PROBABILITA'

Dipendenza ed indipendenza

Estrazioni
senza reimmissione

DIPENDENZA

INDIPENDENZA

Estrazioni
con reimmissione
o **lancio di** (dadi/monete)

Dipendenza ed indipendenza

Estrazioni
senza reimmissione

DIPENDENZA

estendiamo!

INDIPENDENZA

Estrazioni
con reimmissione
o **lancio di** (dadi/monete)

Dipendenza ed indipendenza

	Test farmacia	
Realtà	Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza)
Incinta	80	5
Non incinta	3	11

Dipendenza ed indipendenza

	Test farmacia	
Realtà	Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza)
Incinta	80	5
Non incinta	3	11

MEGLIO L'INDIPENDENZA
O LA DIPENDENZA
TRA L'ESITO DELLE DUE
DIAGNOSI?

Dipendenza ed indipendenza

	Test farmacia	
Realtà	Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza)
Incinta	80	5
Non incinta	3	11

Campione di 99 donne. Scegliendo **a caso** una donna nel campione, qual è la prob. che **il test sia positivo**?

Dipendenza ed indipendenza

	Test farmacia	
Realtà	Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza)
Incinta	80	5
Non incinta	3	11

Campione di 99 donne. Scegliendo **a caso** una donna nel campione, qual è la prob. che **il test sia positivo**?

$$\frac{\mathbf{80+3}}{99} = 0.838$$

ogni donna delle 99 ha la stessa probabilità di essere estratta di qualunque altra

Dipendenza ed indipendenza

	Test farmacia	
Realtà	Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza)
Incinta	80	5
Non incinta	3	11

Campione di 99 donne. Scegliendo a caso una donna nel campione, qual è la prob. che **sia incinta**?

$$\frac{\mathbf{80+5}}{99} = 0.858$$

Dipendenza ed indipendenza

	Test farmacia	
Realtà	Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza)
Incinta	80	5
Non incinta	3	11

Campione di 99 donne. Scegliendo a caso una donna nel campione, qual è la prob. che **sia incinta e che il test sia positivo**?

$$\frac{\mathbf{80}}{99} = 0.808$$

Dipendenza ed indipendenza

	Test farmacia	
Realtà	Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza)
Incinta	80	5
Non incinta	3	11

Campione di 99 donne. Scegliendo a caso una donna nel campione, qual è la prob. **che sia incinta sapendo che il test è positivo**?

Dipendenza ed indipendenza

	Test farmacia	
Realtà	Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza)
Incinta	80	5
Non incinta	3	11

Campione di 99 donne. Scegliendo a caso una donna nel campione, qual è la prob. **che sia incinta sapendo che il test è positivo**?

$$\frac{\mathbf{80}}{\mathbf{83}} = 0.964$$

Dipendenza ed indipendenza

	Test farmacia	
Realtà	Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza)
Incinta	80	5
Non incinta	3	11

Campione di 99 donne. Scegliendo a caso una donna nel campione, qual è la prob. **che sia incinta sapendo che il test è positivo**?

$$\frac{80/99}{83/99} = \frac{80}{83} = 0.964$$

$$\frac{\text{P(che una donna sia incinta \& abbia test positivo)}}{\text{P(che una donna abbia test positivo)}}$$

Dipendenza ed indipendenza

	Test farmacia	
Realtà	Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza)
Incinta	80	5
Non incinta	3	11

Campione di 99 donne. Scegliendo a caso una donna nel campione, qual è la prob. **che sia incinta sapendo che il test è positivo**?

$$\frac{80}{83} = \mathbf{0.964} > \mathbf{0.858} = \frac{85}{99}$$ prob. che sia incinta

Dipendenza ed indipendenza

	Test farmacia	
Realtà	Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza)
Incinta	80	5
Non incinta	3	11

Campione di 99 donne. Scegliendo a caso una donna nel campione, qual è la prob. **che sia incinta sapendo che il test è positivo**?

$$\frac{80}{83} = 0.964 > 0.858 = \frac{85}{99}$$ (prob. che sia incinta)

prob. ***a posteriori***

prob. ***a priori***

Dipendenza ed indipendenza

	Test farmacia	
Realtà	Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza)
Incinta	80	5
Non incinta	3	11

Campione di 99 donne. Scegliendo a caso una donna nel campione, qual è la prob. **che il test sia positivo sapendo che è incinta**?

$$\frac{\mathbf{80}}{\mathbf{85}} = 0.941 > 0.838$$ (prob. che test +)

prob. ***a posteriori***

prob. ***a priori***

Dipendenza ed indipendenza

	Test positivo (gravidanza)	**Test negativo** (no gravidanza)	**Marginale gravidanza**
Incinta	80	5	**85**
Non incinta	3	11	14
Marginale test	**83**	16	*99*

Prob. che donna sia incinta

$$\frac{\mathbf{80+5}}{99} = 0.858$$

prob. ***a priori***

Dipendenza ed indipendenza

	Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza)	Marginale gravidanza
Incinta	80	5	**85**
Non incinta	3	11	14
Marginale test	**83**	16	99

