\alpha}{2}$$

Il *p-value*

Il rifiuto non dipende dal *valore* di $\bar{x}_n$ in sè, ma dalla **probabilità che $\bar{x}_n$ sia più estremo** di una certa soglia



$P(\bar{X}_n > \mu_0 + k) \approx \frac{\alpha}{2}$

$P(\bar{X}_n > \mu_0 + k) \approx 0!$

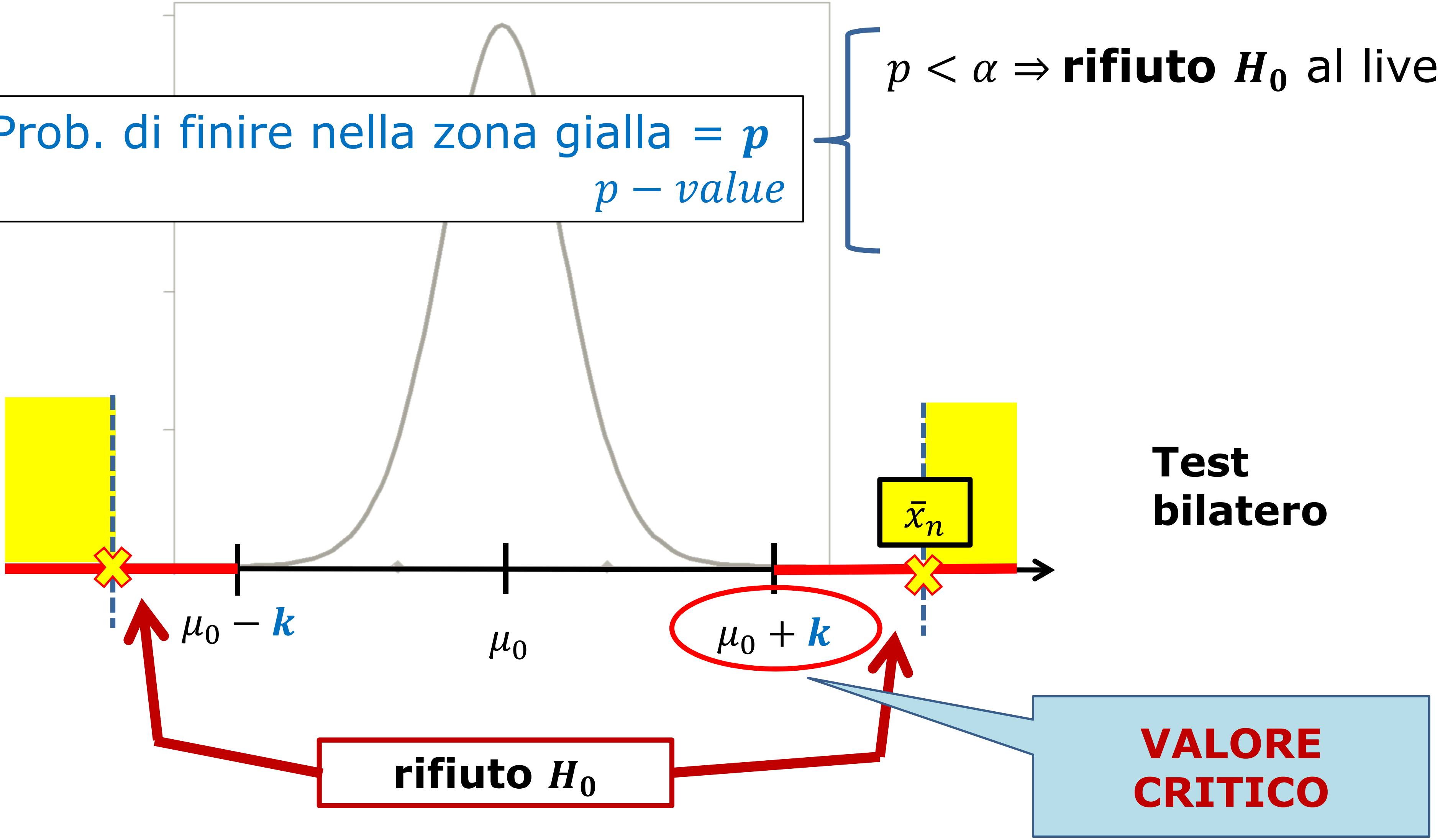
molto più convincente!

