

# PROBABILITA'

# Scegliamo a caso...



**Senza preferenze** per una pallina o l'altra.

Ogni pallina ha la **stessa probabilità** di ogni altra di essere scelta.

Ogni coppia di palline ha la stessa probabilità di essere scelta di qualunque altra coppia, ecc.

# Scegliamo a caso...



Scegliamo **a caso** 3 di voi per un sondaggio di opinione

# Scegliamo a caso...



**con o senza  
reimmissione?**

Scegliamo **a caso** 3 di  
voi per un sondaggio di  
opinione

# Scegliamo a caso...



con o **senza**  
reimmissione?

Scegliamo **a caso** 3 di  
voi per un sondaggio di  
opinione

$$n = 12 \quad P(\text{Ada, Lucia, Roberto}) = \frac{1}{\binom{12}{3}} = \frac{1}{\frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1}} = \frac{1}{220} = 0.0045$$

(l'ordine non conta)

# Scegliamo a caso...



**con** o **senza**  
**reimmissione?**

Scegliamo **a caso** 3 di  
voi per un sondaggio di  
opinione

$$n = 12 \quad P(\text{Ada, Lucia, Roberto}) = \frac{1}{12^3} \times 3! = \frac{1}{288} = 0.0035$$

Cfr con 0.0045...

(l'ordine non conta)

# Scegliamo a caso...



con o **senza**  
reimmissione?

Scegliamo **a caso** 3 di  
voi per un sondaggio di  
opinione

$$n = 120 \quad P(\text{Ada, Lucia, Roberto}) = \frac{1}{\binom{120}{3}} = \frac{1}{280\,840} = 0.000 \dots \sim 10^{-6}$$

(l'ordine non conta)

# Scegliamo a caso...



**con** o senza  
reimmissione?

Scegliamo **a caso** 3 di  
voi per un sondaggio di  
opinione

$$n = 120 \quad P(\text{Ada, Lucia, Roberto}) = \frac{1}{120^3} \times 3! = \frac{1}{288000}$$

(l'ordine non conta)

# Scegliamo a caso...



**con** o senza  
reimmissione?

Scegliamo **a caso** 3 di  
voi per un sondaggio di  
opinione

$$n = 120 \quad P(\text{Ada, Lucia, Roberto}) = \frac{1}{120^3} \times 3! = \frac{1}{288000}$$

(l'ordine non conta)

$$\approx \frac{1}{280840}$$

# Scegliamo a caso...



**con o senza  
reimmissione?**

Scegliamo **a caso** 3 di voi per un sondaggio di opinione

A meno che non sia diversamente indicato,

quando diciamo che scegliamo **un campione a caso** da una popolazione, faremo come se le estrazioni fossero **con reimmissione**.

Le estrazioni in questo modo sono **indipendenti**: sapere l'esito della prima estrazione non influenza l'esito della seconda, etc.

# Dal nostro *test*:

9. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: la pallina estratta è rossa. Lasciate fuori dall'urna la pallina rossa estratta, e vi accingete a fare un'altra estrazione casuale. Allora:

E' più probabile che la seconda pallina sia nera	E' più probabile che la seconda pallina sia rossa	La seconda pallina potrà essere rossa o nera con uguale probabilità.
--	---	--

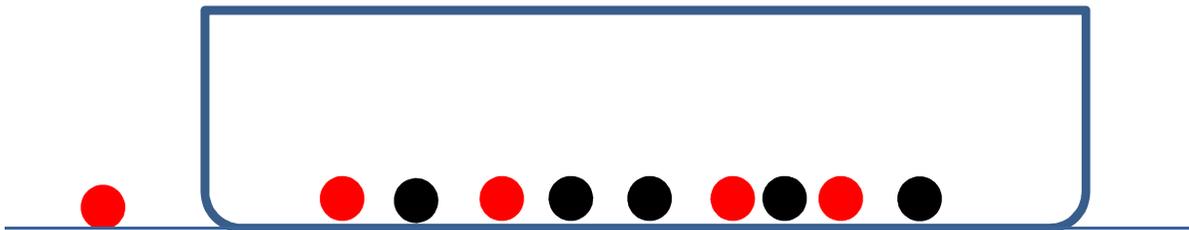
# Dal nostro *test*:

9. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: la pallina estratta è rossa. Lasciate fuori dall'urna la pallina rossa estratta, e vi accingete a fare un'altra estrazione casuale. Allora:

E' più probabile che la seconda pallina sia nera

E' più probabile che la seconda pallina sia rossa

La seconda pallina potrà essere rossa o nera con uguale probabilità.



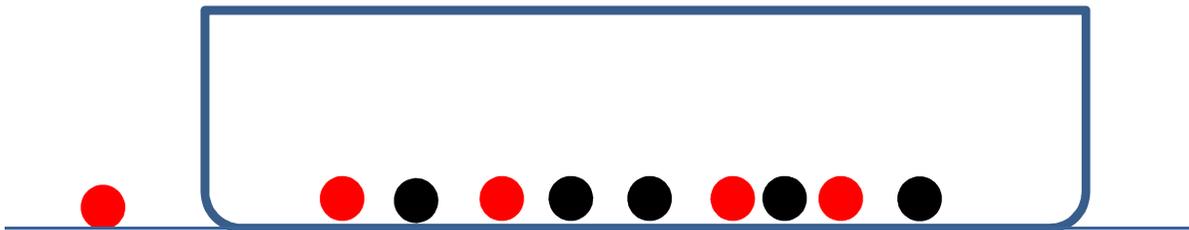
# Dal nostro *test*:

9. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: la pallina estratta è rossa. Lasciate fuori dall'urna la pallina rossa estratta, e vi accingete a fare un'altra estrazione casuale. Allora:

E' più probabile che la seconda pallina sia nera

E' più probabile che la seconda pallina sia rossa

La seconda pallina potrà essere rossa o nera con uguale probabilità.



# Dal nostro *test*:

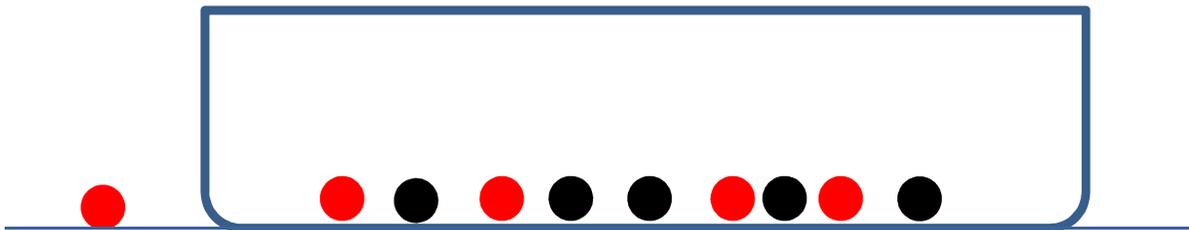
9. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: la pallina estratta è rossa. Lasciate fuori dall'urna la pallina rossa estratta, e vi accingete a fare un'altra estrazione casuale. Allora:

E' più probabile che la seconda pallina sia nera

E' più probabile che la seconda pallina sia rossa

La seconda pallina potrà essere rossa o nera con uguale probabilità.

Le nere ora sono di più!