Prob. che donna sia incinta sapendo che il test è positivo

$$\frac{\mathbf{80}}{\mathbf{83}} = 0.964 \neq 0.858$$

prob. ***a posteriori***

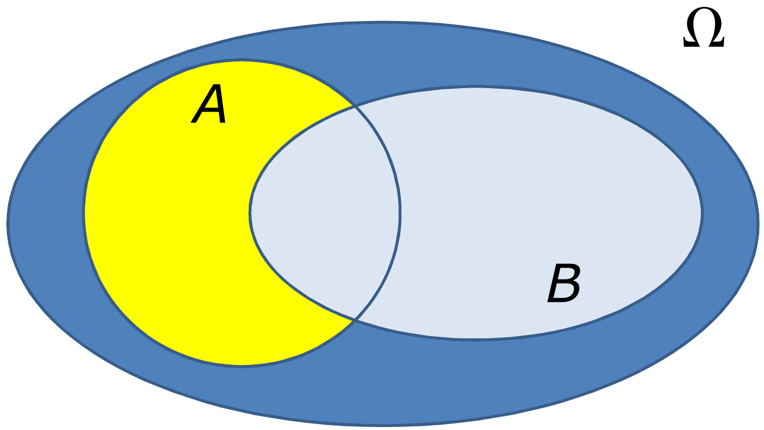
Prob. che donna sia incinta

$$\frac{\mathbf{80+5}}{99} = 0.858$$

prob. ***a priori***

La probabilità condizionata

A = evento che ci interessa
B = evento "collegato", $P(B) \neq 0$

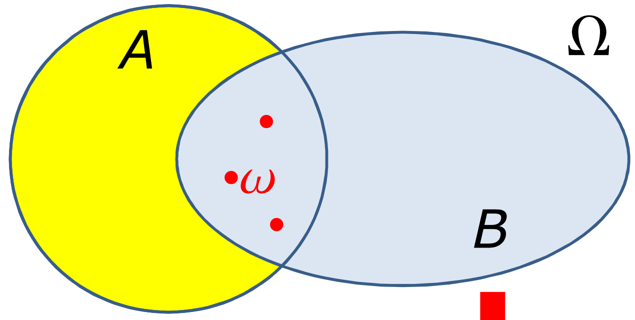


Probabilità condizionata:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

La probabilità condizionata

A = evento che ci interessa
B = evento "collegato", $P(B) \neq 0$



B=spazio degli esiti

Probabilità condizionata:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{80}{83} = \frac{80/99}{83/99}$$

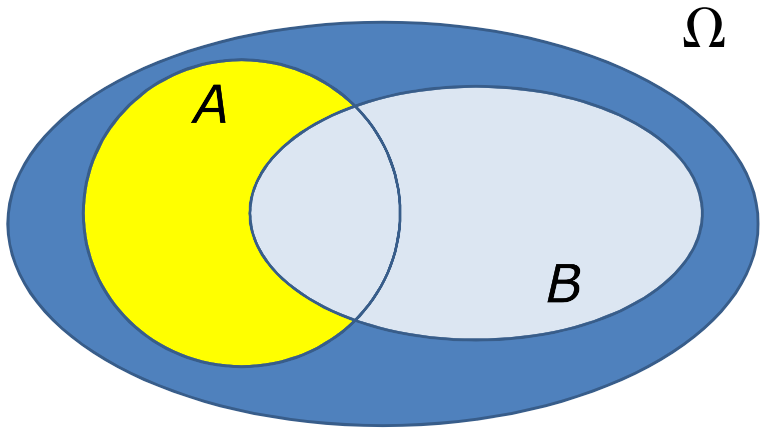
B

A

	Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza)	
Incinta	80	5	**85**
Non incinta	3	11	14
	83	16	99

La probabilità condizionata

A = evento che ci interessa
B = evento "collegato", $P(B) \neq 0$



Probabilità condizionata:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Gli eventi A e B si definiscono (*stocasticamente*) **indipendenti** se

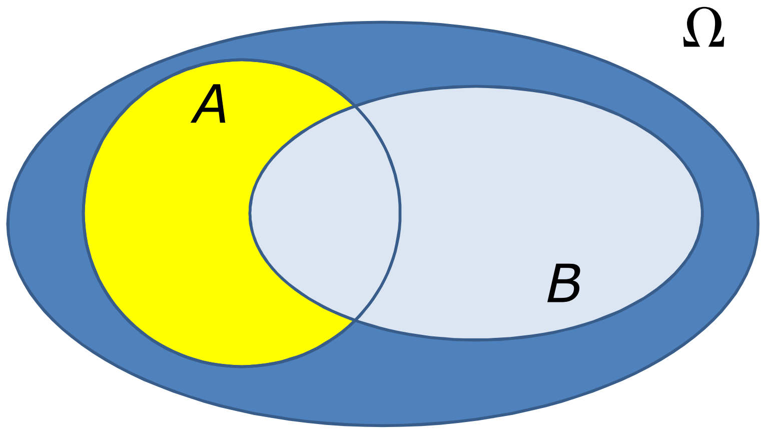
$$P(A|B) = P(A)$$

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B)}$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = P(B)$$