Il *p-value*

Prob. di finire nella zona gialla = $\boldsymbol{p}$

$p - value$

$p < \alpha \Rightarrow$ **rifiuto** $\boldsymbol{H_0}$ al livello α



Test bilatero

Prob. di finire nella zona rossa = $\boldsymbol{\alpha}$, livello di significatività

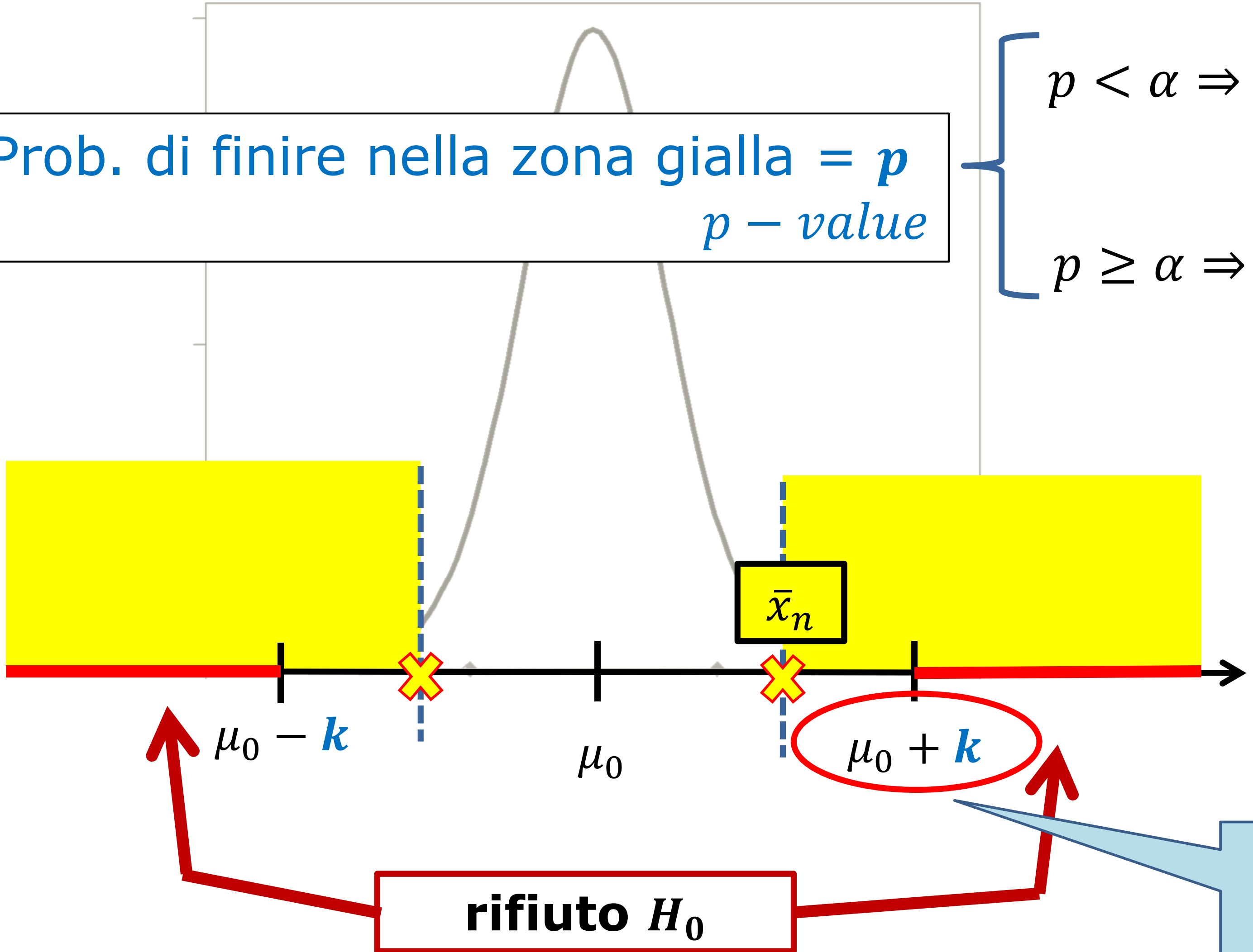
Il *p-value*

Prob. di finire nella zona gialla = $\boldsymbol{p}$

$p - value$

$p < \alpha \Rightarrow$ **rifiuto H_0** al livello α

$p \geq \alpha \Rightarrow$ **non rifiuto H_0** al livello α



Test bilatero

VALORE CRITICO

Prob. di finire nella zona rossa = $\boldsymbol{\alpha}$, livello di significatività

