

Statistica

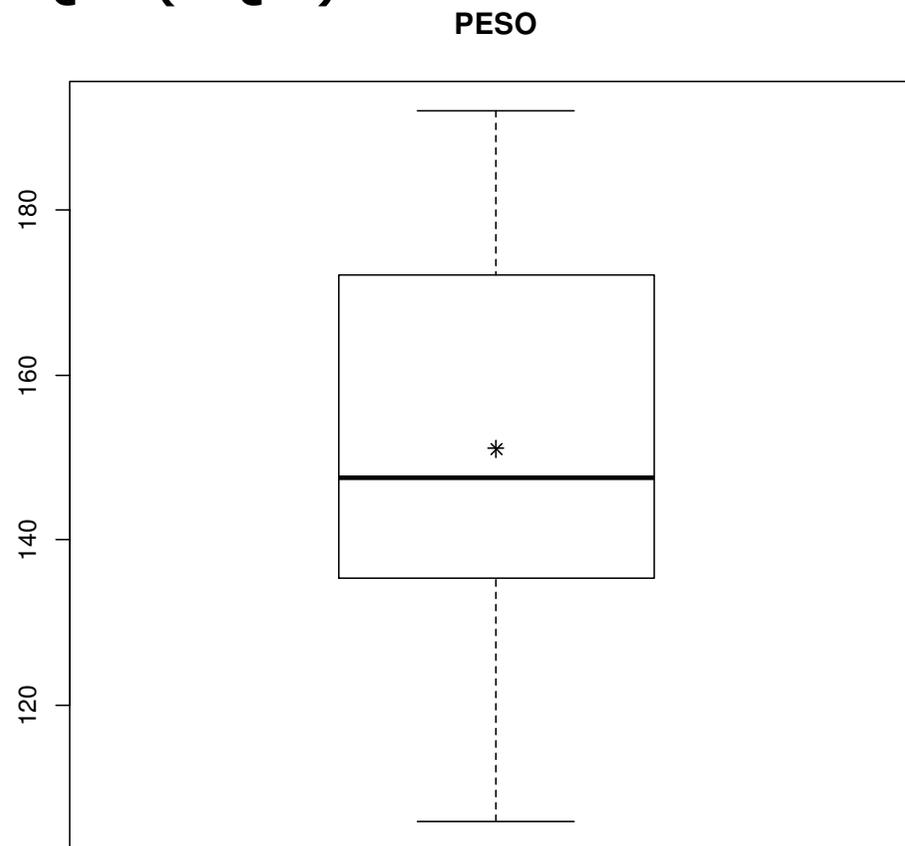
Statistica descrittiva

INDICI

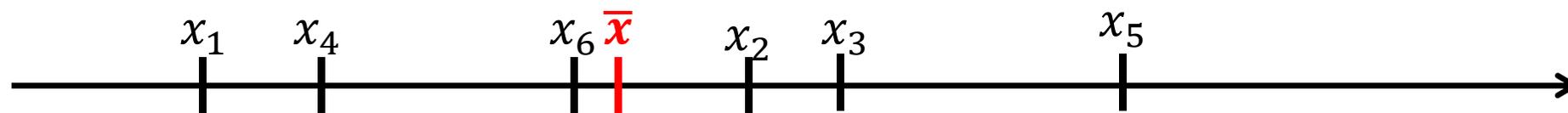
Indici di dispersione

Differenza interquartile: $Q3-Q1$ (IQR)

Range: Max-Min

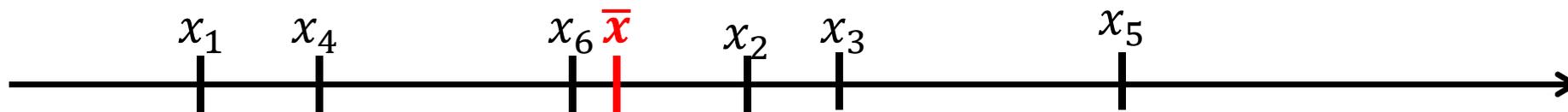


Indici di dispersione



Prendiamo un punto di riferimento, la **media**,
e guardiamo a come si disperdono i dati
attorno ad esso

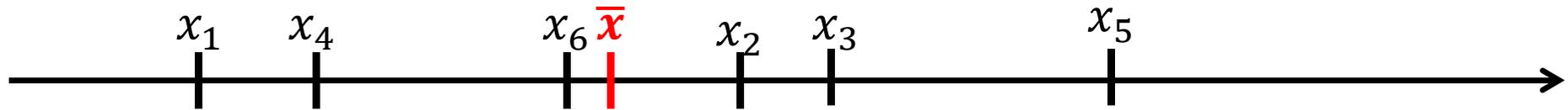
Indici di dispersione



Prendiamo un punto di riferimento, la **media**,
e guardiamo a come si disperdono i dati
attorno ad esso

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})$$

Indici di dispersione

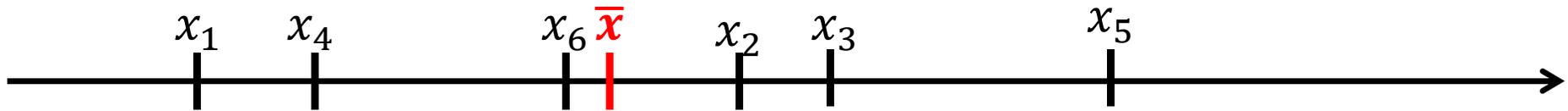


Prendiamo un punto di riferimento, la **media**,
e guardiamo a come si disperdono i dati
attorno ad esso

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) - n\bar{x} = n\bar{x} - n\bar{x} = 0 \text{ !!!!!!!}$$

A blue curved arrow starts below the sum $\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)$ and points to the $n\bar{x}$ term in the expression $n\bar{x} - n\bar{x}$, illustrating the substitution step in the derivation.

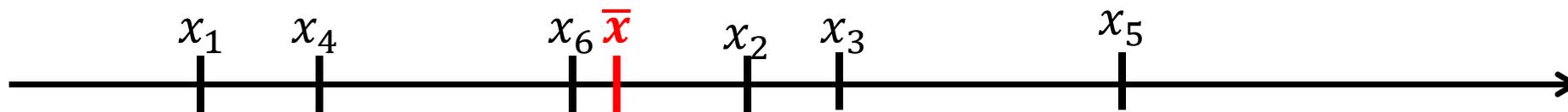
Indici di dispersione



Prendiamo un punto di riferimento, la **media**,
e guardiamo a come si disperdono i dati
attorno ad esso

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Indici di dispersione

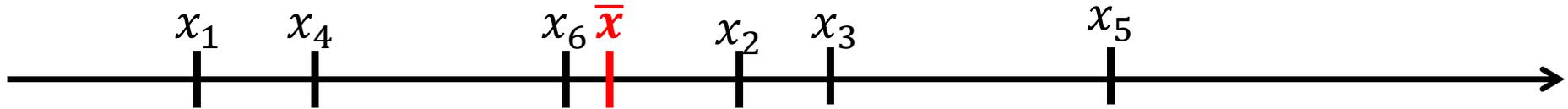


Prendiamo un punto di riferimento, la **media**,
e guardiamo a come si disperdono i dati
attorno ad esso

$$0 \leq \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{MA} = 0 \Leftrightarrow \text{I DATI SONO TUTTI UGUALI!}$$

$$\text{Ex: } 2, 2, 2, 2, 2 \Rightarrow \bar{x} = 2$$

Indici di dispersione



Prendiamo un punto di riferimento, la **media**, e guardiamo a come si disperdono i dati attorno ad esso

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Varianza, o scarto quadratico medio

Varianza

$$\bar{x} = \frac{19 + 22 + 21 + 23 + 22 + 20}{6} = 21.17 \text{ anni}$$

	Età (y)	Peso (kg)	Altezza (m)	Sesso	Causa di morte
1	19	50.2	1.65	F	Nat.
2	22	75.6	1.78	M	Inc.
3	21	80.1	1.91	M	Inc.
4	23	56.7	1.72	M	Nat.
5	22	75.0	1.81	M	M.C.
6	20	58.3	1.68	F	Tum.

$$\sigma^2 = \frac{(19 - 21.17)^2 + (22 - 21.17)^2 + (21 - 21.17)^2}{6} +$$

$$+ \frac{(23 - 21.17)^2 + (22 - 21.17)^2 + (20 - 21.17)^2}{6} = 1.81$$

$$\bar{x} = 21.17$$

anni²

	Età (y)	Peso (kg)	Altezza (m)	Sesso	Causa di morte
1	19	50.2	1.65	F	Nat.
2	22	75.6	1.78	M	Inc.
3	21	80.1	1.91	M	Inc.
4	23	56.7	1.72	M	Nat.
5	22	75.0	1.81	M	M.C.
6	20	58.3	1.68	F	Tum.

Varianza

X : n. figli

x_i	n_i
0	4
1	6
2	4
3	1

$n = 15$

$$\bar{x} = 1.13$$

$$\sigma^2 =$$

$$\frac{4 \times (0 - 1.13)^2 + 6 \times (1 - 1.13)^2 + 4 \times (2 - 1.13)^2 + 1 \times (3 - 1.13)^2}{15} = 0.782$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

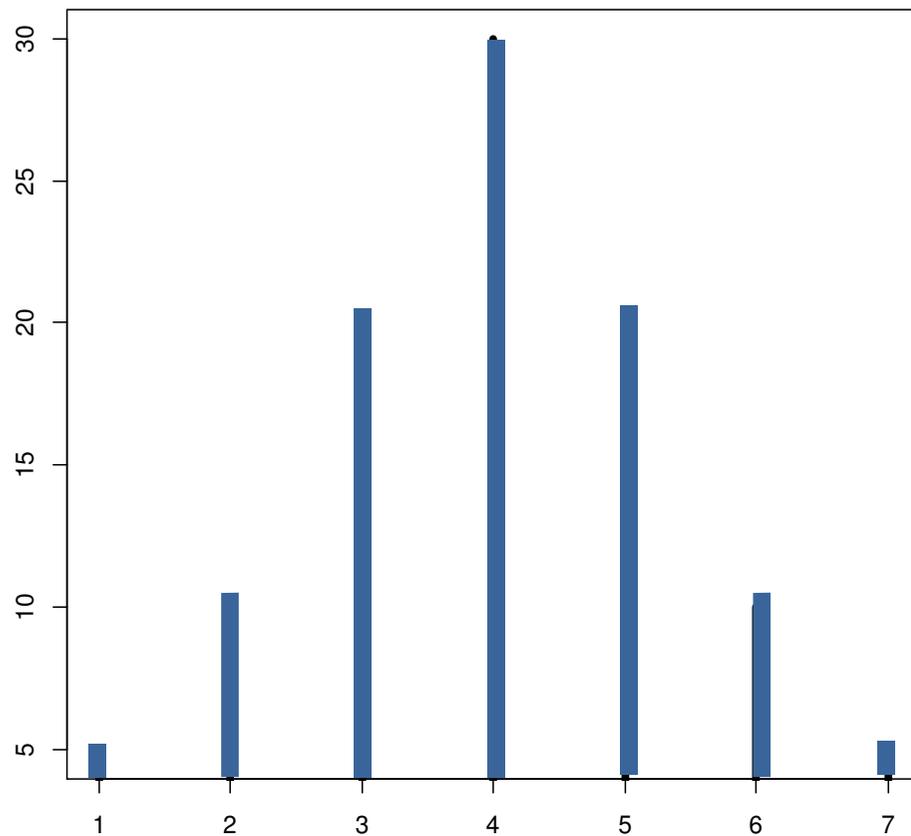
Varianza

Prendiamo un punto di riferimento, la **media**,
e guardiamo a come si disperdono i dati
attorno ad esso