P(A|B) non coincide con P(B|A)

La probabilità condizionata



A = evento che ci interessa
B = evento "collegato", $P(B) \neq 0$

Probabilità condizionata:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

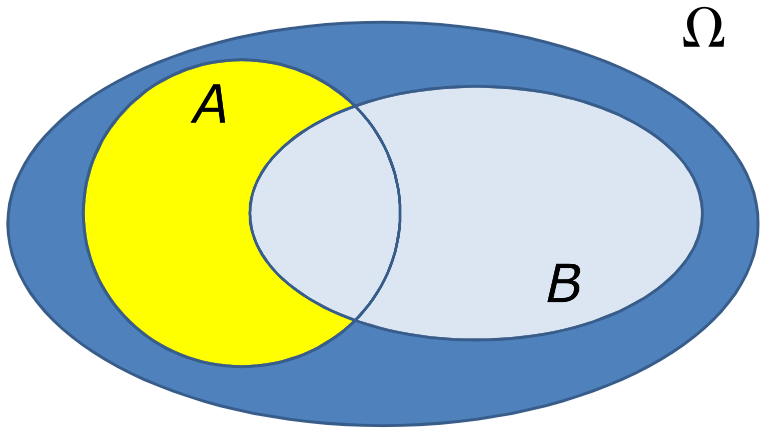
Gli eventi A e B si definiscono (*stocastacamente*) **indipendenti** se

$$P(A|B) = P(A)$$

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B)}$$

La probabilità condizionata

A = evento che ci interessa
B = evento "collegato", P(B) ≠ 0



Probabilità condizionata:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Gli eventi A e B si definiscono (*stocasticamente*) **indipendenti** se

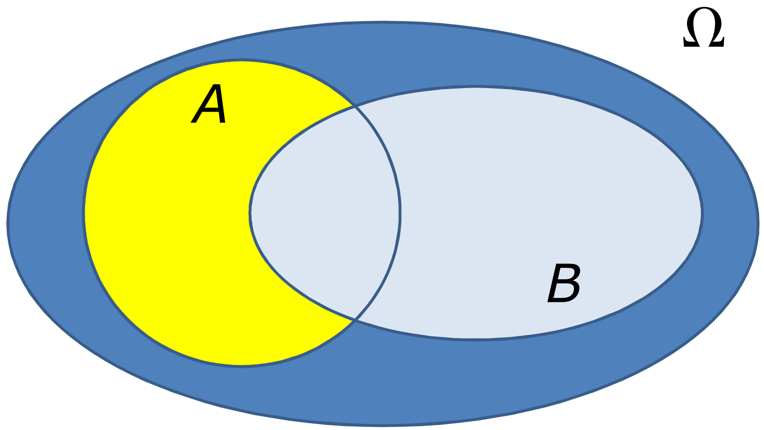
$$P(A|B) = P(A)$$

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B)}$$

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A|B)P(B)}$$

La probabilità condizionata

A = evento che ci interessa
B = evento "collegato", $P(B) \neq 0$



Probabilità condizionata:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

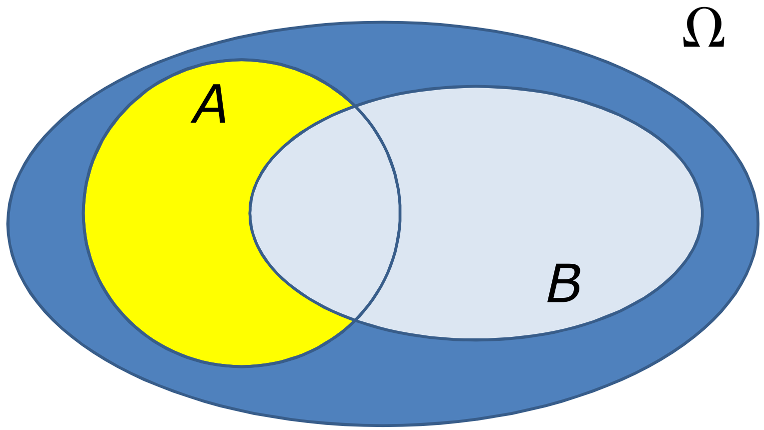
Gli eventi A e B si definiscono (*stocasticamente*) **indipendenti** se

$$P(A|B) = P(A)$$

A	B Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza)	Marginale gravidanza
Incinta	72	18	**90**
Non incinta	8	2	**10**
Marginale test	**80**	**20**	***100***