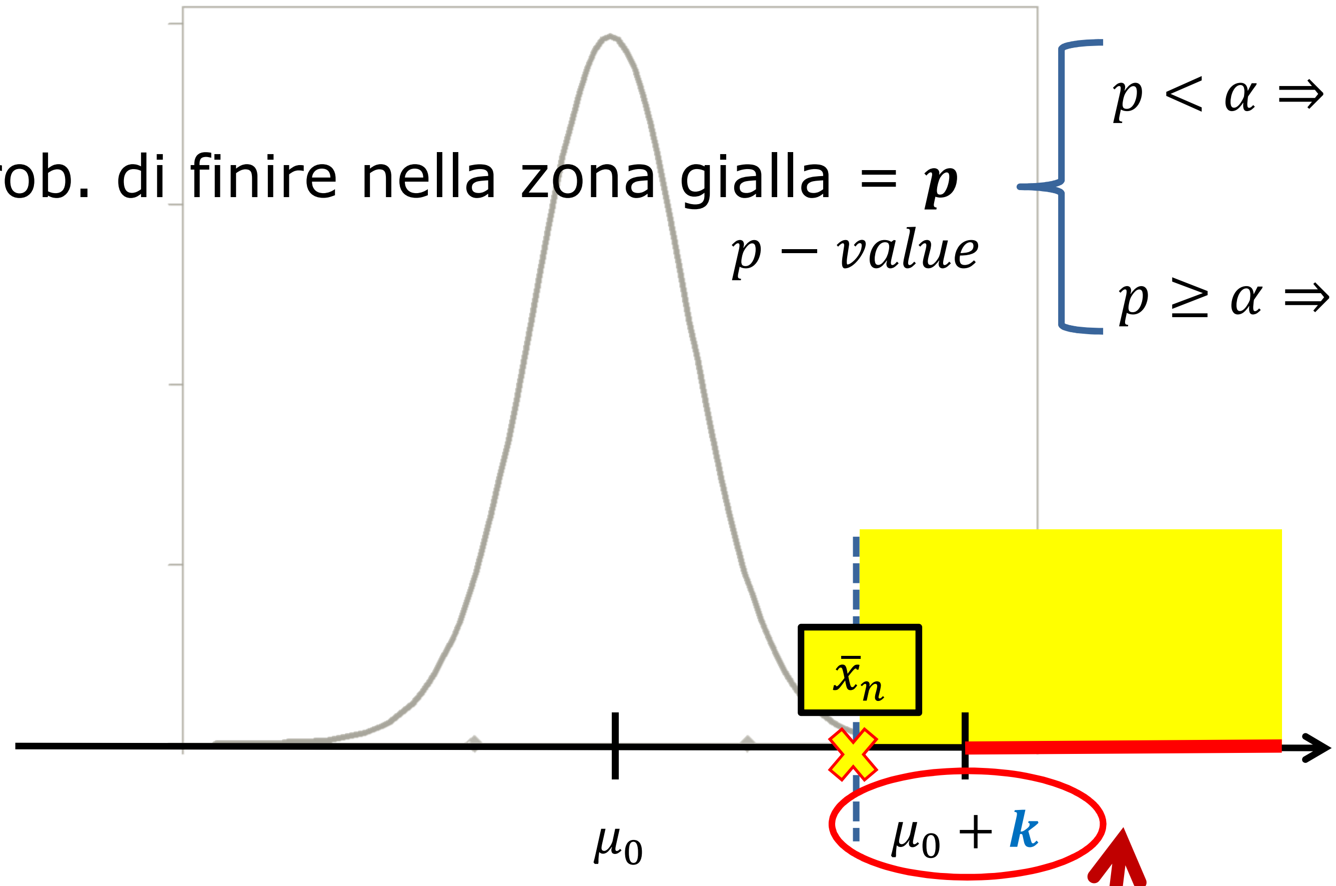
Il *p-value*

Prob. di finire nella zona gialla = $\boldsymbol{p}$

$p - value$

$p < \alpha \Rightarrow$ **rifiuto $\boldsymbol{H_0}$** al livello α

$p \geq \alpha \Rightarrow$ **non rifiuto $\boldsymbol{H_0}$** al livello α



Test unilatero

rifiuto $\boldsymbol{H_0}$

VALORE CRITICO

Prob. di finire nella zona rossa = $\boldsymbol{\alpha}$, livello di significatività