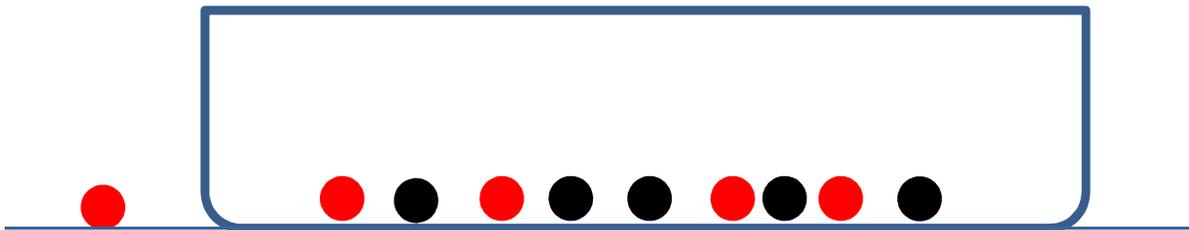
# Dal nostro *test*:

9. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: la pallina estratta è rossa. Lasciate fuori dall'urna la pallina rossa estratta, e vi accingete a fare un'altra estrazione casuale. Allora:

E' più probabile che la seconda pallina sia nera

E' più probabile che la seconda pallina sia rossa

La seconda pallina potrà essere rossa o nera con uguale probabilità.



$$P(\text{nera}) = \frac{5}{9} = 0.556$$

$$P(\text{rossa}) = \frac{4}{9} = 0.444$$

# Dal nostro *test*:

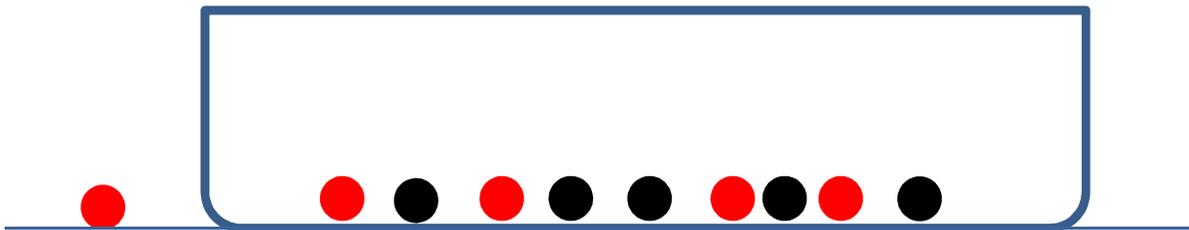
9. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: la pallina estratta è rossa. Lasciate fuori dall'urna la pallina rossa estratta, e vi accingete a fare un'altra estrazione casuale. Allora:

E' più probabile che la seconda pallina sia nera

E' più probabile che la seconda pallina sia rossa

La seconda pallina potrà essere rossa o nera con uguale probabilità.

Le estrazioni **non** sono indipendenti: l'esito della prima estrazione *modifica* le condizioni dell'esperimento.



$$P(\text{nera}) = \frac{5}{9} = 0.556$$

$$P(\text{rossa}) = \frac{4}{9} = 0.444$$

# Dal nostro *test*:

4. Lanciate due volte una moneta non truccata: dopo aver visto l'esito del primo lancio, potete prevedere l'esito del secondo?

SI	NO	NON SAPREI
----	----	------------

# Dal nostro *test*:

4. Lanciate due volte una moneta non truccata: dopo aver visto l'esito del primo lancio, potete prevedere l'esito del secondo?

SI	NO	NON SAPREI
----	----	------------

I due lanci sono **indipendenti**, perchè la situazione è come quella delle estrazioni con reimmissione: ogni lancio non modifica le condizioni della moneta (a meno che non siate Hulk...).

# Dal nostro *test*:

10. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse	Tutte e 100 le palline nere	I due risultati hanno la stessa probabilità
------------------------------	-----------------------------	---

# Dal nostro *test*:

10. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse	Tutte e 100 le palline nere	I due risultati hanno la stessa probabilità
------------------------------	-----------------------------	---

# Dal nostro *test*:

10. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse

Tutte e 100 le palline nere

I due risultati hanno la stessa probabilità

ROSSE E NERE  
SI COMPORTANO  
ALLO STESSO  
MODO, SONO  
"SPECULARI"

# Dal nostro *test*:

10. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse

Tutte e 100 le palline nere

I due risultati hanno la stessa probabilità

ROSSE E NERE  
SI COMPORTANO  
ALLO STESSO  
MODO, SONO  
"SPECULARI"