La probabilità condizionata

A = evento che ci interessa
B = evento "collegato", P(B) ≠ 0



Probabilità condizionata:

$$\mathbf{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

Gli eventi A e B si definiscono (*stocasticamente*) **indipendenti** se

$$P(A|B) = \frac{72}{80} = 0.9$$

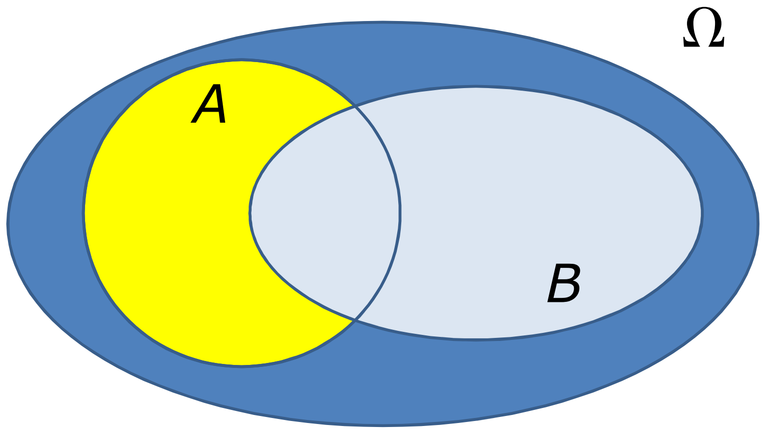
$$\mathbf{P(A|B) = P(A)}$$

$$P(A) = \frac{90}{100} = 0.9$$

A	Test positivo (gravidanza) B	Test negativo (no gravidanza)	Marginale gravidanza
Incinta	72	18	**90**
Non incinta	8	2	**10**
Marginale test	**80**	**20**	***100***

La probabilità condizionata

A = evento che ci interessa
B = evento “collegato”, $P(B) \neq 0$



Probabilità condizionata:

$$\mathbf{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

Gli eventi A e B si definiscono (*stocastícamente*) **indipendenti** se

$$P(A|B) = \frac{72}{80} = 0.9$$

$$\mathbf{P(A|B) = P(A)}$$

$$P(A) = \frac{90}{100} = 0.9$$

B

A	Test positivo (gravidanza)
Incinta	72
Non incinta	8
Marginale test	**80**

A e B indipendenti!
Il test non permette di fare previsione sulla gravidanza

Il Teorema di Bayes

	B Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza) $\bar{B}$	Marginale gravidanza
A Incinta	80	5	**85**
Non incinta	3	11	14
Marginale test	**83**	16	*99*

Scegliendo **a caso** una donna nel campione, qual è la prob. **che sia incinta sapendo che il test è positivo**?

$$\frac{\mathbf{80}}{\mathbf{83}} = 0.964$$

Il Teorema di Bayes

	B Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza) $\overline{\mathbf{B}}$	**Marginale gravidanza**
A Incinta	80	5	**85**
Non incinta	3	11	14
Marginale test	**83**	16	*99*

Scegliendo **a caso** una donna nel campione, qual è la prob. **che sia incinta sapendo che il test è positivo**?

$$\frac{\mathbf{80}}{\mathbf{83}} = 0.964$$

Scegliendo **a caso** una donna nel campione, qual è la prob. **che sia incinta sapendo che il test è negativo**?

$$\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{16}} = 0.312$$

Il Teorema di Bayes

	B Test positivo (gravidanza)	Test negativo $\overline{B}$ (no gravidanza)	Marginale gravidanza
A Incinta	80	5	**85**
Non incinta	3	11	14
Marginale test	**83**	16	*99*

Scegliendo **a caso** una donna nel campione, qual è la prob. **che sia incinta sapendo che il test è positivo**?

$$\frac{\mathbf{80}}{\mathbf{83}} = 0.964$$

P(A)=?

Scegliendo **a caso** una donna nel campione, qual è la prob. **che sia incinta sapendo che il test è negativo**?

$$\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{16}} = 0.312$$

Il Teorema di Bayes

	B Test positivo (gravidanza)	Test negativo (no gravidanza) $\bar{B}$	Marginale gravidanza
A Incinta	80	5	**85**
Non incinta	3	11	14
Marginale test	**83**	16	*99*

Scegliendo **a caso** una donna nel campione, qual è la prob. **che sia incinta sapendo che il test è positivo**?

$$\frac{\mathbf{80}}{\mathbf{83}} = 0.964$$

$$\boxed{\mathbf{P(A)} = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = \mathbf{P(A|B)P(B)+P(A|\bar{B})P(\bar{B})}}$$

Scegliendo **a caso** una donna nel campione, qual è la prob. **che sia incinta sapendo che il test è negativo**?

$$\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{16}} = 0.312$$

Il Teorema di Bayes

Probabilità condizionata:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A})}$$