Il *p-value*

Prob. di finire nella zona gialla = $\boldsymbol{p}$

$p - value$

$$\begin{cases} p < \alpha \Rightarrow \textbf{rifiuto } \boldsymbol{H_0} \text{ al livello } \alpha \\ p \geq \alpha \Rightarrow \textbf{non rifiuto } \boldsymbol{H_0} \text{ al livello } \alpha \end{cases}$$

$p \in (0,1)$

"… the sex of patients and site of melanoma also were statistically significant (p = 0.00001 and 0.002 respectively), whereas age (p = 0.98) was not statistically significant."

Il *p-value*

Prob. di finire nella zona gialla = $\boldsymbol{p}$
$p - value$

$$\begin{cases} p < \alpha \Rightarrow \textbf{rifiuto } \boldsymbol{H_0} \text{ al livello } \alpha \\ p \geq \alpha \Rightarrow \textbf{non rifiuto } \boldsymbol{H_0} \text{ al livello } \alpha \end{cases}$$

$p \in (0,1)$

"… the sex of patients and site of melanoma also were statistically significant (p = 0.00001 and 0.002 respectively), whereas age [illegible]98) was not statistically significant."

è stato fatto un test, $p < \alpha = 0.05 \Rightarrow$ si rifiuta l'ipotesi nulla (che genere del paziente e sito del melanoma non siano fattori rilevanti) al livello $\alpha = 0.05$

Il *p-value*

Prob. di finire nella zona gialla = $\boldsymbol{p}$
$p - value$

$p < \alpha \Rightarrow$ **rifiuto** $\boldsymbol{H_0}$ al livello α

$p \geq \alpha \Rightarrow$ **non rifiuto** $\boldsymbol{H_0}$
al livello α

$p \in (0{,}1)$

"… the sex of patients and site of melanoma also were statistically significant (p = 0.00001 and 0.002 respectively), whereas age (p = 0.98) was not statistically significant."

è stato fatto un test, $p > \alpha = 0.05 \Rightarrow$ non si può rifiutare l'ipotesi nulla (che l'età del paziente non sia un fattore rilevante) al livello $\alpha = 0.05$

Il *p-value*

Prob. di finire nella zona gialla = $\boldsymbol{p}$

$p - value$

$$\begin{cases} p < \alpha \Rightarrow \textbf{rifiuto } \boldsymbol{H_0} \text{ al livello } \alpha \\ p \geq \alpha \Rightarrow \textbf{non rifiuto } \boldsymbol{H_0} \text{ al livello } \alpha \end{cases}$$

$p \in (0,1)$

"… the sex of patients and site of melanoma also were statistically significant (p = 0.00001 and 0.002 respectively), whereas age [illegible]98) was not statistically significant."

è stato fatto un test, $p < \boldsymbol{\alpha = 0.01} \Rightarrow$ si rifiuta l'ipotesi nulla (che genere del paziente e sito del melanoma non siano fattori rilevanti) al livello $\boldsymbol{\alpha = 0.01}$

Il *p-value*

Prob. di finire nella zona gialla = $\boldsymbol{p}$

$$\underbrace{p}_{p-value} \quad \begin{cases} p < \alpha \Rightarrow \textbf{rifiuto } \boldsymbol{H_0} \text{ al livello } \alpha \\ p \geq \alpha \Rightarrow \textbf{non rifiuto } \boldsymbol{H_0} \text{ al livello } \alpha \end{cases}$$

$p \in (0,1)$

"… the sex of patients and site of melanoma also were statistically significant (p = 0.00001 and 0.002 respectively), whereas age [illegible]98) was not statistically significant."

è stato fatto un test, $p < \boldsymbol{\alpha = 0.001} \Rightarrow$????????