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - \bar{x}^2$$

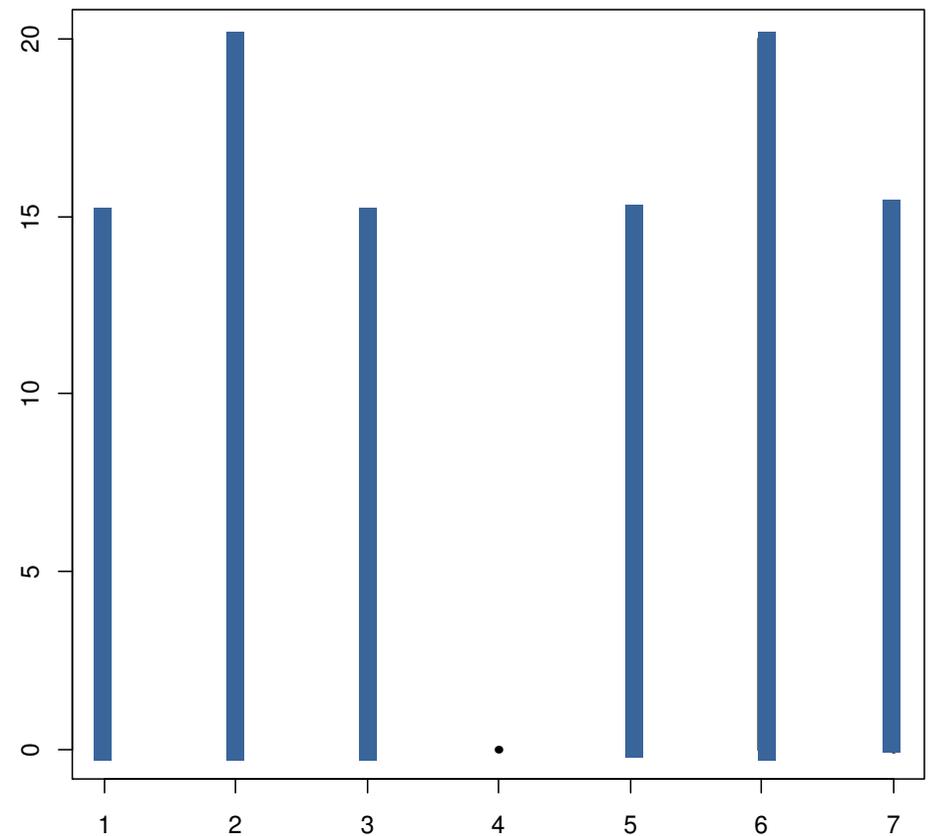
Varianza

Tabella 2.12(a)



dati più frequenti **vicino a 4**

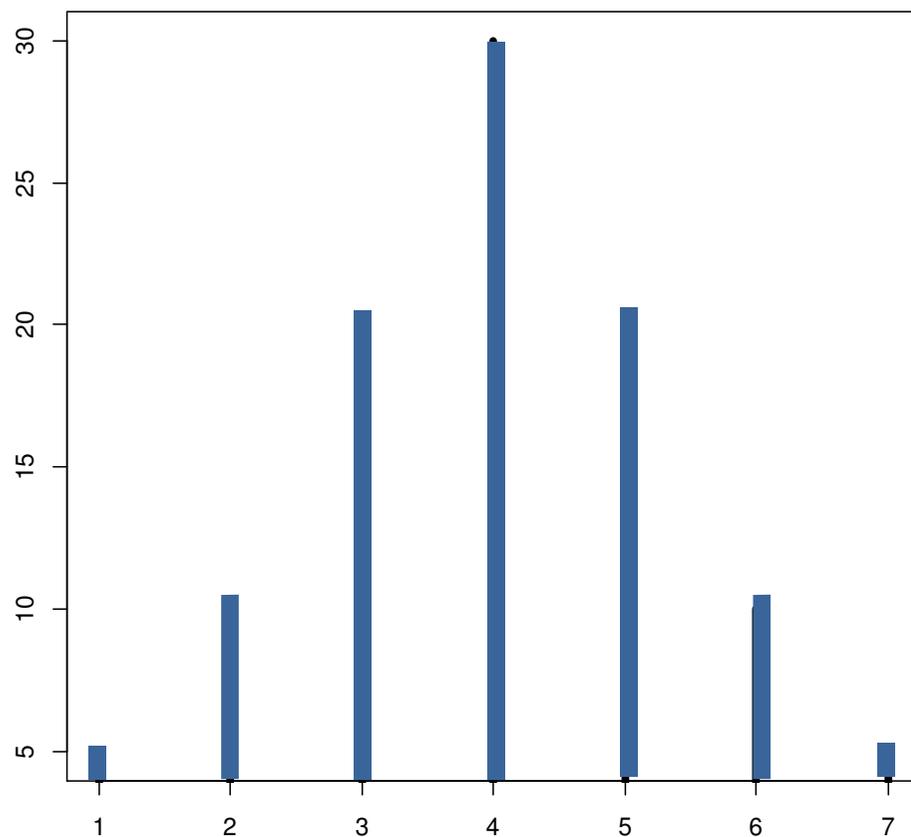
Tabella 2.12(b)



dati più frequenti **lontano da 4**

Varianza

Tabella 2.12(a)

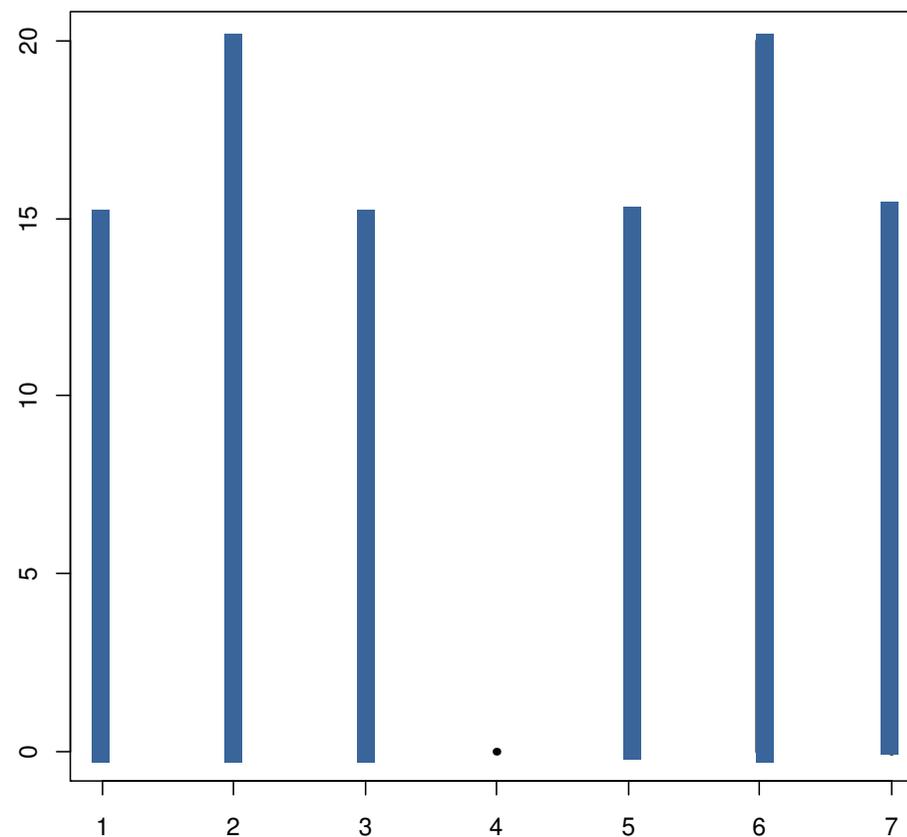


dati più frequenti **vicino a 4**

$$\bar{x} = 4$$

mediane pari a 4

Tabella 2.12(b)

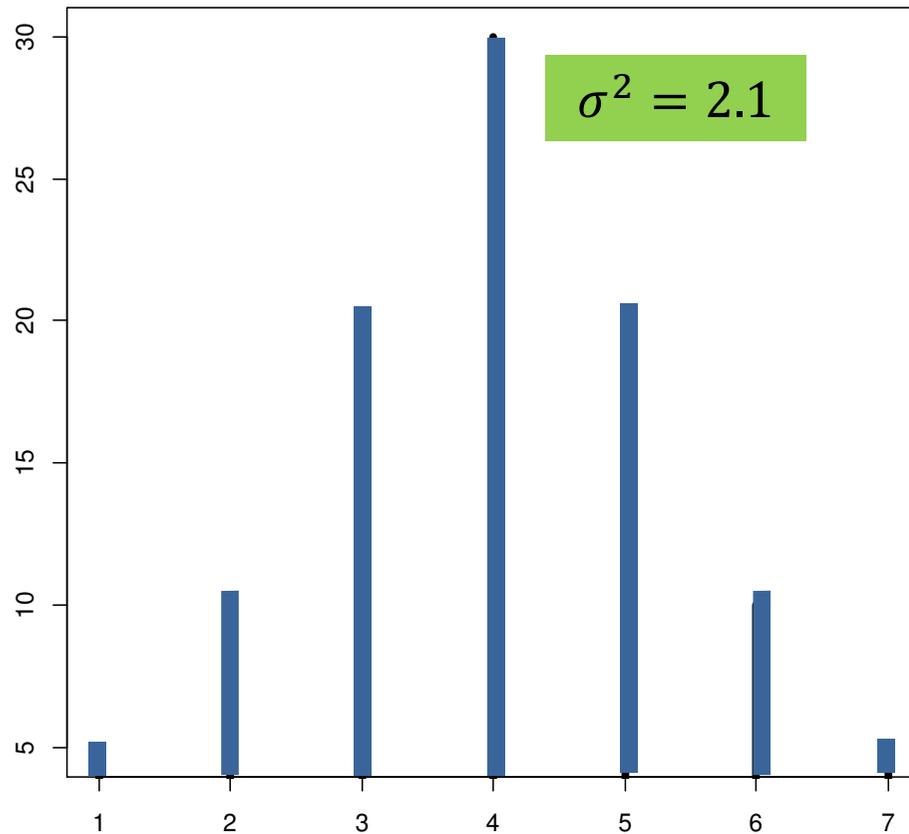


dati più frequenti **lontano da 4**

$$\bar{y} = 4$$

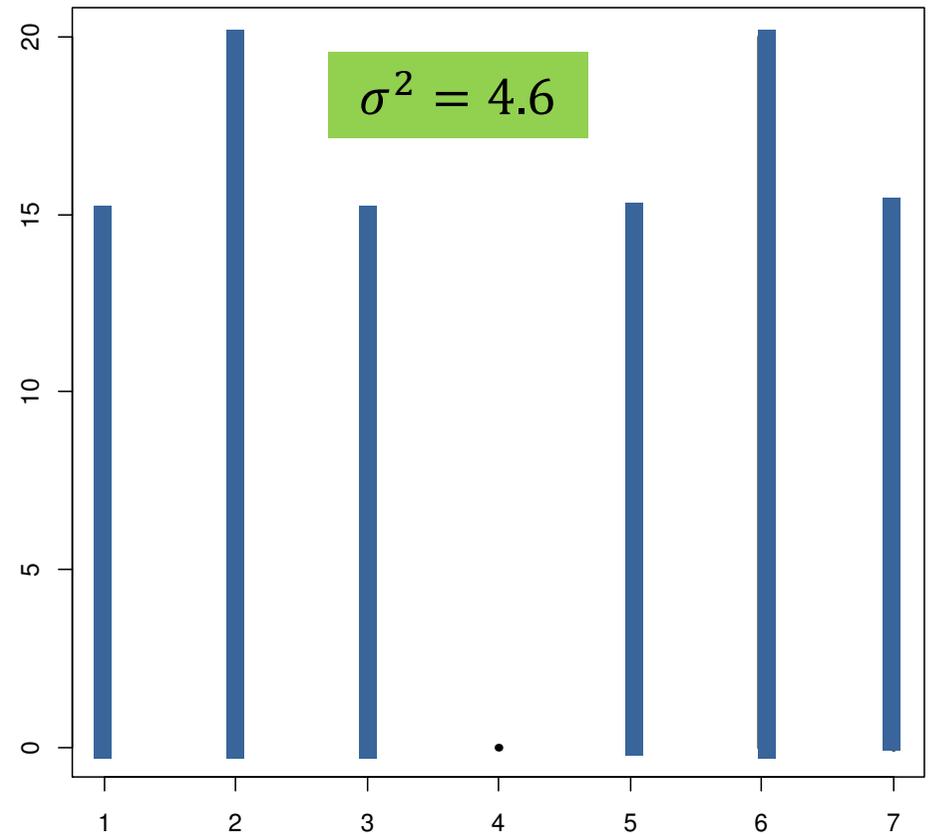
Varianza

Tabella 2.12(a)



dati più frequenti **vicino a 4**

Tabella 2.12(b)



dati più frequenti **lontano da 4**

Proprietà della media

$$y_i = x_i + a \quad \rightarrow$$

$$\bar{y} = \bar{x} + a$$

$$y_i = bx_i \quad \rightarrow$$

$$\bar{y} = b\bar{x}$$

il ballo
del
mattooo
neee

$$y_i = bx_i + a \quad \rightarrow \quad \bar{y} = b\bar{x} + a$$

Proprietà della varianza

$$y_i = x_i + a \quad \rightarrow$$

$$\sigma^2_y = \sigma^2_x$$

$$y_i = bx_i \quad \rightarrow$$

$$\sigma^2_y = b^2 \sigma^2_x$$

il ballo
del
mattooo
neee

$$y_i = bx_i + a \quad \rightarrow \quad \sigma^2_y = b^2 \sigma^2_x$$

Varianza campionaria

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

varianza della
popolazione

$$\bar{s}_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

campione casuale



varianza
campionaria

Varianza campionaria

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$$

varianza della
popolazione

$$\bar{s}_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{n}{n-1} \bar{x}^2$$

campione casuale



varianza
campionaria

Deviazione standard

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2}$$

della popolazione

campione casuale



campionaria

$$\bar{s}_n = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{n}{n-1} \bar{x}^2}$$

Nella stessa unità di misura dei dati

Il nostro *test*:

Sezione 3

1. Sia x_1, x_2, \dots, x_n un campione di n dati riferiti ad una certa variabile quantitativa (numerica).
Quale tra i seguenti indici non misura, secondo voi, la variabilità dei dati:

$$\bar{x}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$s_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2$$

$$\max_{1 \leq i \leq n} x_i - \min_{1 \leq i \leq n} x_i$$

Il nostro *test*:

Sezione 3

1. Sia x_1, x_2, \dots, x_n un campione di n dati riferiti ad una certa variabile quantitativa (numerica).
Quale tra i seguenti indici non misura, secondo voi, la variabilità dei dati:

$$\bar{x}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$s_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2$$

$$\max_{1 \leq i \leq n} x_i - \min_{1 \leq i \leq n} x_i$$

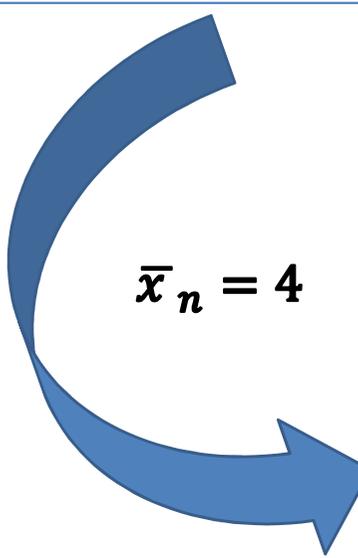
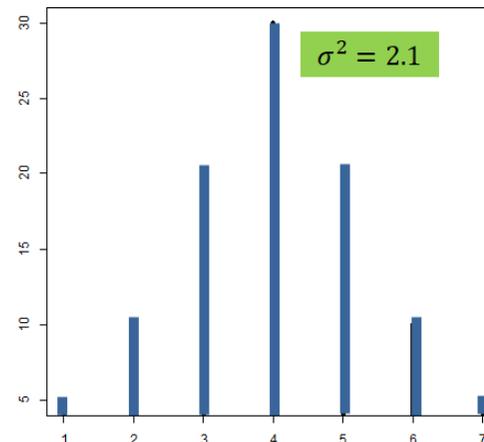
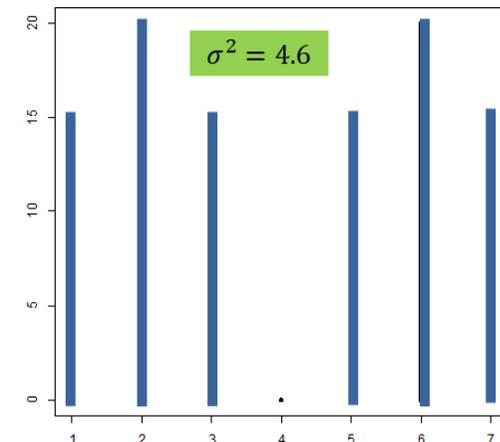

$$\bar{x}_n = 4$$

Tabella 2.12(a)



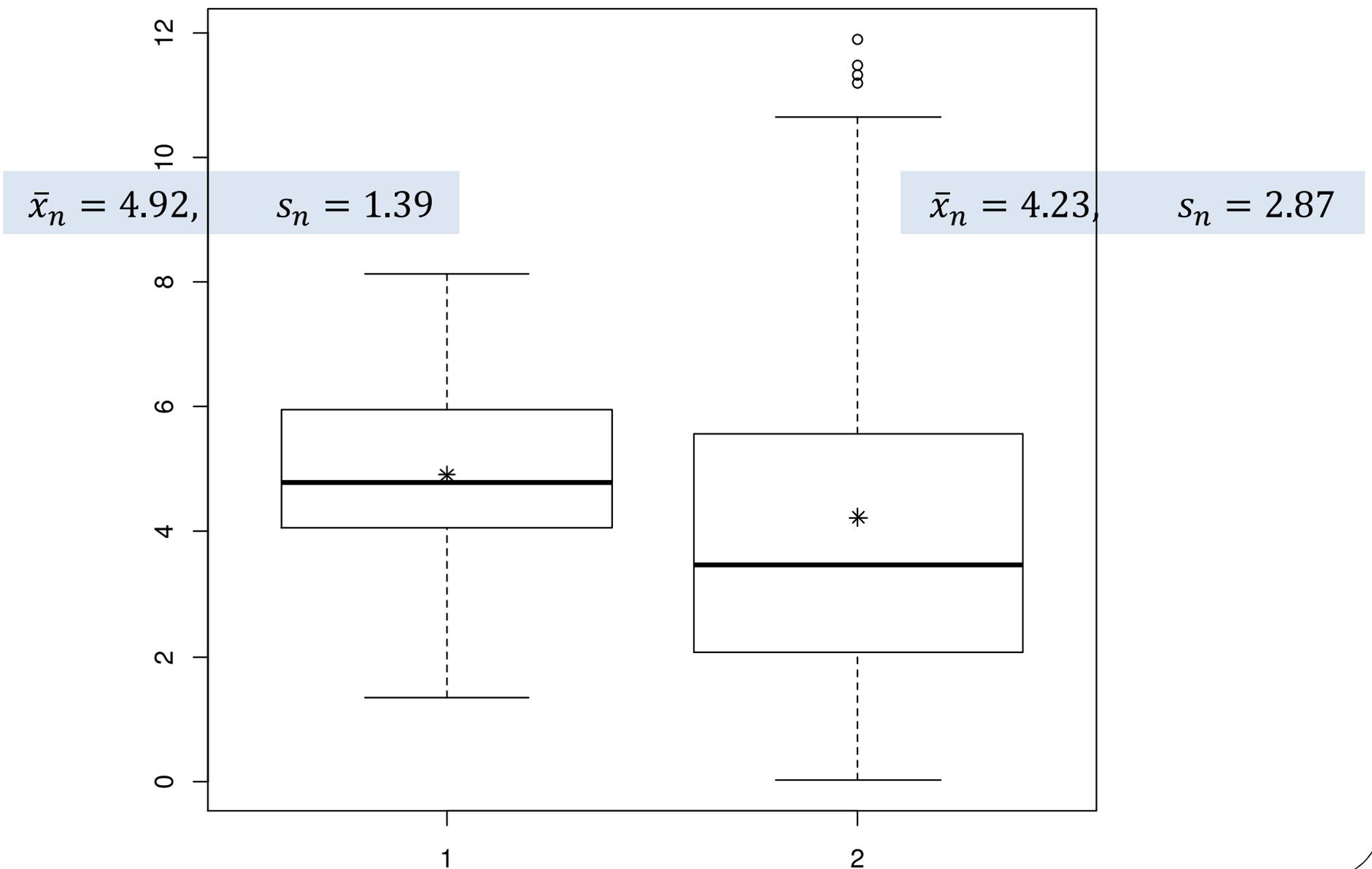
dati più frequenti **vicino a 4**

Tabella 2.12(b)