Il teorema delle prob. totali

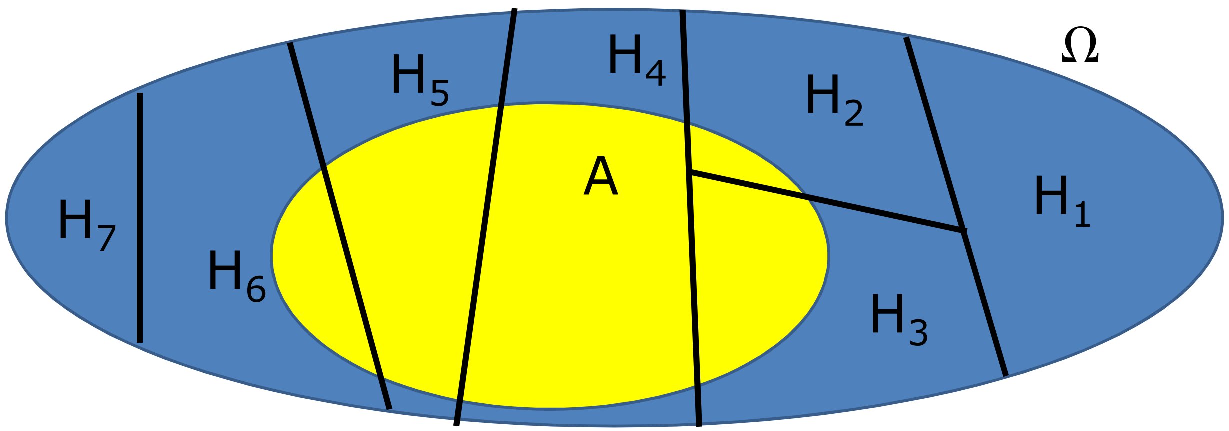
Probabilità condizionata:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \qquad P(B) \neq 0$$

Teorema delle probabilità totali

H_1, H_2,…, H_n eventi a due a due incompatibili tali che $\cup_i H_i = \Omega$

$$\Rightarrow P(A) = P(A \cap H_1) + P(A \cap H_2) + \ldots + P(A \cap H_n) =$$
$$= P(A|H_1)P(H_1) + P(A|H_2)P(H_2) + \ldots + P(A|H_n)P(H_n)$$



I test diagnostici

	Test positivo	Test negativo	Marginale gravidanza
Incinta	**80**	**5**	85
Non incinta	**3**	**11**	14
Marginale test	83	16	99

ma è un test affidabile?!?

I test diagnostici

	$T+$ Test positivo	Test negativo	Marginale gravidanza
M Incinta	**80**	**5**	85
Non incinta	**3**	**11**	14
Marginale test	83	16	99

Sensitività (*sensitivity*) del test: $\alpha = P(T+|M)$

Specificità (*specificity*) del test: $\beta = P(T-|\bar{M})$

I test diagnostici

M	$T+$ Test positivo	Test negativo	Marginale gravidanza
Incinta	**80**	**5**	85
Non incinta	**3**	**11**	14
Marginale test	83	16	99

Sensitività (*sensitivity*) del test: $\alpha = P(T + | M) = 80/85 = 0.941$

Specificità (*specificity*) del test: $\beta = P(T - | \overline{M}) = 11/14 = 0.786$

Valore predittivo positivo (*positive predictive value*): $P(M | T +) = 80/83 = 0.964$

Valore predittivo negativo (*negative predictive value*): $P(\overline{M} | T -) = 11/16 = 0.687$

I test diagnostici

p= P(M) *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo *t* una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|\bar{M}) = \beta$

$P(M|T+)=$

$P(\bar{M}|T-)=$

I test diagnostici

p= P(M) *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo *t* una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M)=\alpha$ e $P(T-|\bar{M})=\beta$

$$P(M|T+)$$

$$=\frac{P(M\cap T+)}{P(T+)}=\frac{P(T+|M)P(M)}{P(T+|M)P(M)+P(T+|\bar{M})P(\bar{M})}=\frac{\alpha p}{\alpha p+(1-\beta)(1-p)}$$

$$\Updownarrow$$

$$P(T+)=P(T+\cap M)+P(T+\cap\ \bar{M})$$

I test diagnostici

p= P(M) *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo *t* una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M)=\alpha$ e $P(T-|\bar{M})=\beta$

$$P(M|T+)$$
$$=\frac{P(M\cap T+)}{P(T+)}=\frac{P(T+|M)P(M)}{P(T+|M)P(M)+P(T+|\bar{M})P(\bar{M})}=\frac{\alpha p}{\alpha p+(1-\beta)(1-p)}$$

$$P(\bar{M}|T-)$$
$$=\frac{P(\bar{M}\cap T-)}{P(T-)}=\frac{P(T-|\bar{M})P(\bar{M})}{P(T-|\bar{M})P(\bar{M})+P(T-|M)P(M)}=\frac{\beta(1-p)}{\beta(1-p)+(1-\alpha)p}$$