Il *p-value*

Prob. di finire nella zona gialla = $\boldsymbol{p}$
$p - value$

- $p < \alpha \Rightarrow$ **rifiuto $\boldsymbol{H_0}$** al livello α
- $p \geq \alpha \Rightarrow$ **non rifiuto $\boldsymbol{H_0}$** al livello α

$p \in (0,1)$

“… the sex of patients and site of melanoma also were statistically significant (p = 0.00001 and 0.002 respectively), whereas age 98) was not statistically significant.”

è stato fatto un test, $p < \boldsymbol{\alpha = 0.001} \Rightarrow$????????

Si rifiuta l’ipotesi che il genere del paziente sia irrilevante al livello $\boldsymbol{\alpha = 0.001}$

NON si rifiuta l’ipotesi che il sito del melanoma sia irrilevante al livello $\boldsymbol{\alpha = 0.001}$ $(0.002 \geq 0.001)$

Il *p-value*

Prob. di finire nella zona gialla = $\boldsymbol{p}$

$p - value$

$p \in (0,1)$

$p < \alpha \Rightarrow$ **rifiuto** $\boldsymbol{H_0}$ al livello α

$p \geq \alpha \Rightarrow$ **non rifiuto** $\boldsymbol{H_0}$ al livello α

"… the sex of patients and site of melanoma also were statistically significant (p = 0.00001 and 0.002 respectively), whereas age 98) was not statistically significant."

Più il $p - value$ è piccolo e più è forte la significatività del test, cioè l'evidenza **contro** $\boldsymbol{H_0}$.

è stato fatto un test, $p < \alpha =$

Si rifiuta l'ipotesi che il genere dei paziente sia irrilevante al livello $\boldsymbol{\alpha = 0.001}$

NON si rifiuta l'ipotesi che il sito del melanoma sia irrilevante al livello $\boldsymbol{\alpha = 0.001}$ $(0.002 \geq 0.001)$

Il *p-value*

Prob. di finire nella zona gialla = $\boldsymbol{p}$

$p - value$

$p < \alpha \Rightarrow$ **rifiuto** $\boldsymbol{H_0}$ al livello α

$p \geq \alpha \Rightarrow$ **non rifiuto** $\boldsymbol{H_0}$ al livello α

$p \in (0,1)$

$p > 0.10$ **Debole** evidenza contro $\boldsymbol{H_0}$
$p \approx 0.05$ **Moderata** evidenza contro $\boldsymbol{H_0}$
$p < 0.01$ **Forte** evidenza contro $\boldsymbol{H_0}$

Più il $p - value$ è piccolo e più è forte la significatività del test, cioè l'evidenza **contro** $\boldsymbol{H_0}$.

Esercizio 2

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg. Un pacchetto di sigarette *AdS* costa 0.50€ più del costo medio. Le acquistereste?

Esercizio 2

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg. Un pacchetto di sigarette *AdS* costa 0.50€ più del costo medio. Le acquistereste?

$$H_0 : \mu = \mu_0 \geq 1.5 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

Esercizio 2

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg. Un pacchetto di sigarette *AdS* costa 0.50€ più del costo medio. Le acquistereste?

$$H_0 : \mu = \mu_0 \geq 1.5 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

è la scelta dello scettico, corrispondente allo "status quo". Delle sigarette correnti "sappiamo" già tutto, della nuova tecnica non sappiamo nulla: la vogliamo adottare solo se c'è una forte evidenza che faccia meglio.

Esercizio 2

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg. Un pacchetto di sigarette *AdS* costa 0.50€ più del costo medio. Le acquistereste?

$$H_0 : \mu = \mu_0 \geq 1.5 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

Campione del co[illegible]uto di nicotina di 20 sigarette scelte a caso tra quelle prodotte da *AdS*[illegible]

$$1.6 \ldots 95, 1.97, 1.22, 0.85, 1.57, 1.58, 1.78, 1.49,$$
$$1. \ldots 7, 1.75, 1.28, 1.26, 1.42, 1.71, 1.16, 1.59$$

CHE MODELLO TEORICO SCEGLIAMO?