# Dal nostro *test*:

10. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse

Tutte e 100 le palline nere

I due risultati hanno la stessa probabilità

$$P(RRR \dots R) = \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \dots \times \frac{5}{10} = 0.5^{100} = 7.888609 \times 10^{-31}$$

# Dal nostro *test*:

10. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse

Tutte e 100 le palline nere

I due risultati hanno la stessa probabilità

$$P(RRR \dots R) = \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \dots \times \frac{5}{10} = 0.5^{100} = 7.888609 \times 10^{-31}$$

$$\text{e } P(NNN \dots N) = \text{??????}$$

# Dal nostro *test*:

10. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse

Tutte e 100 le palline nere

I due risultati hanno la stessa probabilità

$$P(RRR \cdots R) = \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \cdots \times \frac{5}{10} = 0.5^{100} = 7.888609 \times 10^{-31}$$

$$\text{e } P(NNN \cdots N) = 0.5^{100}$$

$$\text{e } P(NRNR \cdots NR) = ???????$$

# Dal nostro *test*:

10. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse

Tutte e 100 le palline nere

I due risultati hanno la stessa probabilità

$$P(RRR \cdots R) = \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \cdots \times \frac{5}{10} = 0.5^{100} = 7.888609 \times 10^{-31}$$

$$\text{e } P(NNN \cdots N) = 0.5^{100}$$

$$\text{e } P(NRNR \cdots NR) = 0.5^{100}$$

$$\text{e } P(50 \text{ nere e } 50 \text{ rosse}) = ???????$$

# Dal nostro *test*:

10. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse

Tutte e 100 le palline nere

I due risultati hanno la stessa probabilità

$$P(RRR \dots R) = \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \dots \times \frac{5}{10} = 0.5^{100} = 7.888609 \times 10^{-31}$$

$$\text{e } P(NNN \dots N) = 0.5^{100}$$

$$\text{e } P(NRNR \dots NR) = 0.5^{100}$$

$$\text{e } P(50 \text{ nere e } 50 \text{ rosse}) = ??????$$

Ordine NON  
specificato

# Dal nostro *test*:

10. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse

Tutte e 100 le palline nere

I due risultati hanno la stessa probabilità

$$NNN \dots NRRR \dots R = 50N + 50R$$

$$2N + 50R + 48N$$

$$NRNNN \dots RRRNRN \dots = 1N + 1R + 3N + \dots + 3R + 1N + 1R + 1N$$

...

Ordine NON  
specificato

e  $P(50 \text{ nere e } 50 \text{ rosse}) = ??????$

# Dal nostro *test*:

10. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse

Tutte e 100 le palline nere

I due risultati hanno la stessa probabilità

$$NNN \dots NRRR \dots R = 50N + 50R$$

$$2N + 50R + 48N$$

$$NRNNN \dots RRRNRN \dots = 1N + 1R + 3N + \dots + 3R + 1N + 1R + 1N$$

...

Quanti sono i modi in cui posso scegliere **50 posizioni distinte** per le  $N$  **tra le 100 posizioni possibili**?

Ordine NON specificato

$$\text{e } P(50 \text{ nere e } 50 \text{ rosse}) = ??????$$

# Dal nostro *test*:

10. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse

Tutte e 100 le palline nere

I due risultati hanno la stessa probabilità

$$NNN \dots NRRR \dots R = 50N + 50R$$

$$2N + 50R + 48N$$

$$NRNNN \dots RRRNRN \dots = 1N + 1R + 3N + \dots + 3R + 1N + 1R + 1N$$

...