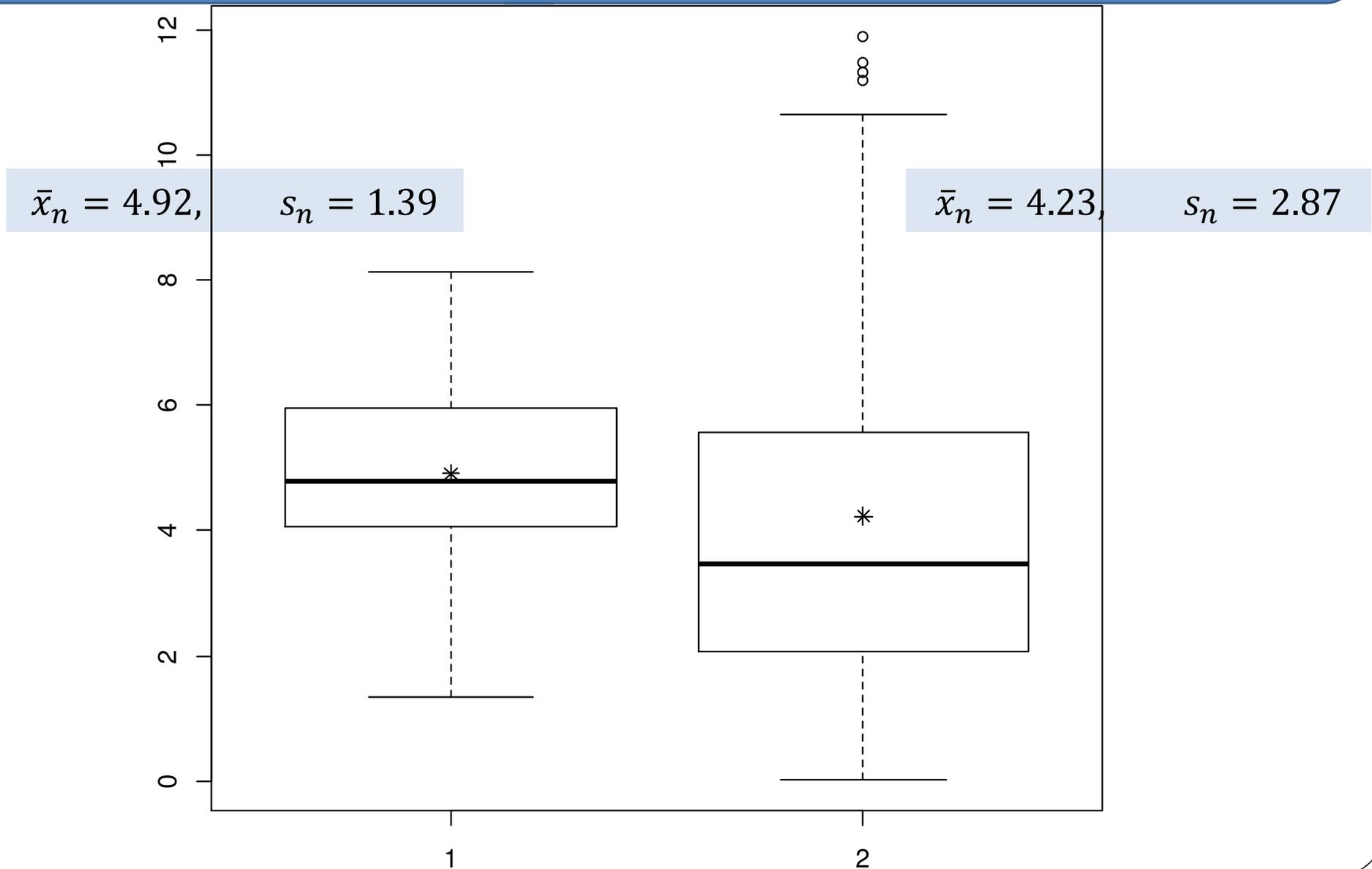


dati più frequenti **lontano da 4**

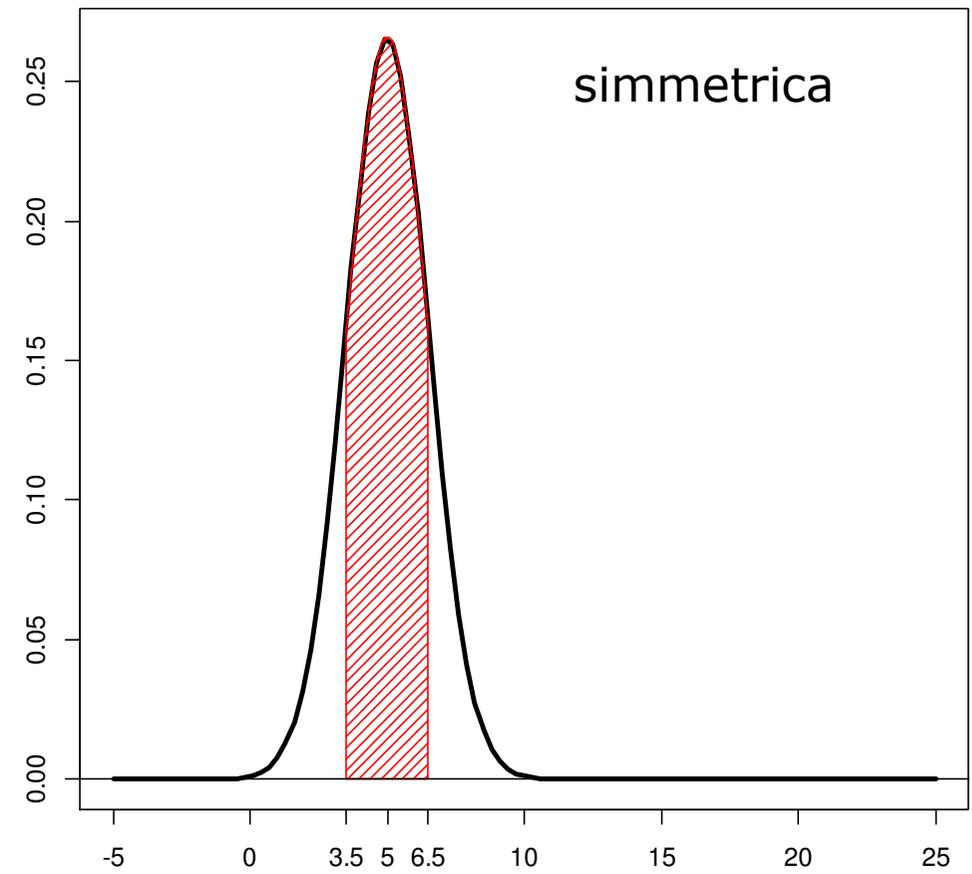
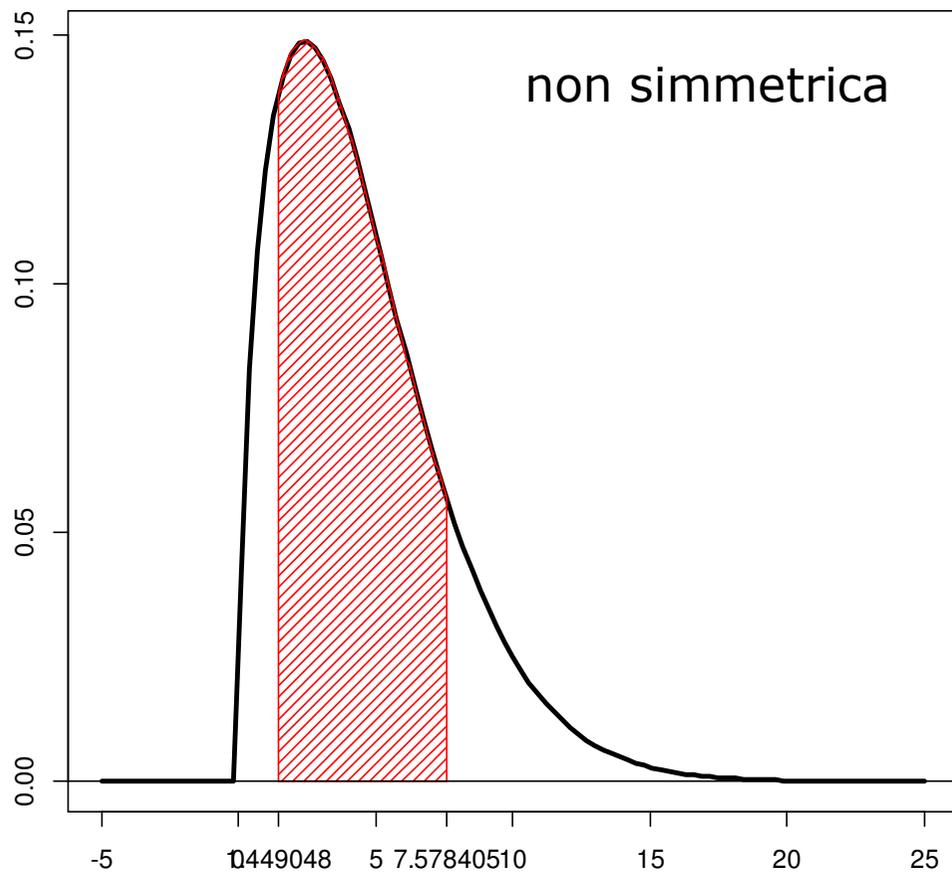
Sull'uso di $\bar{x}_n \mp s_n$



Per quale grafico $\bar{x}_n \mp s_n$ è rappresentativo della «posizione» dei dati?

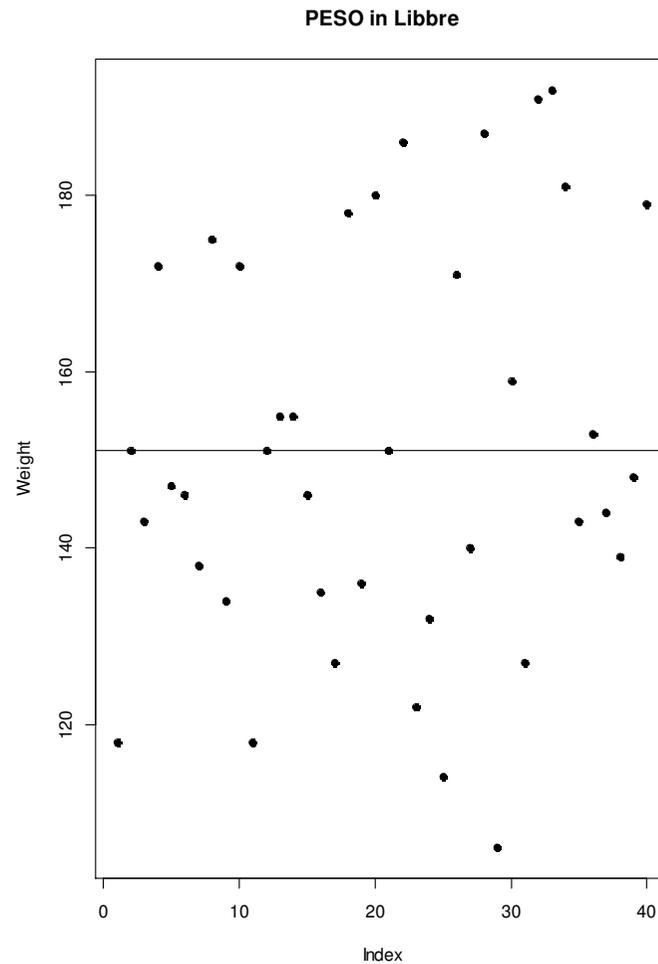


Sull'uso di $\bar{x}_n \mp s_n$



Il coefficiente di variazione

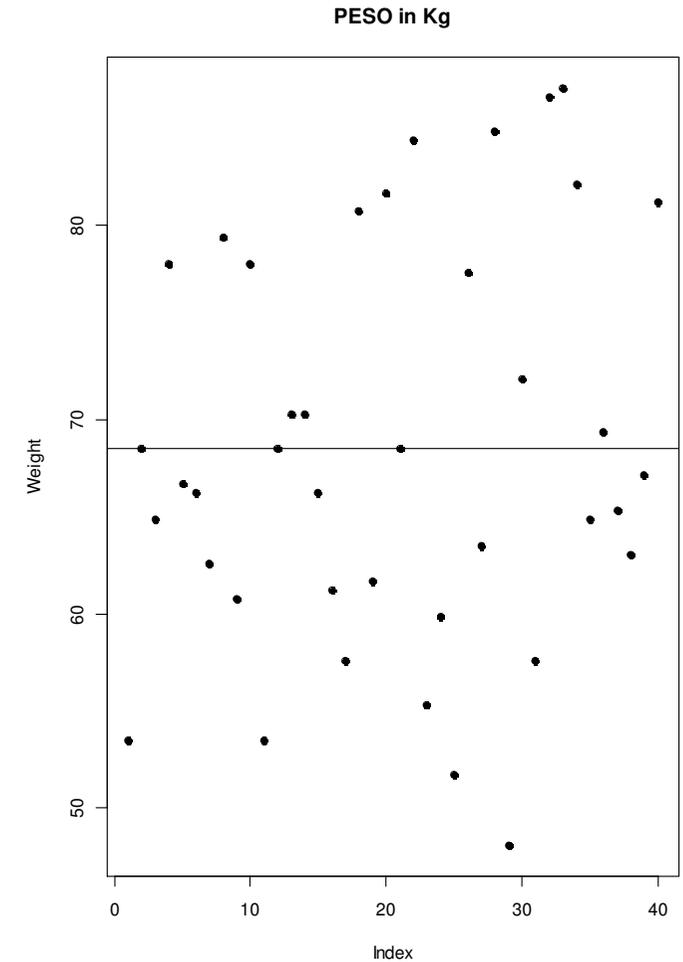
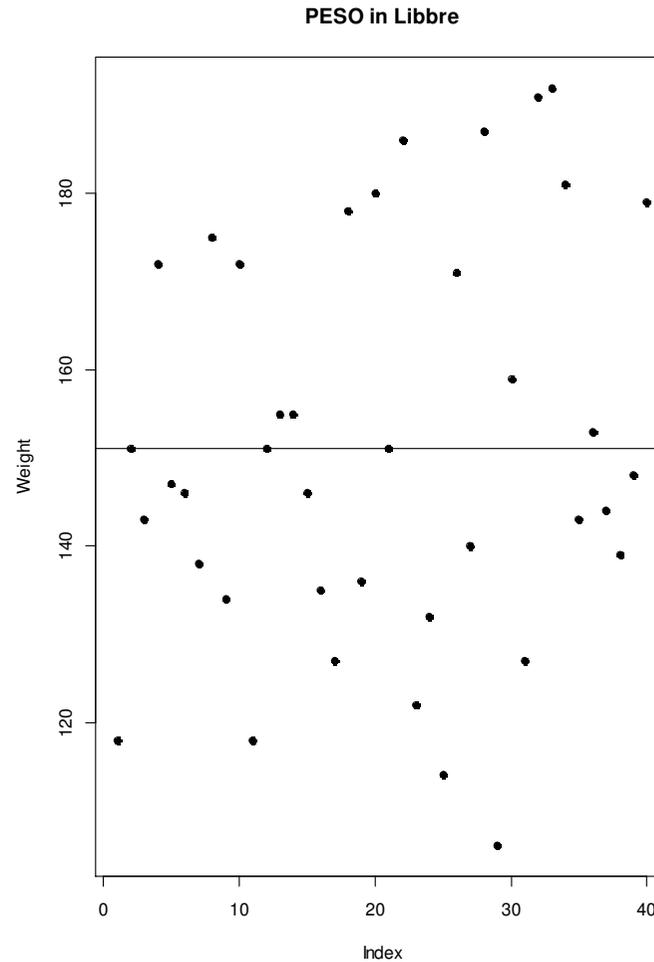
$s = 22.87$ libbre



Il coefficiente di variazione

$s = 22.87$ libbre

$s = 10.37$ Kg



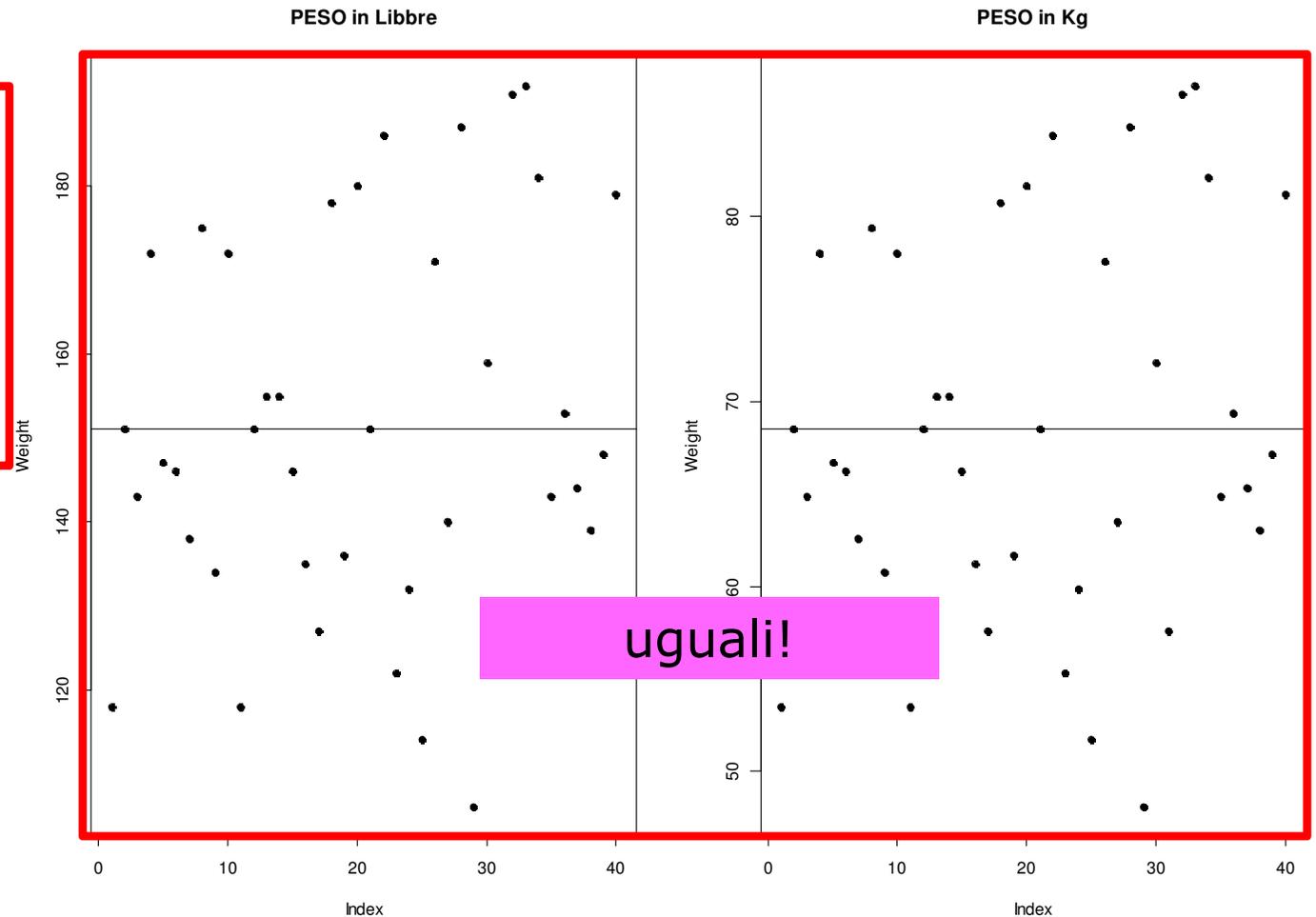
$$W_{Kg} = 0.45359237 \times W_L$$

Il coefficiente di variazione

$$s = 22.87 \text{ libbre}$$

diversi!