Esercizio 2

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg. Un pacchetto di sigarette *AdS* costa 0.50€ più del costo medio. Le acquistereste?

$$H_0 : \mu = \mu_0 \geq 1.5 \quad \text{vs} \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

Campione del contenuto di nicotina di 20 sigarette scelte a caso tra quelle prodotte da *AdS*

$$1.66, 1.07, 1.95, 1.97, 1.22, 0.85, 1.57, 1.58, 1.78, 1.49,$$
$$1.20, 1.52, 1.37, 1.75, 1.28, 1.26, 1.42, 1.71, 1.16, 1.59$$

Facciamo un salto in
Script4a.R

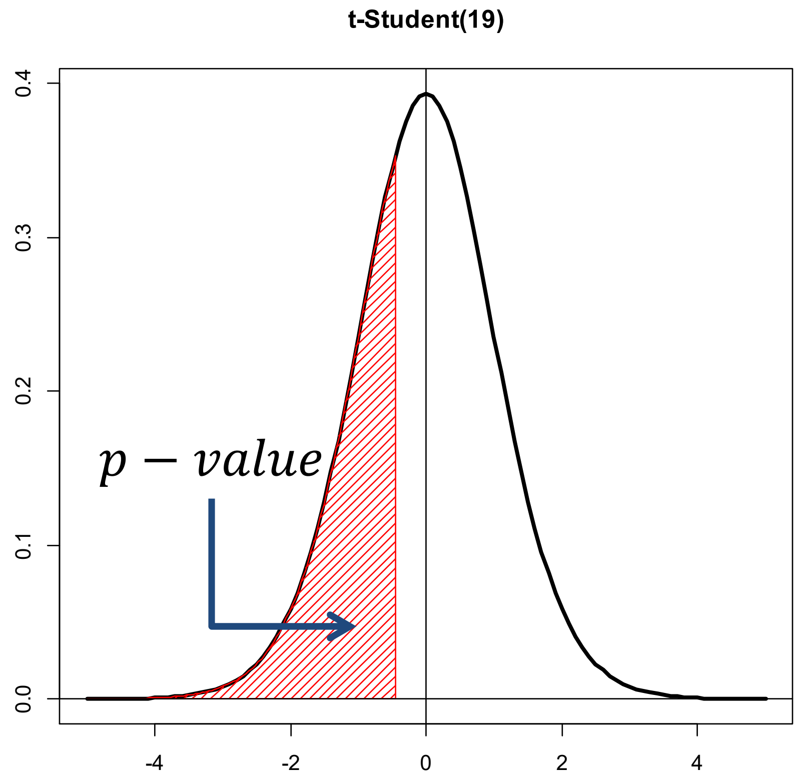
Esercizio 2

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg. Un pacchetto di sigarette *AdS* costa 0.50€ più del costo medio. Le acquistereste?

$$H_0 : \mu = \mu_0 \geq 1.5 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

Campione del contenuto di nicotina di 20 sig
prodotte da *AdS*

$$1.66, 1.07, 1.95, 1.97, 1.22, 0.85, 1.5$$
$$1.20, 1.52, 1.37, 1.75, 1.28, 1.26, 1.4$$