I test diagnostici

p= P(M) *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo *t* una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M)=\alpha$ e $P(T-|\bar{M})=\beta$

$$P(M|T+)=\frac{\alpha p}{\alpha p+(1-\beta)(1-p)}$$

$$p=0.10$$
$$\alpha=0.98$$
$$\beta=0.98$$

$$P(M|T+)=0.845$$
$$P(\bar{M}|T-)=0.998$$

$$P(\bar{M}|T-)=\frac{\beta(1-p)}{\beta(1-p)+(1-\alpha)p}$$

valore predittivo
positivo o negativo

I test diagnostici

p= P(M) *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo *t* una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|\bar{M}) = \beta$

$$P(M|T+)= \frac{\alpha p}{\alpha p+(1-\beta)(1-p)}$$

$$p = 0.10$$
$$\alpha = 0.98$$
$$\beta = 0.98$$

$$P(M|T+) = 0.845$$
$$P(\bar{M}|T-) = 0.998$$

$$P(\bar{M}|T-)= \frac{\beta(1-p)}{\beta(1-p)+(1-\alpha)p}$$

$$P(T+) = \alpha p + (1-\beta)(1-p) = 0.116$$

I test diagnostici

p= P(M) *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo *t* una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|\bar{M}) = \beta$

$p = 0.10$	$P(T+) = 0.116$	$p = 0.01$	$P(T+) = 0.0296$
$\alpha = 0.98$	$P(M\|T+) = 0.845$	$\alpha = 0.98$	$P(M\|T+) = 0.331$
$\beta = 0.98$	$P(\bar{M}\|T-) = 0.998$	$\beta = 0.98$	$P(\bar{M}\|T-) = 1$

I test diagnostici

p= P(M) *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo *t* una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|\bar{M}) = \beta$

$p = 0.10$ | $P(T+) = 0.116$
$\alpha = 0.98$ | $P(M|T+) = 0.845$
$\beta = 0.98$ | $P(\bar{M}|T-) = 0.998$

$p = 0.01$ | $P(T+) = 0.0296$
$\alpha = 0.98$ | $P(M|T+) = 0.331$
$\beta = 0.98$ | $P(\bar{M}|T-) = 1$

$p = 0.01$ | $P(T+) = 0.0197$
$\alpha = 0.98$ | $P(M|T+) = \mathbf{0.497}$
$\beta = 0.99$ | $P(\bar{M}|T-) = 0.9998$

I test diagnostici

p= P(M) *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo *t* una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|\bar{M}) = \beta$

$p = 0.10$
$\alpha = 0.98$
$\beta = 0.98$

$P(T+) = 0.116$
$P(M|T+) = 0.845$
$P(\bar{M}|T-) = 0.998$

$p = 0.01$
$\alpha = 0.98$
$\beta = 0.98$

$P(T+) = 0.0296$
$P(M|T+) = 0.331$
$P(\bar{M}|T-) = 1$

$p = 0.01$
$\alpha = 0.98$
$\beta = 0.99$

$P(T+) = 0.0197$
$P(M|T+) = \mathbf{0.497}$
$P(\bar{M}|T-) = 0.9998$

$p = 0.01$
$\alpha = 0.99$
$\beta = 0.99$

$P(T+) = 0.0198$
$P(M|T+) = 0.5$
$P(\bar{M}|T-) = 0.9998$

I test diagnostici

p= P(M) *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo *t* una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|\bar{M}) = \beta$

$p = 0.10$
$\alpha = 0.98$
$\beta = 0.98$

$P(T+) = 0.116$
$P(M|T+) = 0.845$
$P(\bar{M}|T-) = 0.998$

$p = 0.01$
$\alpha = 0.98$
$\beta = 0.98$

$P(T+) = 0.0296$
$P(M|T+) = 0.331$
$P(\bar{M}|T-) = 1$

$p = 0.01$
$\alpha = 0.98$
$\beta = 0.99$

$P(T+) = 0.0197$
$P(M|T+) = \mathbf{0.497}$
$P(\bar{M}|T-) = 0.9998$

$p = 0.01$
$\alpha = 0.99$
$\beta = 0.99$

$P(T+) = 0.0198$
$P(M|T+) = 0.5$
$P(\bar{M}|T-) = 0.9998$

$p = 0.01$
$\alpha = \mathbf{0.90}$
$\beta = \mathbf{0.999}$

$P(T+) = 0.01$
$P(M|T+) = \mathbf{0.90}$
$P(\bar{M}|T-) = 0.999$

I test diagnostici

p= P(M) *prevalenza* : prob. che ad un certo tempo *t* una persona scelta a caso nella popolazione sia malata