$$s = 10.37 \text{ Kg}$$

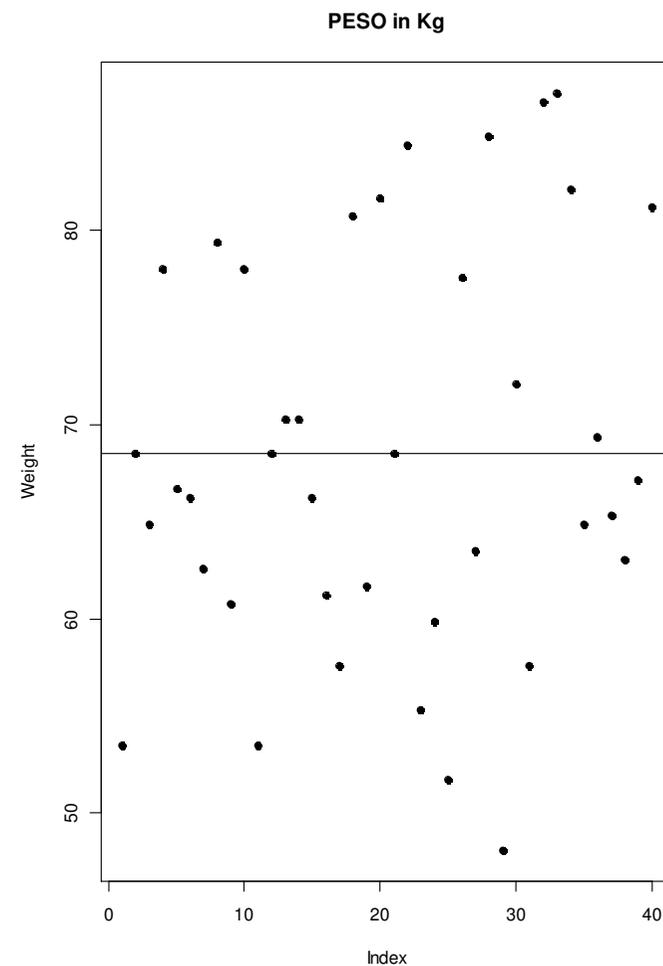
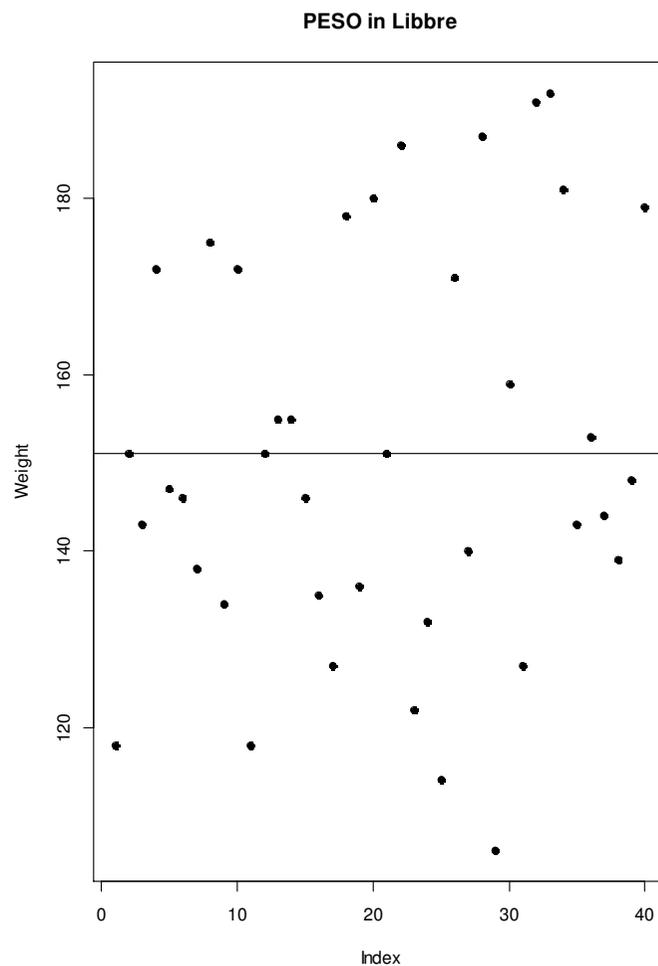


$$W_{Kg} = 0.45359237 \times W_L$$

Il coefficiente di variazione

$$\frac{\sigma}{|\mu|}$$

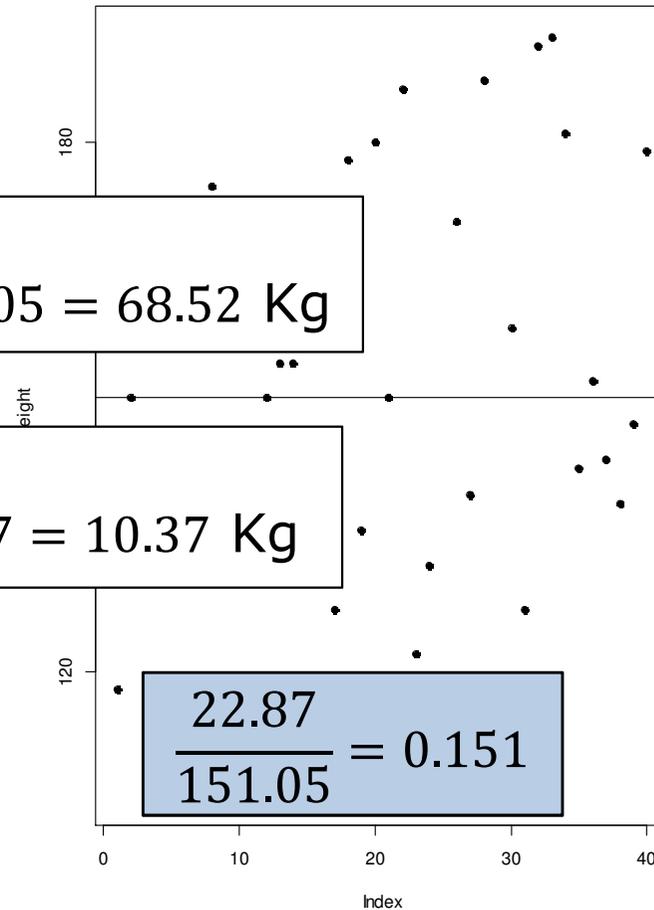
coeff. di variazione



$$W_{Kg} = 0.45359237 \times W_L$$

Il coefficiente di variazione

PESO in Libbre



$$\bar{W}_L = 151.05 \text{ libbre}$$

$$\bar{W}_{Kg} = 0.45359237 \times 151.05 = 68.52 \text{ Kg}$$

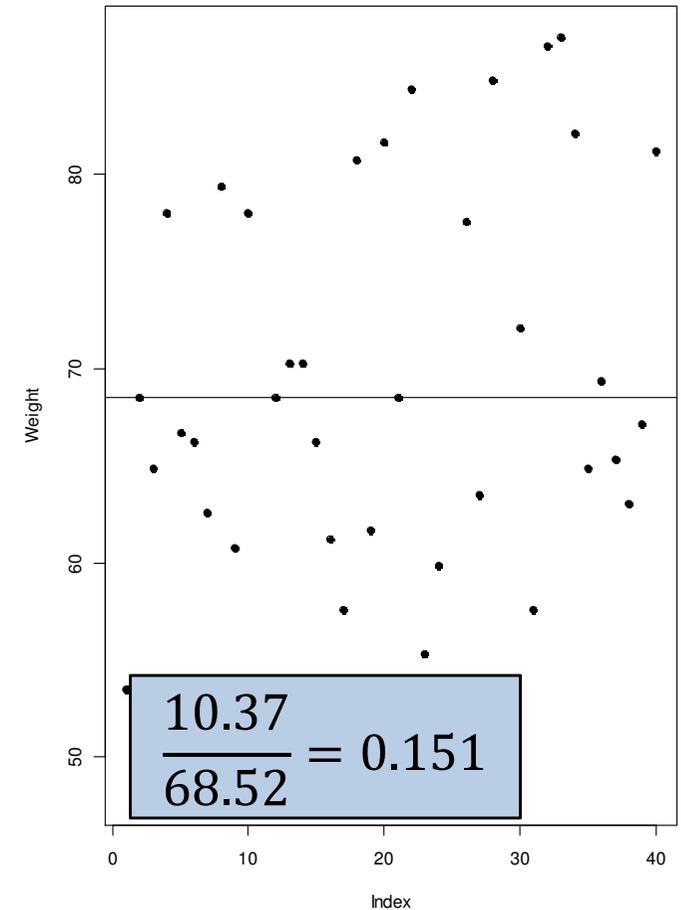
$$S_L = 22.87 \text{ libbre}$$

$$S_{Kg} = 0.45359237 \times 22.87 = 10.37 \text{ Kg}$$

$$\frac{s}{|\bar{x}|}$$

$$\frac{22.87}{151.05} = 0.151$$

PESO in Kg



$$\frac{10.37}{68.52} = 0.151$$

**coeff. di variazione
campionario**

$$W_{Kg} = 0.45359237 \times W_L$$

Il coefficiente di variazione

Es. 1 Livelli di colesterolo in due campioni, uno italiano (I) e uno tedesco (G):

$$\bar{x}_G = 210 \text{ mg/dl}, s_G = 30 \text{ mg/dl}$$

$$\bar{x}_I = 201 \text{ mg/dl}, s_I = 40 \text{ mg/dl}$$

Il coefficiente di variazione

Es. 1 Livelli di colesterolo in due campioni, uno italiano (I) e uno tedesco (G):

$$\bar{x}_G = 210 \text{ mg/dl}, s_G = 30 \text{ mg/dl} \quad \rightarrow \quad \frac{30}{210} = 0.143$$

$$\bar{x}_I = 201 \text{ mg/dl}, s_I = 40 \text{ mg/dl} \quad \rightarrow \quad \frac{40}{201} = 0.199$$



variabilità
maggiore nella
popolazione
Italiana, una
volta aggiustato
rispetto alla
media

Il coefficiente di variazione

Es. 1 Livelli di colesterolo in due campioni, uno italiano (I) e uno tedesco (G):

$$\bar{x}_G = 210 \text{ mg/dl}, s_G = 30 \text{ mg/dl} \quad \Rightarrow \quad \frac{30}{210} = 0.143$$

$$\bar{x}_I = 201 \text{ mg/dl}, s_I = 40 \text{ mg/dl} \quad \Rightarrow \quad \frac{40}{201} = 0.199$$



variabilità
maggiore nella
popolazione
Italiana, una
volta aggiustato
rispetto alla
media

Es. 2 Sulle stesse unità statistiche di cui ho misurato il peso ho misurato anche la dimensione del cervello (su una scala opportuna)

$$\bar{w} = 151.05 \text{ libbre}, s_w = 22.87 \text{ libbre}$$

$$\bar{b} = 908755 \dots, s_b = 71372.8 \text{ n. pixel in una risonanza magnetica}$$

Il coefficiente di variazione

Es. 1 Livelli di colesterolo in due campioni, uno italiano (I) e uno tedesco (G):

$$\bar{x}_G = 210 \text{ mg/dl}, s_G = 30 \text{ mg/dl} \quad \rightarrow \quad \frac{30}{210} = 0.143$$

$$\bar{x}_I = 201 \text{ mg/dl}, s_I = 40 \text{ mg/dl} \quad \rightarrow \quad \frac{40}{201} = 0.199$$

variabilità
maggiore nella
popolazione
Italiana, una
volta aggiustato
rispetto alla
media

Es. 2 Sulle stesse unità statistiche di cui ho misurato il peso ho misurato anche la dimensione del cervello (su una scala opportuna)

$$\bar{w} = 151.05 \text{ libbre}, s_w = 22.87 \text{ libbre}$$

$$\frac{22.87}{151.05} = 0.151$$

$$\bar{b} = 908755 \dots, s_b = 71372.8 \text{ n. pixel in una risonanza magnetica}$$

$$\frac{71372.8}{908755} = 0.078$$

Il coefficiente di variazione

Es. 1 Livelli di colesterolo in due campioni, uno italiano (I) e uno tedesco (G):

Normativa europea per la valutazione sensoriale degli oli extravergine d'oliva prevede, perché la valutazione sia considerata valida, un coeff. variazione robusto (mediana al posto della media) inferiore al 20%.
(M. MAGLI, Ibimet)