Quanti sono i modi in cui posso scegliere **50 posizioni distinte** per le  $N$  **tra le 100 posizioni possibili?**

$$\binom{100}{50} = \frac{100 \times 99 \times 98 \times \dots \times 51}{50!}$$

Ordine NON specificato

$$\text{e } P(50 \text{ nere e } 50 \text{ rosse}) = ??????$$

# Dal nostro *test*:

10. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 5 rosse e 5 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse

Tutte e 100 le palline nere

I due risultati hanno la stessa probabilità

$$NNN \dots NRRR \dots R = 50N + 50R$$

$$2N + 50R + 48N$$

$$NRNNN \dots RRRNRN \dots = 1N + 1R + 3N + \dots + 3R + 1N + 1R + 1N$$

...

Quanti sono i modi in cui posso scegliere **50 posizioni distinte** per le  $N$  **tra le 100 posizioni possibili?**

$$\binom{100}{50} = \frac{100 \times 99 \times 98 \times \dots \times 51}{50!}$$

$$\text{e } P(50 \text{ nere e } 50 \text{ rosse}) = \binom{100}{50} \times 0.5^{50} \times 0.5^{50}$$

# Dal nostro *test*:

11. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 8 rosse e 2 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse	Tutte e 100 le palline nere	I due risultati hanno la stessa probabilità
------------------------------	-----------------------------	---

# Dal nostro *test*:

11. Sapete che un'urna contiene 10 palline **8 rosse e 2 nere**, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e **rimettete la pallina** estratta nell'urna. Fate altre 99 **estrazioni casuali**, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse	Tutte e 100 le palline nere	I due risultati hanno la stessa probabilità
------------------------------	-----------------------------	---

ROSSE E NERE  
**NON**  
SI COMPORTANO  
ALLO STESSO  
MODO, **NON**  
SONO  
"SPECULARI"

# Dal nostro *test*:

11. Sapete che un'urna contiene 10 palline 8 rosse e 2 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse

Tutte e 100 le palline nere

I due risultati hanno la stessa probabilità

LE ROSSE SONO  
MOLTE PIU'  
DELLE NERE

# Dal nostro *test*:

11. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 8 rosse e 2 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse	Tutte e 100 le palline nere	I due risultati hanno la stessa probabilità
------------------------------	-----------------------------	---

$$P(RRR \dots R) = \left(\frac{8}{10}\right)^{100}$$

$$P(NNN \dots N) = \left(\frac{2}{10}\right)^{100}$$

# Dal nostro *test*:

11. Sapete che un'urna contiene 10 palline: 8 rosse e 2 nere, di uguali dimensioni e materiale. Viene estratta, scegliendo a caso, una pallina: guardate il colore e rimettete la pallina estratta nell'urna. Fate altre 99 estrazioni casuali, prendendo nota del colore della pallina estratta e poi rimettendo la pallina stessa nell'urna. Quale dei seguenti risultati è più probabile, tutte rosse o tutte nere?

Tutte e 100 le palline rosse	Tutte e 100 le palline nere	I due risultati hanno la stessa probabilità
------------------------------	-----------------------------	---

$$P(RRR \dots R) = \left(\frac{8}{10}\right)^{100} = 2.037036 \times 10^{-10}$$

$$P(NNN \dots N) = \left(\frac{2}{10}\right)^{100} = 1.267651 \times 10^{-70}$$

$$P(50R \text{ e } 50N) = \binom{100}{50} \times \left(\frac{8}{10}\right)^{50} \times \left(\frac{2}{10}\right)^{50} = 1.621261 \times 10^{-11}$$