Uno a caso si sottopone al test T con $P(T+|M) = \alpha$ e $P(T-|\bar{M}) = \beta$

screening

p = 0.10
α = 0.98
β = 0.98

$P(T+) = 0.116$
$P(M|T+)$ =0.845
$P(\bar{M}|T-)$ = 0.998

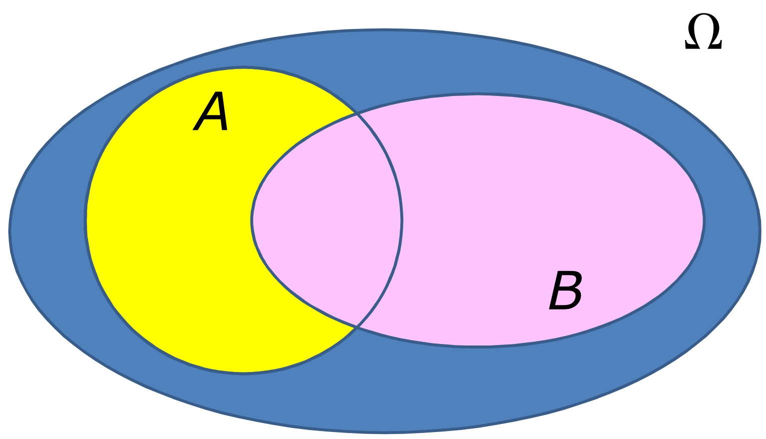
p = 0.80
α = 0.98
β = 0.98

$P(T+) = 0.788$
$P(M|T+) = 0.994$
$P(\bar{M}|T-) = 0.924$

p = 0.01
α = **0.90**
β = **0.999**

$P(T+)$ =0.01
$P(M|T+)$ =**0.90**
$P(\bar{M}|T-)$ =0.999

RIASSUNTO



$0 \leq P(A) \leq 1$ qualunque sia A

$P(\Omega) = 1$

$P(\emptyset) = 0$

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

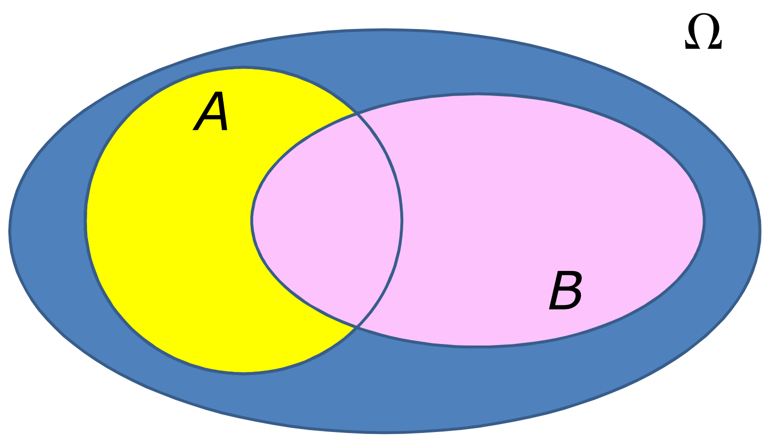
Se $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$

regola della somma

Se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

se $A \cap B \neq \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

RIASSUNTO



$0 \leq P(A) \leq 1$ qualunque sia A

$P(\Omega) = 1$

$P(\emptyset) = 0$

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Se $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$

regola della somma

Se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

se $A \cap B \neq \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A})}$$

prob. condizionata & Teo. Bayes

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$ **indipendenza**

$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$

regola del prodotto

ANTICIPAZIONE

	X=1	**X=0**	**Marginale Y**
Y=1	80	5	85
Y=0	3	11	14
Marginale X	83	16	99

Tabella di **contingenza**, o *a doppia entrata*

Analisi dell'**associazione** (assenza di indipendenza) tra le **variabili** categoriche X e Y

Compiti…

1. Qual è la probabilità di ottenere almeno una testa lanciando tre volte una moneta equilibrata?

2. Qual è la probabilità che lanciando successivamente una moneta equilibrata, la prima volta di T sia al quinto lancio?

3. Se al quarto lancio non è ancora uscita T, qual è la probabilità che esca al quinto?

4. Esercizio seguente…

Esercizio

Un test immunochimico (definisce la presenza/assenza di una sostanza ad un definito valore di soglia) viene somministrato ai dipendenti di un'azienda per verificare che non usino sostanze stupefacenti (in caso il test risulti positivo, si deve seguire un test cromatrografico perchè l'esito abbia valore medico legale). Il test utilizzato ha una percentuale del 2% di falsi positivi e del 0.5% di falsi negativi. Qual è la probabilità che un dipendente positivo al test non faccia realmente uso di sostanze stupefacenti, se secondo studi recenti la percentuale di utilizzatori di s.s. è del 5%?