Es. 2 Sulle stesse unità statistiche di cui ho misurato il peso ho misurato anche la dimensione del cervello (su una scala opportuna)

$$\bar{w} = 151.05 \text{ libbre}, s_w = 22.87 \text{ libbre}$$

$$\frac{22.87}{151.05} = 0.151$$

$$\bar{b} = 908755 \dots, s_b = 71372.8 \text{ n. pixel in una risonanza magnetica}$$

$$\frac{71372.8}{908755} = 0.078$$

Rapporto di correlazione

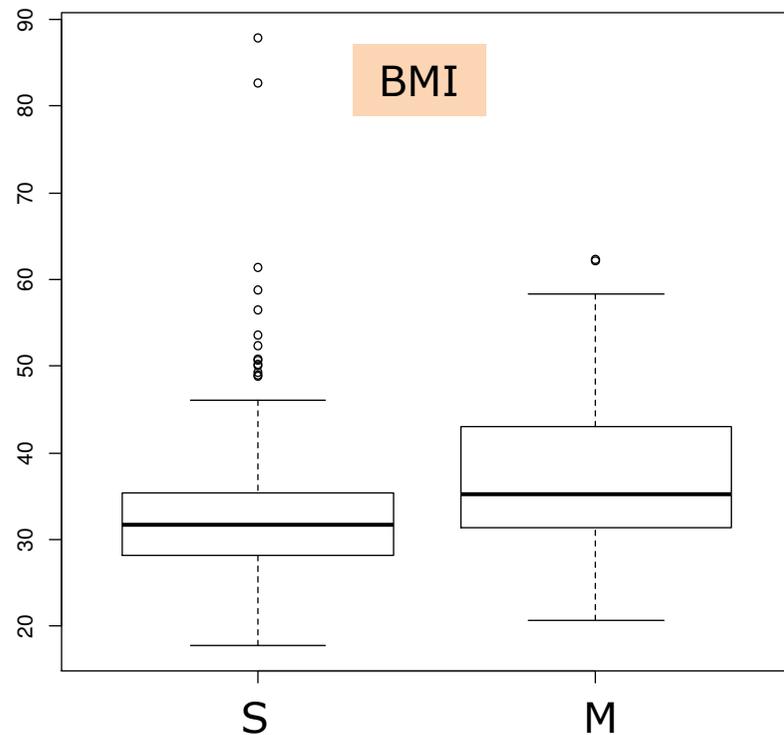
Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?

Rapporto di correlazione

Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?

$$\begin{aligned}n_S &= 392 \\ \bar{x}_S &= 32.76 \\ \sigma_S &= 7.38\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n_M &= 186 \\ \bar{x}_M &= 37.2 \\ \sigma_M &= 8.45\end{aligned}$$



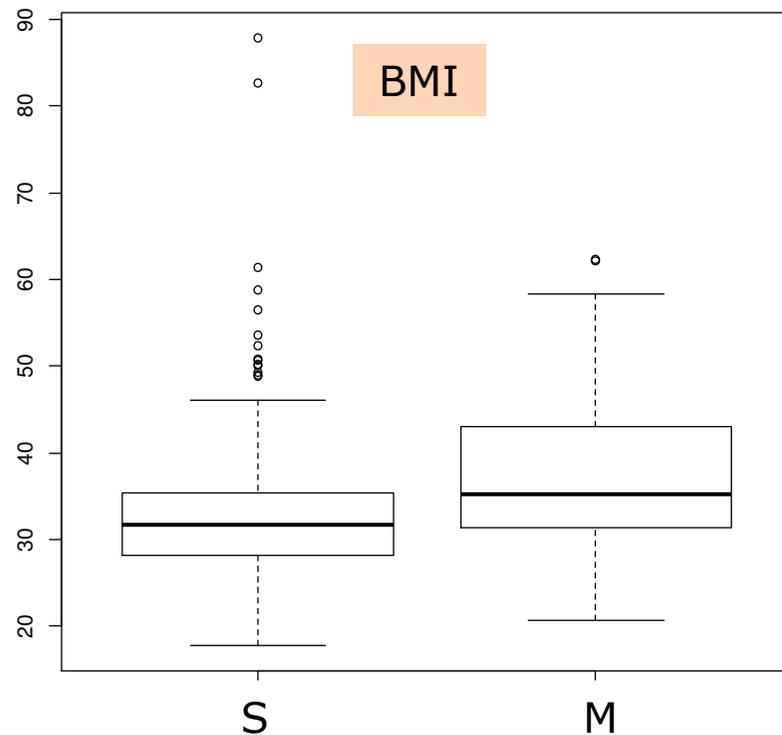
Rapporto di correlazione

Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?

$n_S = 392$
 $\bar{x}_S = 32.76$
 $\sigma_S = 7.38$

$n_M = 186$
 $\bar{x}_M = 37.2$
 $\sigma_M = 8.45$

Se BMI è **mediamente** maggiore tra i malati, possiamo dire che i dati sul BMI tendono ad essere **associati** con la malattia.

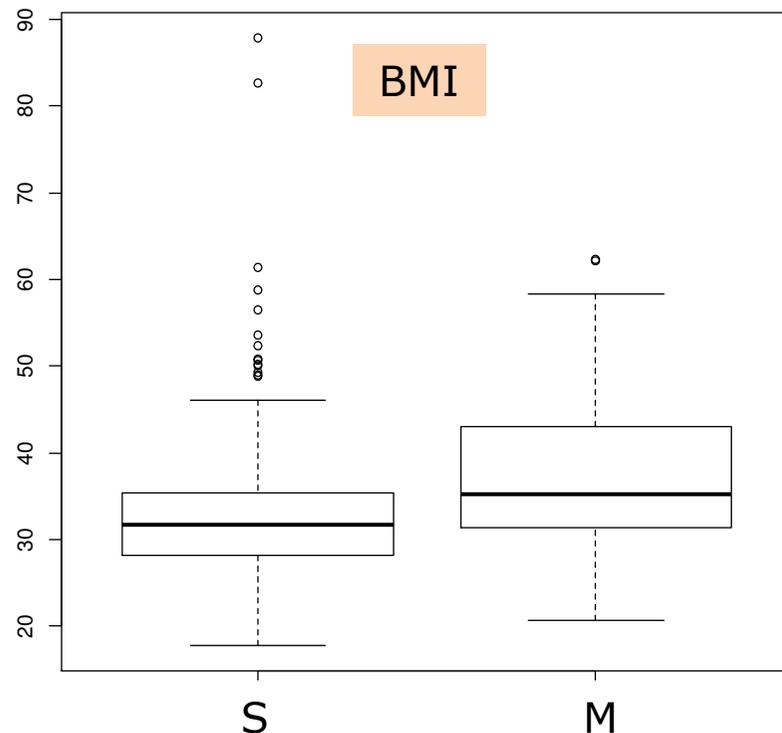


Rapporto di correlazione

Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?

$n_S = 392$
 $\bar{x}_S = 32.76$
 $\sigma_S = 7.38$

$n_M = 186$
 $\bar{x}_M = 37.2$
 $\sigma_M = 8.45$



Se BMI è **mediamente** maggiore tra i malati, possiamo dire che i dati sul BMI tendono ad essere **associati** con la malattia.

Confrontiamo le medie nei due gruppi (*medie condizionate*) tenendo conto della eventuale **diversa variabilità** (*varianze condizionate*) dei valori nei due gruppi.

Rapporto di correlazione

Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?

$$n_S = 392$$

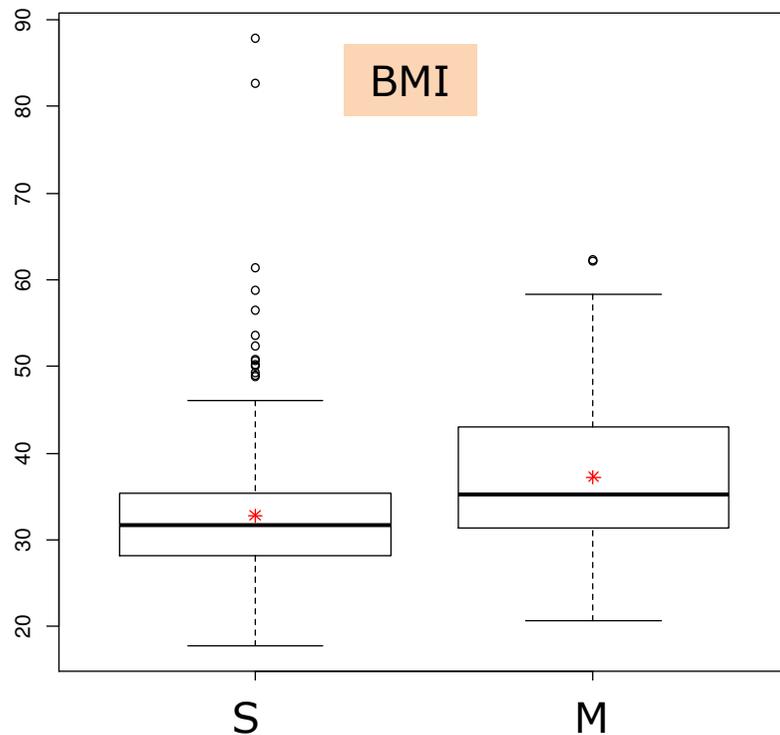
$$\bar{x}_S = 32.76$$

$$\sigma_S = 7.38$$

$$n_M = 186$$

$$\bar{x}_M = 37.2$$

$$\sigma_M = 8.45$$



Confrontiamo le medie nei due gruppi (*medie condizionate*) tenendo conto della eventuale **diversa variabilità** (*varianze condizionate*) dei valori nei due gruppi.

Rapporto di correlazione

Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?

$$n_S = 392$$

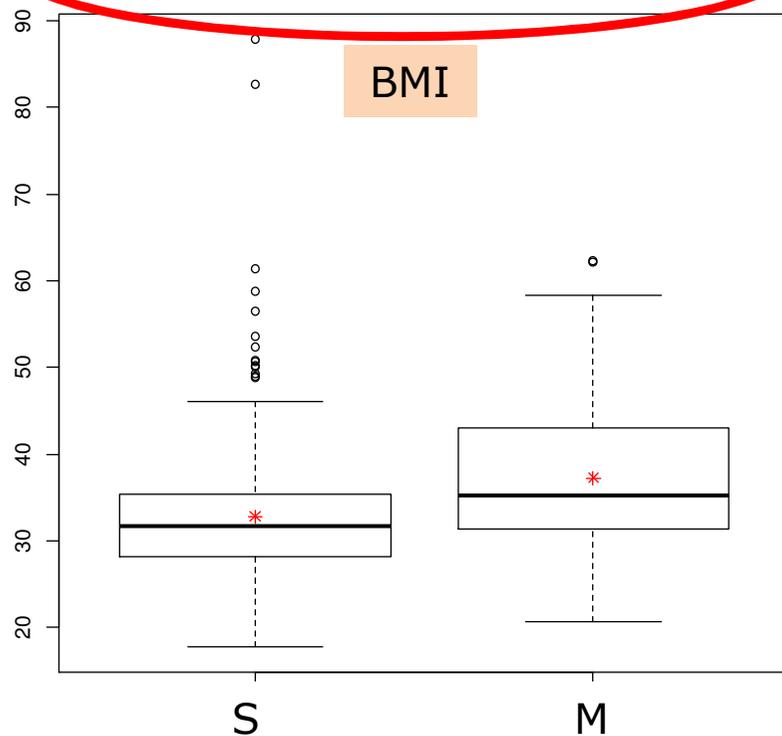
$$\bar{x}_S = 32.76$$

$$\sigma_S = 7.38$$

$$n_M = 186$$

$$\bar{x}_M = 37.2$$

$$\sigma_M = 8.45$$



Confrontiamo le medie nei due gruppi (*medie condizionate*) tenendo conto della eventuale **diversa variabilità** (*varianze condizionate*) dei valori nei due gruppi.

Rapporto di correlazione

Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?