# Dal nostr

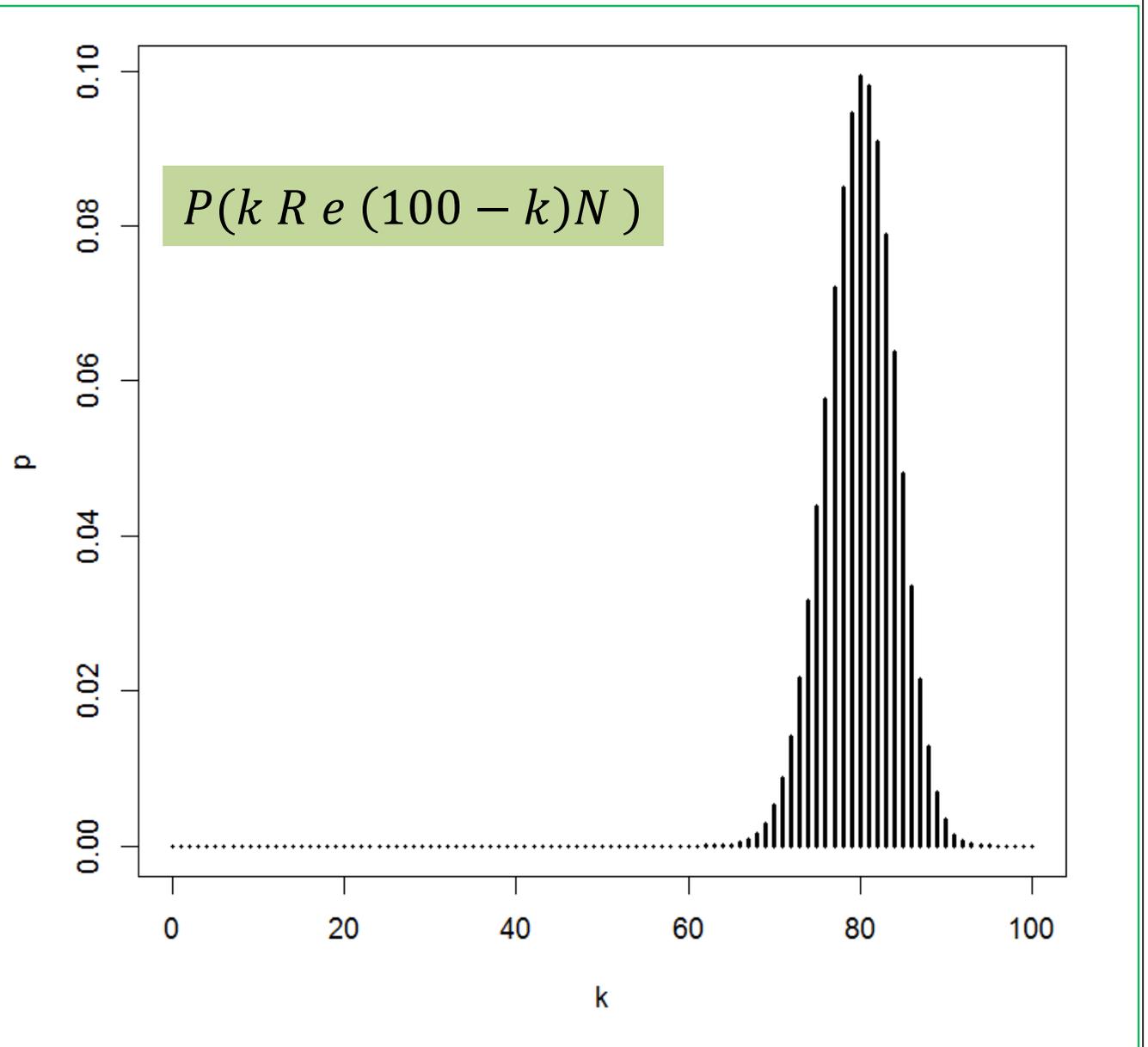
11. Sapete che un'urna contiene  
Viene estratta, scegliendo a  
estratta nell'urna. Fate altre  
estratta e poi rimettendo la p  
probabile, tutte rosse o tutte

Tutte e 100 le palline rosse

$$P(RRR \dots R) = \left(\frac{8}{10}\right)^{100} =$$

$$P(NNN \dots N) = \left(\frac{2}{10}\right)^{100} =$$

$$P(kR e (100 - k)N) = \binom{100}{k} \times \left(\frac{8}{10}\right)^k \times \left(\frac{2}{10}\right)^{100-k}$$



# Dal nostro *test*

6. Lanciate 100 volte una moneta che, vi hanno detto, non è truccata, e segnate il risultato di ogni lancio. Alla fine dei 100 lanci vedete che in 88 lanci è uscita testa: il risultato può farvi dubitare della correttezza della moneta?