Soluzioni

1. Qual è la probabilità di ottenere almeno una testa lanciando tre volte una moneta equilibrata?

TCC, CTC,CCT,
TTC, TCT, CTT,
TTT

$$= 1 - \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}_{\text{tutte croci}} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

2. Qual è la probabilità che lanciando successivamente una moneta equilibrata, la prima volta di T sia al quinto lancio?

$$P(C \cap C \cap C \cap C \cap T) = \frac{1}{2^5} = 0.031$$

3. Se al quarto lancio non è ancora uscita T, qual è la probabilità che esca al quinto?

$$\ldots 0.5$$

Esercizio

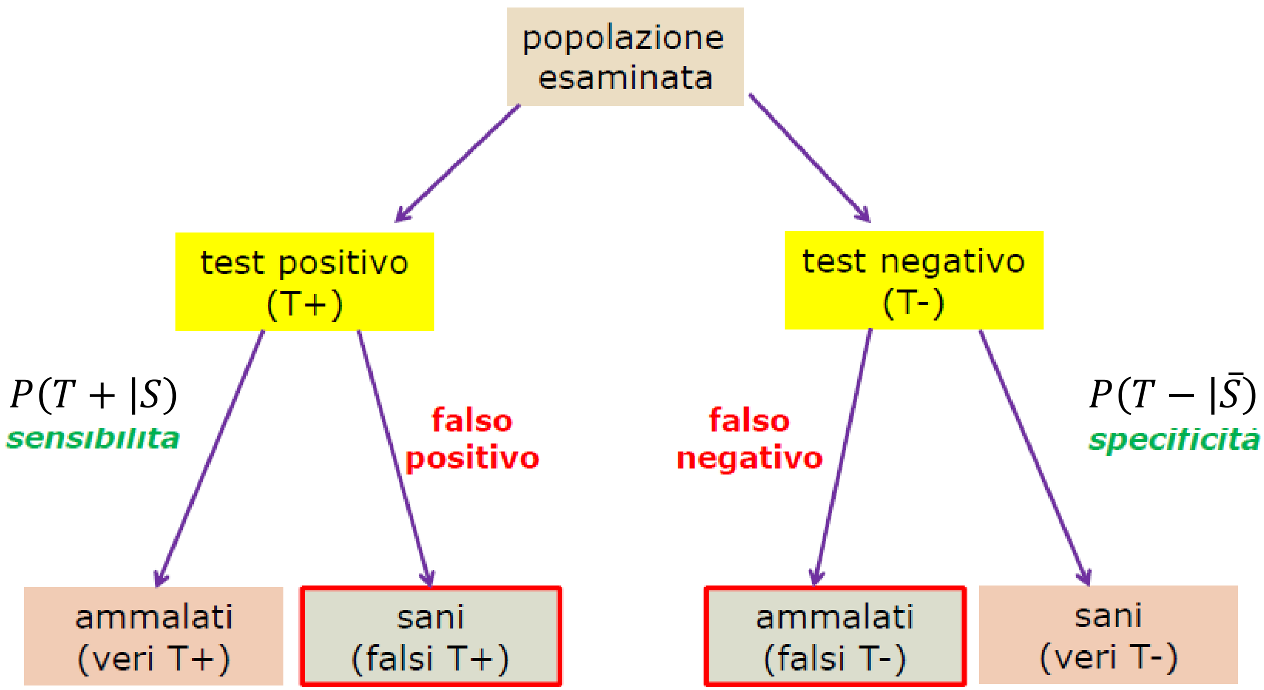
Un test immunochimico (definisce la presenza/assenza di una sostanza ad un definito valore di soglia) viene somministrato ai dipendenti di un'azienda per verificare che non usino sostanze stupefacenti (in caso il test risulti positivo, si deve seguire un test cromatrografico perchè l'esito abbia valore medico legale). Il test utilizzato ha una percentuale del **2% di falsi positivi** e del **0.5% di falsi negativi**. Qual è la probabilità che un dipendente positivo al test non faccia realmente uso di sostanze stupefacenti, se secondo studi recenti la **percentuale di utilizzatori di s.s. è del 5%**?

S=uso di sostanze s.

$$P(T+|\bar{S}) = 0.02$$

$$P(T-|S) = 0.005$$

$$P(S) = 0.05$$



Esercizio

Un test immunochimico (definisce la presenza/assenza di una sostanza ad un definito valore di soglia) viene somministrato ai dipendenti di un’azienda per verificare che non usino sostanze stupefacenti (in caso il test risulti positivo, si deve seguire un test cromatrografico perchè l’esito abbia valore medico legale). Il test utilizzato ha una percentuale del 2% di falsi positivi e del 0.5% di falsi negativi. Qual è la probabilità che un dipendente positivo al test non faccia realmente uso di sostanze stupefacenti, se secondo studi recenti la percentuale di utilizzatori di s.s. è del 5%?

$$P(T+|\bar{S}) = 0.02$$

$$P(T-|S) = 0.005$$

$$P(S) = 0.05$$

$$P(\bar{S}|T+) = \frac{P(\bar{S}\cap T+)}{P(T+)} = \frac{P(T+|\bar{S})P(\bar{S})}{P(T+|\bar{S})P(\bar{S}) + P(T+|S)P(S)} = \frac{0.02\times 0.95}{0.02\times 0.95 + 0.995\times 0.05}$$

$$= \frac{0.019}{0.06875} = 0.276$$