Variabilità delle medie nei gruppi rispetto alla media totale

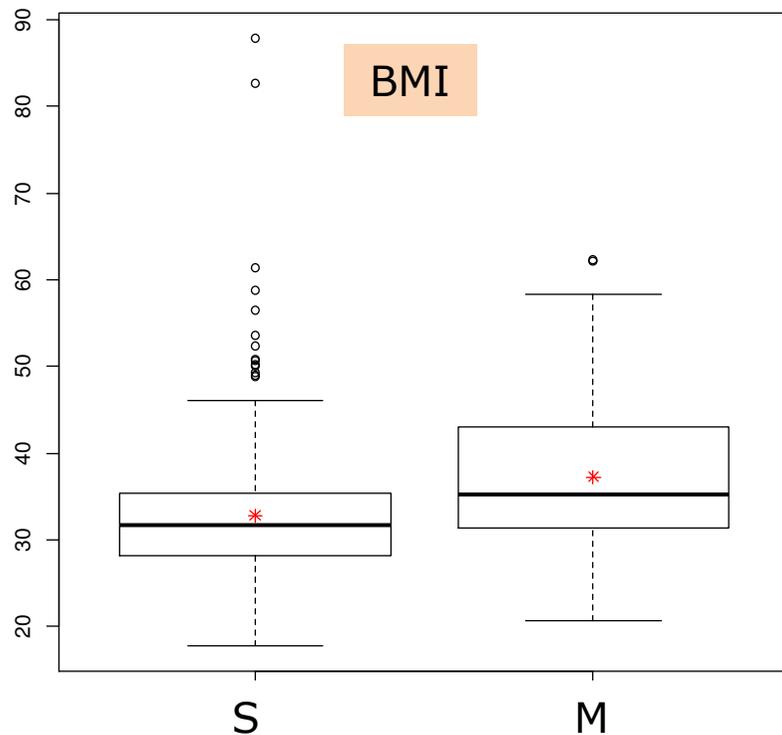
$n_S = 392$
 $\bar{x}_S = 32.76$
 $\sigma_S = 7.38$

$n_M = 186$
 $\bar{x}_M = 37.2$
 $\sigma_M = 8.45$

Variabilità totale

Varianza **between**

Varianza **between** + Varianza **within**



Rapporto di correlazione

Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?



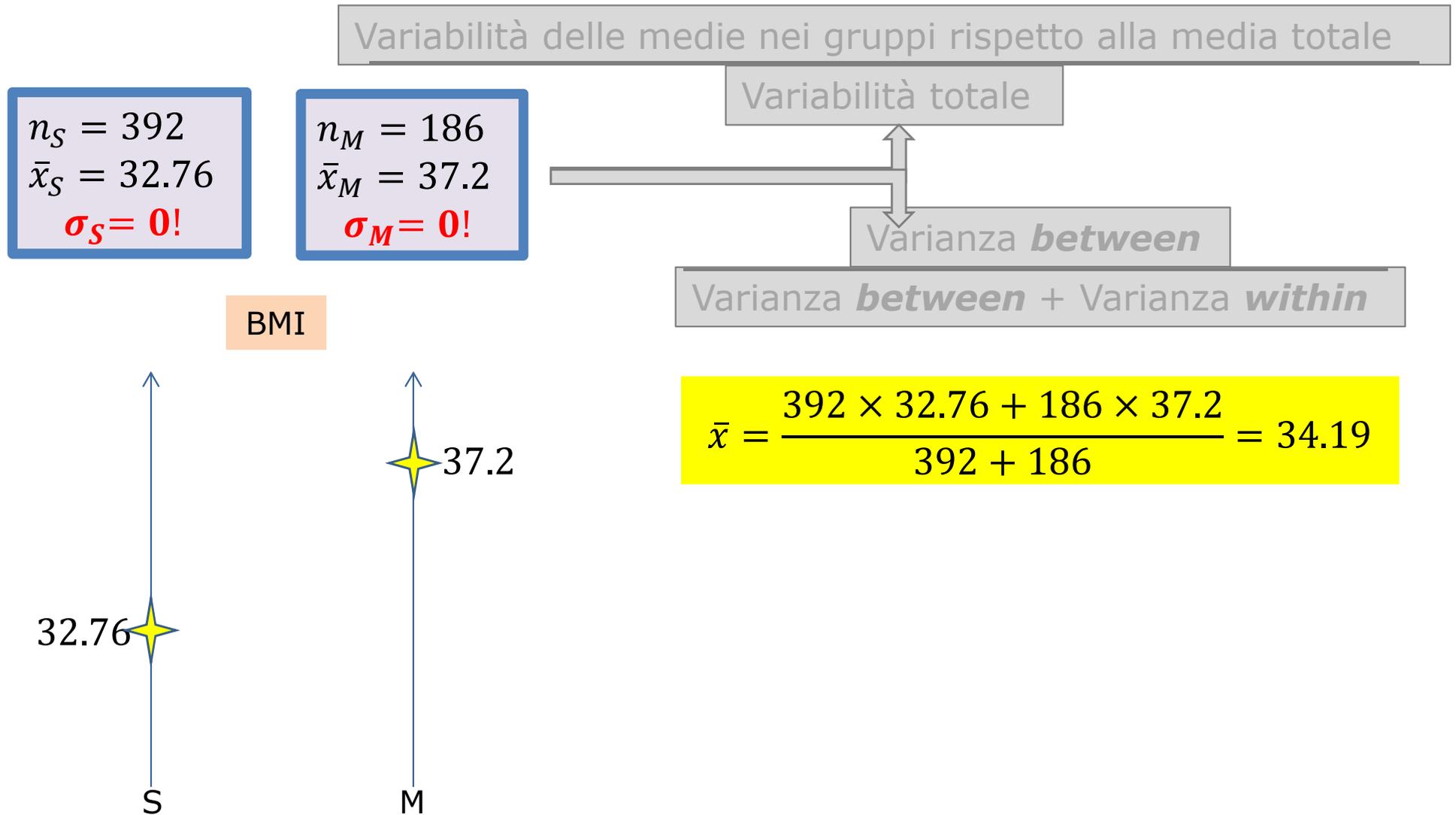
Rapporto di correlazione

Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?



Rapporto di correlazione

Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?



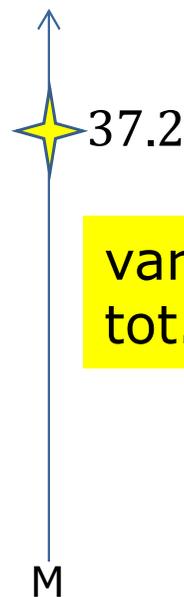
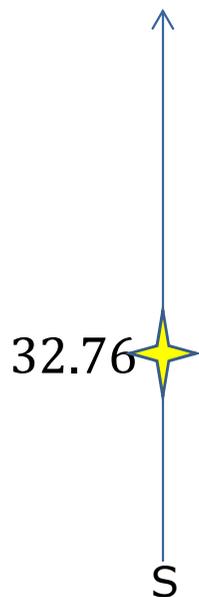
Rapporto di correlazione

Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?

$$\begin{aligned}n_S &= 392 \\ \bar{x}_S &= 32.76 \\ \sigma_S &= 0!\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n_M &= 186 \\ \bar{x}_M &= 37.2 \\ \sigma_M &= 0!\end{aligned}$$

BMI



Variabilità delle medie nei gruppi rispetto alla media totale

Variabilità totale

Varianza *between*

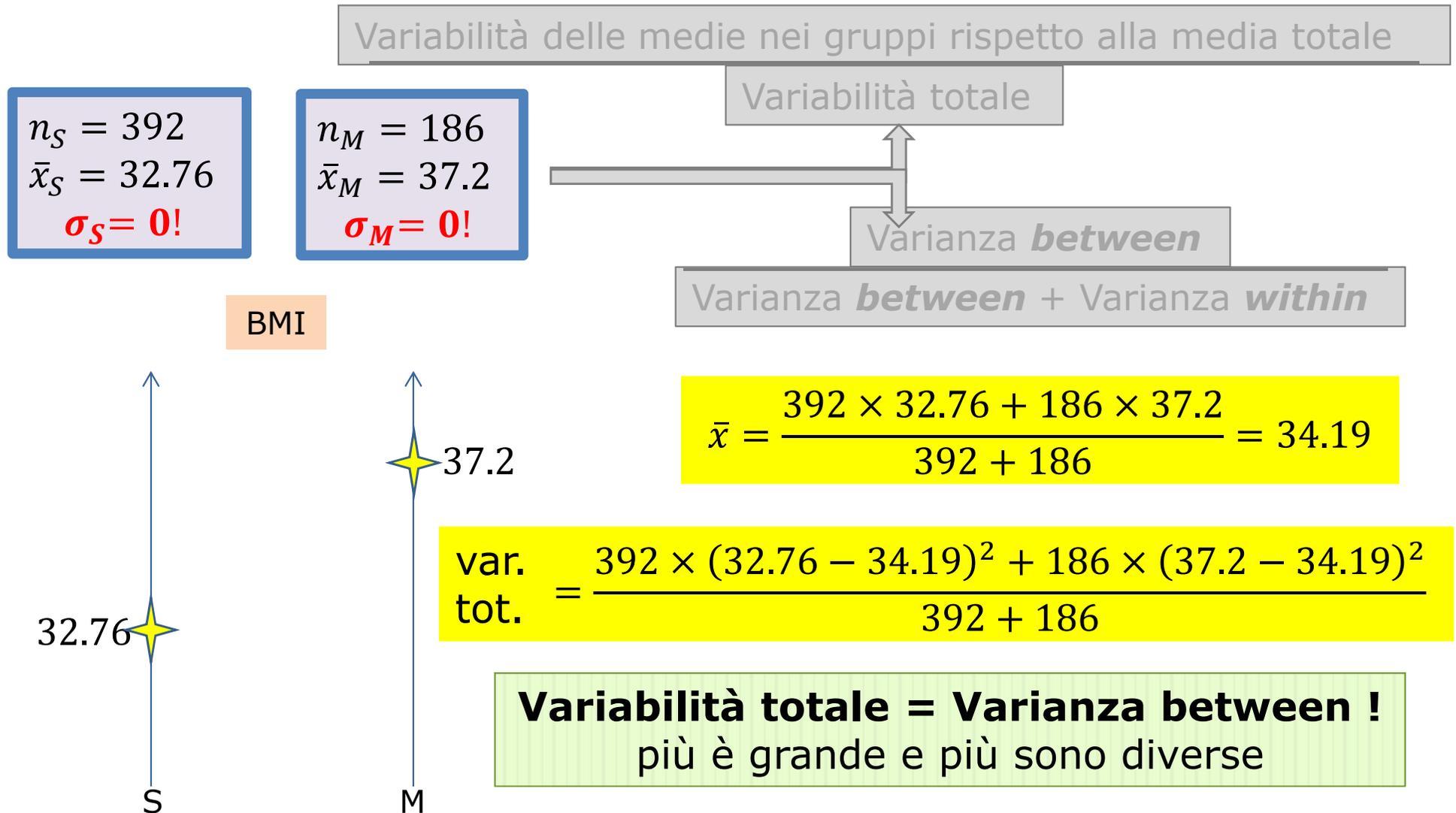
Varianza *between* + Varianza *within*

$$\bar{x} = \frac{392 \times 32.76 + 186 \times 37.2}{392 + 186} = 34.19$$

$$\text{var. tot.} = \frac{392 \times (32.76 - 34.19)^2 + 186 \times (37.2 - 34.19)^2}{392 + 186}$$

Rapporto di correlazione

Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?



Rapporto di correlazione

Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?

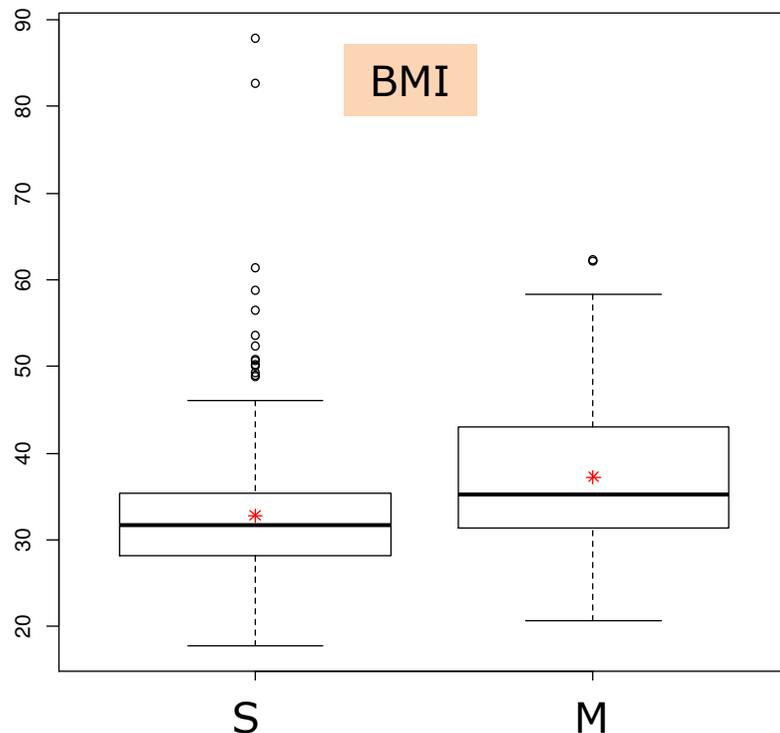
Variabilità delle medie nei gruppi rispetto alla media totale

Variabilità totale

$n_S = 392$	$n_M = 186$
$\bar{x}_S = 32.76$	$\bar{x}_M = 37.2$
$\sigma_S = 7.38$	$\sigma_M = 8.45$

Varianza **between**

Varianza **between** + Varianza **within**



$$\frac{n_M}{n} (\bar{x}_M - \bar{x})^2 + \frac{n_F}{n} (\bar{x}_F - \bar{x})^2$$

\bar{x} = media complessiva

Rapporto di correlazione

Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?