+

SI, perché	NO, perché	NON SAPREI
------------	------------	---------------

# Dal nostro *test*

6. Lanciate 100 volte una moneta che, vi hanno detto, non è truccata, e segnate il risultato di ogni lancio. Alla fine dei 100 lanci vedete che in 88 lanci è uscita testa: il risultato può farvi dubitare della correttezza della moneta?

+

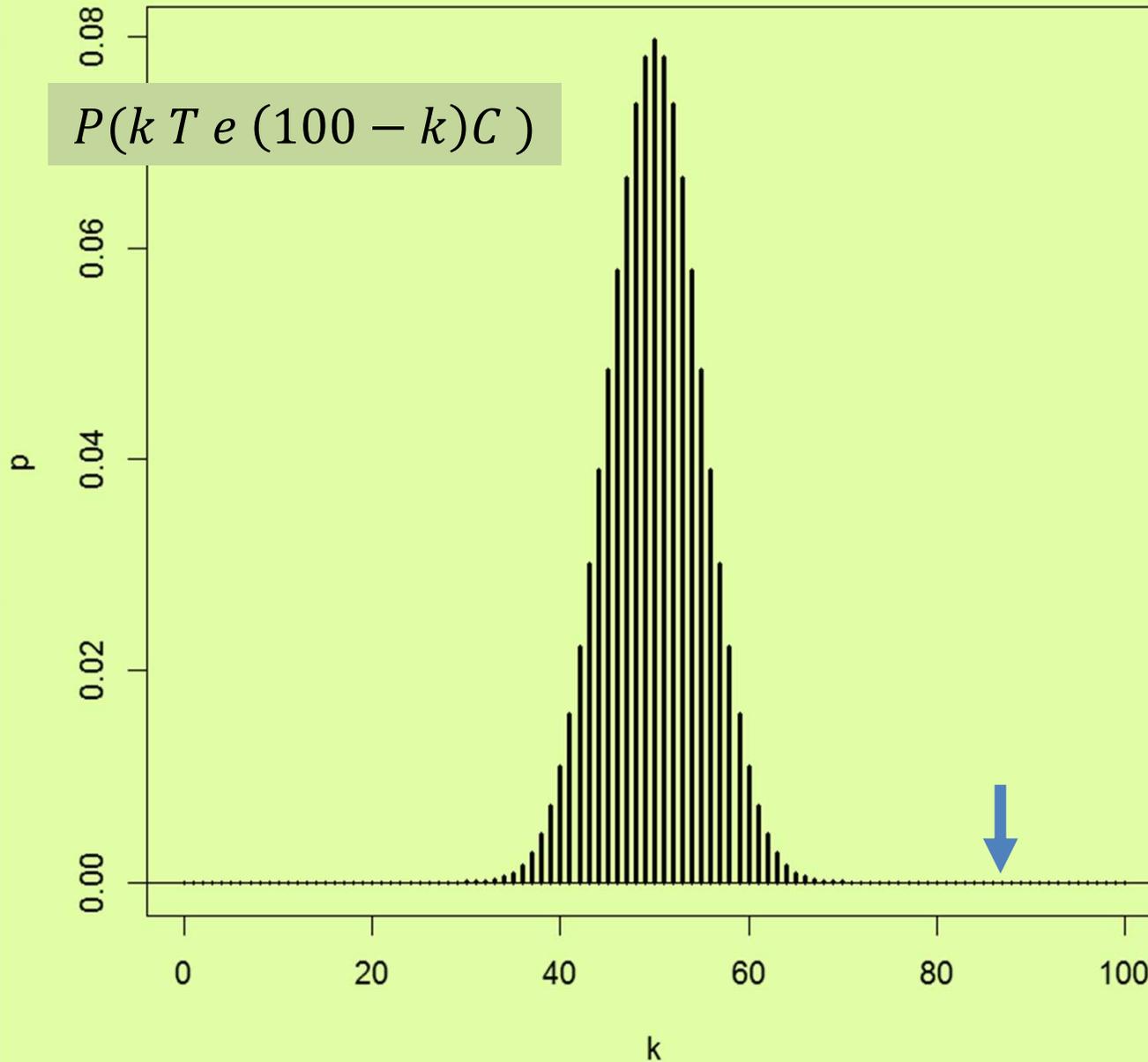
SI, perché	NO, perché	NON SAPREI
------------	------------	---------------