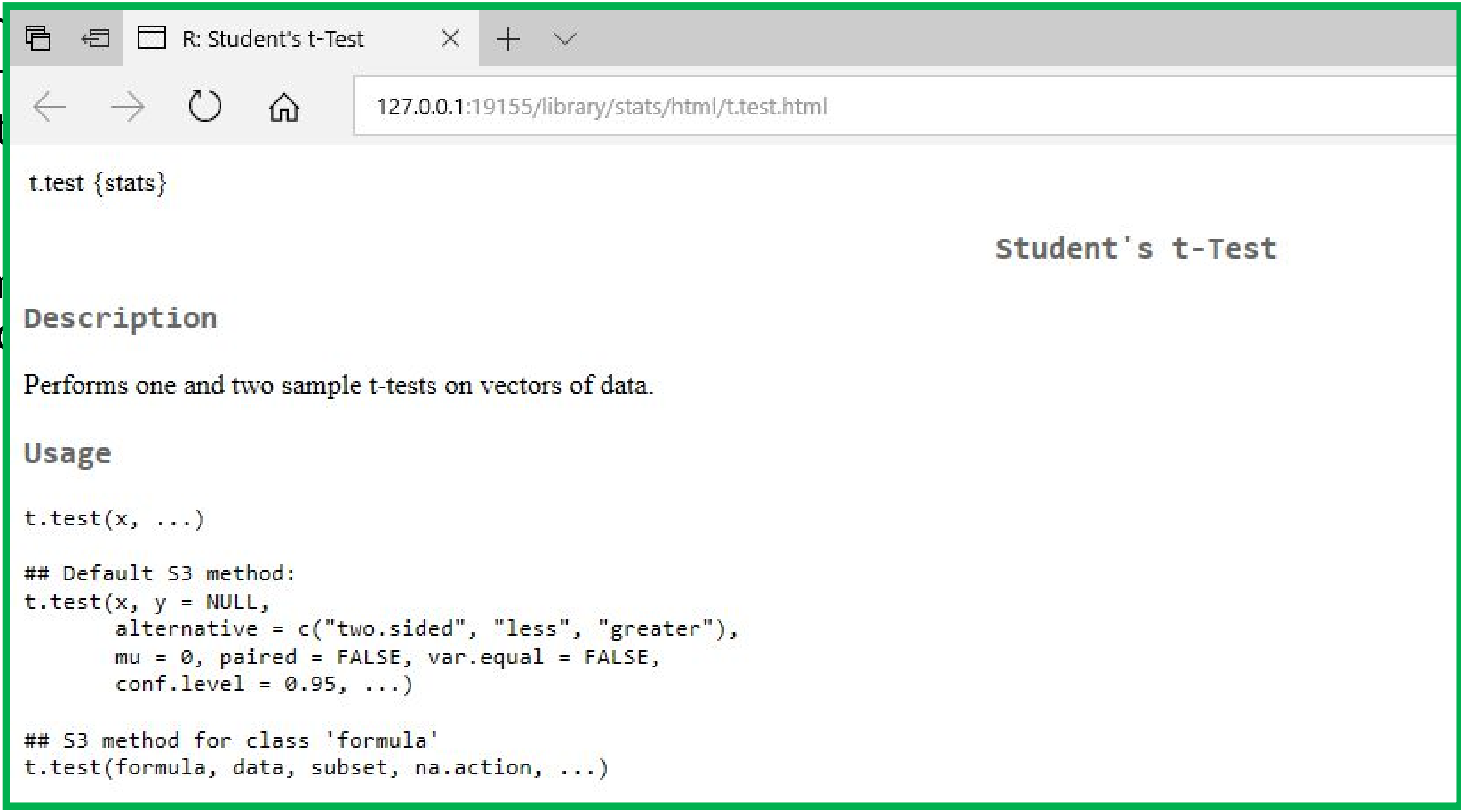


statistica test : $\dfrac{\bar{X}_n - \mu_0}{S_n/\sqrt{n}}$

Esercizio 2

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette
dich e il
con *AdS*
cost

Can elle
proc


R: Student's t-Test
127.0.0.1:19155/library/stats/html/t.test.html

t.test {stats}

Student's t-Test

Description

Performs one and two sample t-tests on vectors of data.

Usage

```
t.test(x, ...)

## Default S3 method:
t.test(x, y = NULL,
       alternative = c("two.sided", "less", "greater"),
       mu = 0, paired = FALSE, var.equal = FALSE,
       conf.level = 0.95, ...)

## S3 method for class 'formula'
t.test(formula, data, subset, na.action, ...)
```

Esercizio 2

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dich… e il con… *AdS* cost…

Can… …elle proc…

R: Student's t-Test

t.test {stats}

Description

Performs one and two

Usage

```
t.test(x, ...)

## Default S3 method
t.test(x, y = NULL,
       alternative =
       mu = 0, paired
       conf.level = 0.95, ...)

## S3 method for class 'formula'
t.test(formula, data, subset, na.action, ...)
```

```
> t.test(d,alternative = c("less"),mu = 1.5)

        One Sample t-test

data:  d1
t = -0.45436, df = 19, p-value = 0.3274
alternative hypothesis: true mean is less than 1.5
95 percent confidence interval:
     -Inf 1.584168
sample estimates:
mean of x
     1.47
```

Esercizio 2

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dich … e il con … *AdS* cost …

Can … ielle proc …

R: Student's t-Test

t.test {stats}

Description

Performs one and two

Usage

```
t.test(x, ...)

## Default S3 method
t.test(x, y = NULL,
       alternative =
       mu = 0, paired = FALSE, var.equal = FALSE,
       conf.level = 0.95, ...)

## S3 method for class 'formula'
t.test(formula, data, subset, na.action, ...)
```