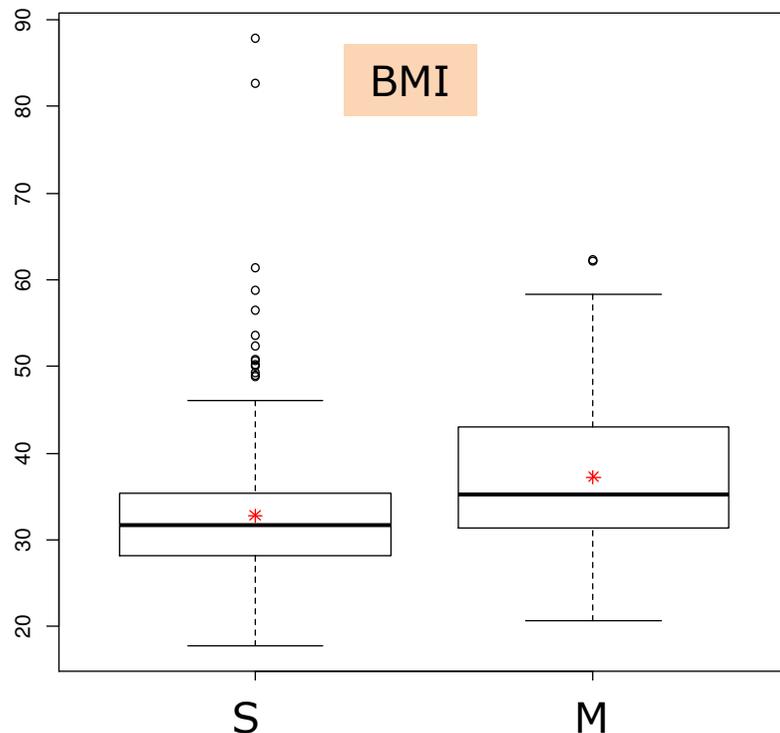
Variabilità delle medie nei gruppi rispetto alla media totale

Variabilità totale

$$\begin{array}{ll} n_S = 392 & n_M = 186 \\ \bar{x}_S = 32.76 & \bar{x}_M = 37.2 \\ \sigma_S = 7.38 & \sigma_M = 8.45 \end{array}$$

Varianza **between**

Varianza **between** + Varianza **within**



$$\frac{n_M}{n} (\bar{x}_M - \bar{x})^2 + \frac{n_F}{n} (\bar{x}_F - \bar{x})^2$$

$$\bar{x} = \frac{392 \times 32.76 + 186 \times 37.2}{392 + 186} = 34.19$$

$$\frac{392}{392 + 186} (32.76 - 34.19)^2 + \frac{186}{392 + 186} (37.2 - 34.19)^2$$

Rapporto di correlazione

Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?

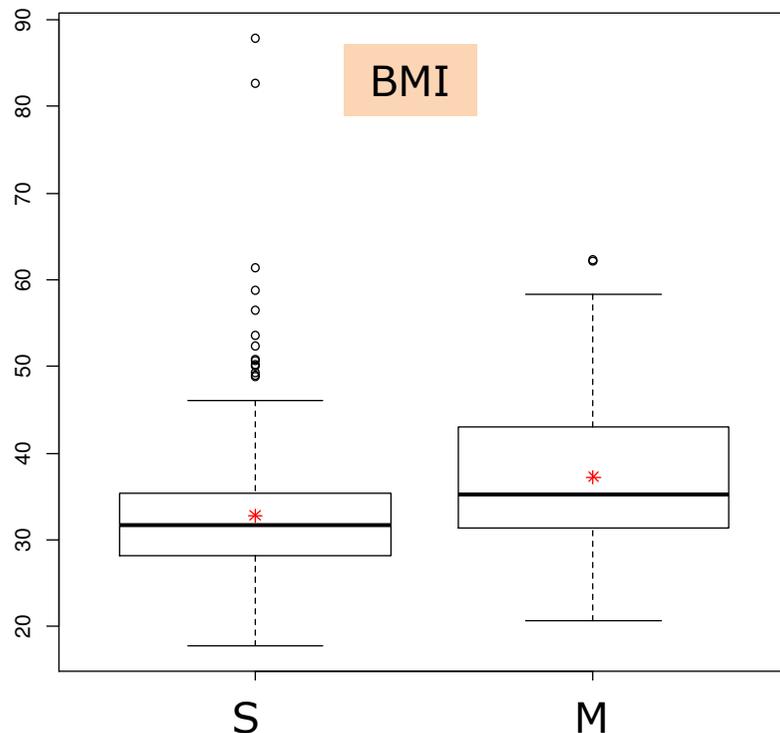
Variabilità delle medie nei gruppi rispetto alla media totale

Variabilità totale

$$\begin{array}{ll} n_S = 392 & n_M = 186 \\ \bar{x}_S = 32.76 & \bar{x}_M = 37.2 \\ \sigma_S = 7.38 & \sigma_M = 8.45 \end{array}$$

Varianza **between**

Varianza **between** + Varianza **within**



$$\frac{n_M}{n} (\bar{x}_M - \bar{x})^2 + \frac{n_F}{n} (\bar{x}_F - \bar{x})^2 = 4.30$$

$$\bar{x} = \frac{392 \times 32.76 + 186 \times 37.2}{392 + 186} = 34.19$$

$$\frac{392}{392 + 186} (32.76 - 34.19)^2 + \frac{186}{392 + 186} (37.2 - 34.19)^2$$

Rapporto di correlazione

Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?

Variabilità delle medie nei gruppi rispetto alla media totale

$n_S = 392$	$n_M = 186$
$\bar{x}_S = 32.76$	$\bar{x}_M = 37.2$
$\sigma_S = 7.38$	$\sigma_M = 8.45$

Variabilità totale $= \frac{1}{n_M + n_F} \sum (x_i - \bar{x})^2$

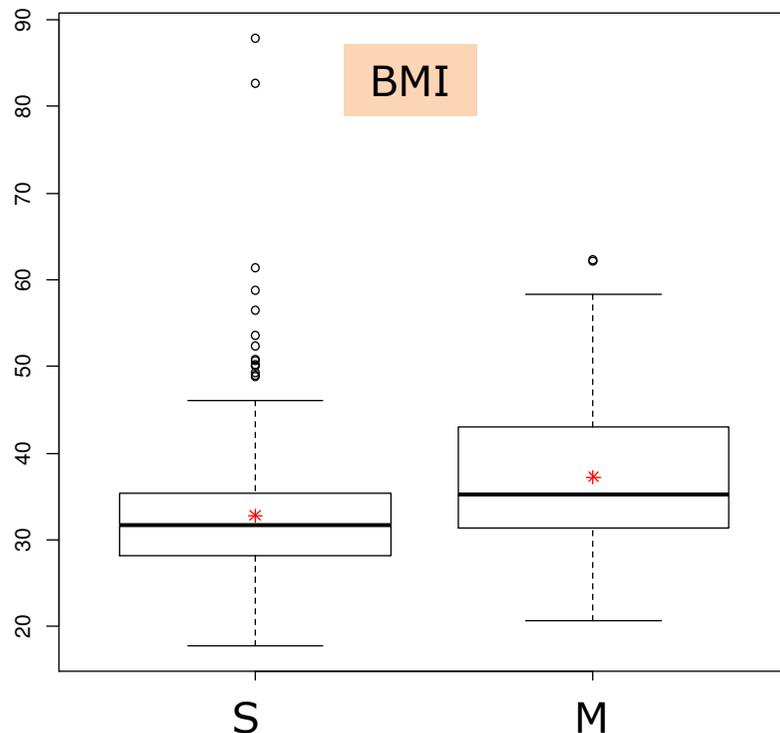
Varianza **between**

Varianza **between** + Varianza **within**

$$\frac{n_M}{n} (\bar{x}_M - \bar{x})^2 + \frac{n_F}{n} (\bar{x}_F - \bar{x})^2$$

$$\frac{n_M}{n} \times \sigma^2_M + \frac{n_F}{n} \times \sigma^2_F$$

$$\frac{392}{392 + 186} 7.38^2 + \frac{186}{392 + 186} 8.45^2 = 59.91$$



Rapporto di correlazione

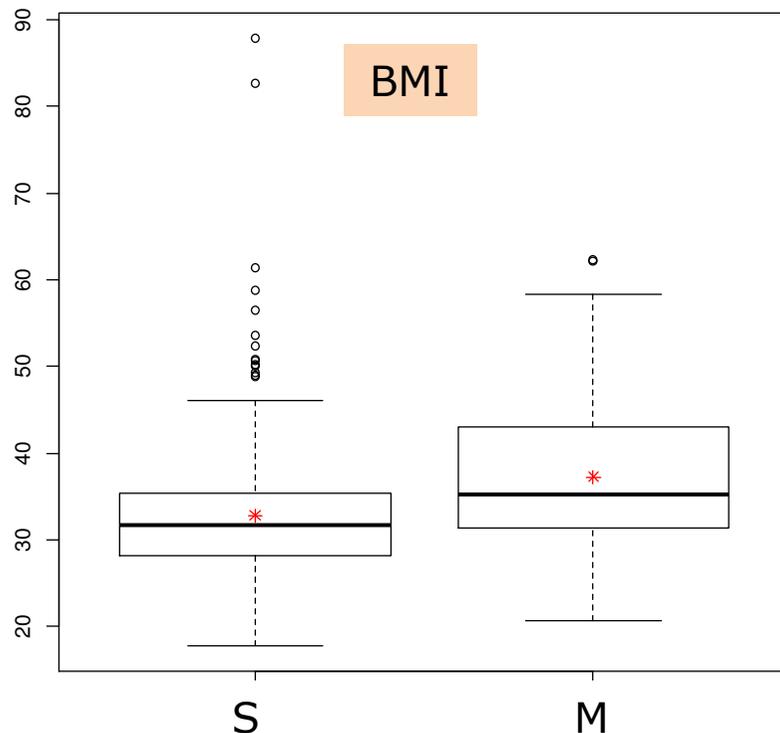
Il peso è lo stesso tra i malati ed i non malati di una certa patologia?

Variabilità delle medie nei gruppi rispetto alla media totale

Variabilità totale

$$\begin{aligned}n_S &= 392 \\ \bar{x}_S &= 32.76 \\ \sigma_S &= 7.38\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n_M &= 186 \\ \bar{x}_M &= 37.2 \\ \sigma_M &= 8.45\end{aligned}$$



Varianza **between**

Varianza **between** + Varianza **within**



$$\eta^2 = \frac{4.30}{4.30 + 59.91} = 0.067$$

$$0 \leq \eta^2 \leq 1$$

Analisi della varianza

K gruppi di dati, anche di diverse numerosità: n_1, \dots, n_K

\bar{x}_i e σ^2_i media e varianza distorta(!) nel gruppo i -mo

media totale:

$$\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + \dots + n_K \bar{x}_K}{n_1 + \dots + n_K}$$

varianza totale:

$$\sigma^2 = \sigma_W^2 + \sigma_B^2$$

*media pesata
delle varianze
nei gruppi*

(per $K=2$, è un punto
interno, cioè *within*)

$$\sigma_W^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1, \dots, K} n_i \sigma^2_i$$

Within

Between

$$\sigma_B^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1, \dots, K} n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$

l'analisi della varianza
riguarda le **medie!**

Variabilità delle medie nei
gruppi rispetto alla
media totale

normale formula della
varianza, ottenuta *come se*
tutti i dati in ciascun
gruppo coincidessero con la
media nel gruppo: *varianza
delle medie*

è piccola se le \bar{x}_i **non** sono
molto diverse tra di loro

Analisi della varianza

K gruppi di dati, anche di diverse numerosità: n_1, \dots, n_K

\bar{x}_i e σ_i^2 media e varianza distorta(!) nel gruppo i -mo

l'analisi della varianza riguarda le **medie!**

media totale:

$$\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + \dots + n_K \bar{x}_K}{n_1 + \dots + n_K}$$

Variabilità delle medie nei **gruppi** rispetto alla **media totale**

varianza totale:

$$\sigma^2 = \sigma_W^2 + \sigma_B^2$$

normale formula della varianza, ottenuta *come se* tutti i dati in ciascun gruppo coincidessero con la media nel gruppo: *varianza delle medie*

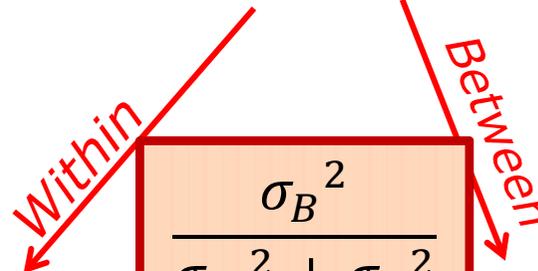
media pesata delle varianze nei gruppi

(per $K=2$, è un punto interno, cioè *within*)

$$\sigma_W^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1, \dots, K} n_i \sigma_i^2$$

$$\frac{\sigma_B^2}{\sigma_W^2 + \sigma_B^2}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1, \dots, K} n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$



è piccola se le \bar{x}_i **non** sono molto diverse tra di loro