\> t.test(d,alternative = c("less"),mu = 1.5)

One Sample t-test

data: d1

t = -0.45436, df = 19, **p-value = 0.3274**

alternative hypothesis: true mean is less than 1.5

95 percent confidence interval:

-Inf 1.584168

sample estimates:

mean of x

1.47

IC e *t*-test per la media

PER OGNI TEST DI LIVELLO DI SIGNIFICATIVITA' α
ESISTE UN INTERVALLO DI CONFIDENZA DI LIVELLO $1-\alpha$
CON LE STESSE CODE

```
> t.test(d,alternative = c("less"),mu = 1.5)

        One Sample t-test

data:  d1
t = -0.45436, df = 19, p-value = 0.3274
alternative hypothesis: true mean is less than 1.5
95 percent confidence interval:
     -Inf 1.584168
sample estimates:
mean of x
     1.47
```

cioè, se il test è bilatero l'IC è simmetrico attorno alla media campionaria; se il test è unilatero l'IC è asimmetrico nello stesso verso: si confronti l'output di R qui sopra con la figura di Statistica4a, a pg. 14. **Le conclusioni che si traggono dall'uno si traggono identiche dall'altro.**

Esercizio 2-bis

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg. Un pacchetto di sigarette *AdS* costa 0.50€ più del costo medio. Le acquistereste?

$$H_0 : \mu = \mu_0 \geq 1.5 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

Campione del contenuto di nicotina di **500** sigarette scelte a caso tra quelle prodotte da *AdS* fornisce $\bar{x}_n = 1.47$ **e** $s_n = 0.295$.

Facciamo un salto in
Script4a.R

Esercizio 2-bis

Tutte le sigarette vendute attualmente hanno un contenuto medio di nicotina di 1.5 mg per sigaretta. L'azienda *AdS* che produce sigarette dichiara di aver messo a punto una nuova tecnica grazie alla quale il contenuto di nicotina è minore di 1.5 mg. Un pacchetto di sigarette *AdS* costa 0.50€ più del costo medio. Le acquistereste?

$$H_0 : \mu = \mu_0 \geq 1.5 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

Campione del contenuto di nicotina di **500** sigarette scelte a caso tra quelle prodotte da *AdS* fornisce $\bar{x}_n = 1.47$ **e** $s_n = 0.295$.

$$\text{statistica test : } \frac{\bar{x}_n - \mu_0}{s_n/\sqrt{n}} = -2.274 \Rightarrow p = 0.012$$

$$\text{IC}_{\text{LimSup}}(95\%) : \bar{x}_n + t(n-1)_{0.05} \times \frac{s_n}{\sqrt{500}} = 1.448$$

rifiuto l'ipotesi nulla "a favore di AdS": ma vale la pena di spendere di più per la differenza di 0.052 mg? Una differenza di 0.052 mg assicura qualche "beneficio" al fumatore?

Esercizio di compito

Esempio: In un campione di 250 pesci catturati al largo della Florida è stata misurata una concentrazione media di mercurio di 0.312 ppm con una deviazione standard di 0.281 ppm. In tabella sono riportati i valori massimi consentiti per l'assunzione di pesce contaminato da mercurio, secondo un'autorità governativa. Sulla base del campione, quale porzione al mese possiamo raccomandare?

Porzione/ mese	Mercurio (ppm)
12 e più	< 0.08
8	0.08-0.20
4	0.20-0.28
2	0.28-0.32
0.5	0.32-0.35
0	>0.35

Esercizio di compito

Esempio: In un campione di 250 pesci catturati al largo della Florida è stata misurata una concentrazione media di mercurio di 0.312 ppm con una deviazione standard di 0.281 ppm. In tabella sono riportati i valori massimi consentiti per l'assunzione di pesce contaminato da mercurio, secondo un'autorità governativa. Sulla base del campione, quale porzione al mese possiamo raccomandare?

Porzione/ mese	Mercurio (ppm)
12 e più	< 0.08
8	0.08-0.20
4	0.20-0.28
2	0.28-0.32
0.5	0.32-0.35
0	>0.35

CHE TEST FACCIAMO?

$H_0 : \mu \leq estremo\ superiore\ della\ classe\ (0.32)$

o

$H_0 : \mu \geq estremo\ inferiore\ della\ classe\ (0.28)$

?