A questa domanda si può rispondere in diversi modi: ora siamo in grado di fare un conto, supponendo la moneta equilibrata si ha

$$P(88 T e 12 C) = \binom{100}{88} \times 0.5^{88} \times 0.5^{12} = \binom{100}{88} \times 0.5^{100} = 8.286361 \times 10^{-16}$$

# Dal nostro test

$$P(k T e (100 - k) C )$$



e segnate il risultato di  
ta: il risultato può farvi

NON  
SAPREI

modi: ora siamo in  
equilibrate si ha

$8.286361 \times 10^{-16}$

# Dal nostro test

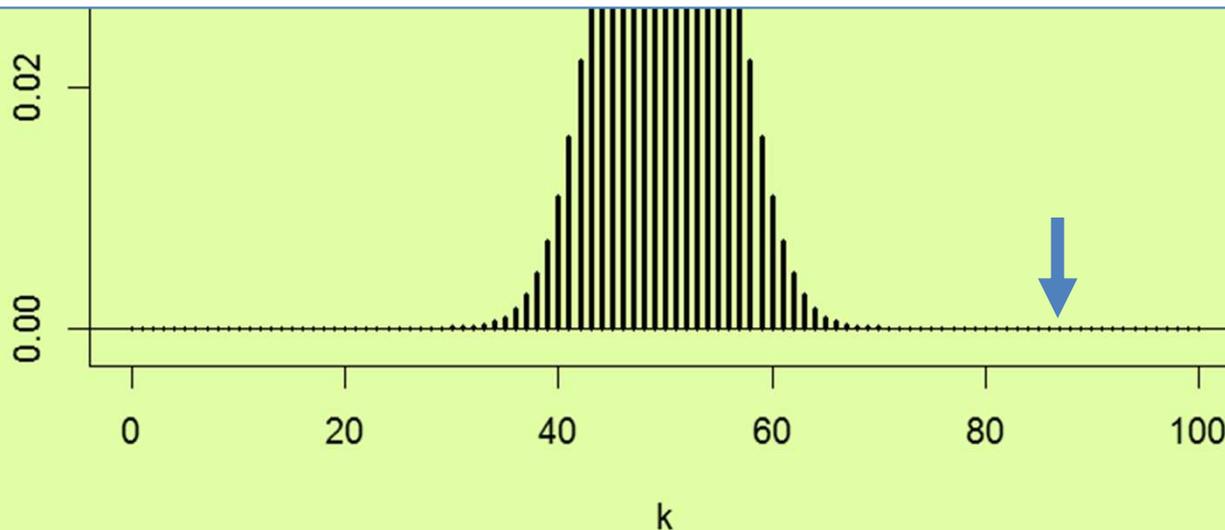
6. Lanciate 100 volte una moneta che, vi hanno detto, non è truccata, e segnate il risultato di ogni lancio. Alla fine dei 100 lanci vedete che in 88 lanci è uscita testa: il risultato può farvi dubitare della correttezza della moneta?

SI, perché

NO, perché

NON  
SAPREI

Se la moneta fosse equilibrata il risultato avrebbe una prob. bassissima **a confronto** con gli altri risultati possibili!



modi: ora siamo in  
equilibrate si ha

$$8.286361 \times 10^{-16}$$

# Dal nostr

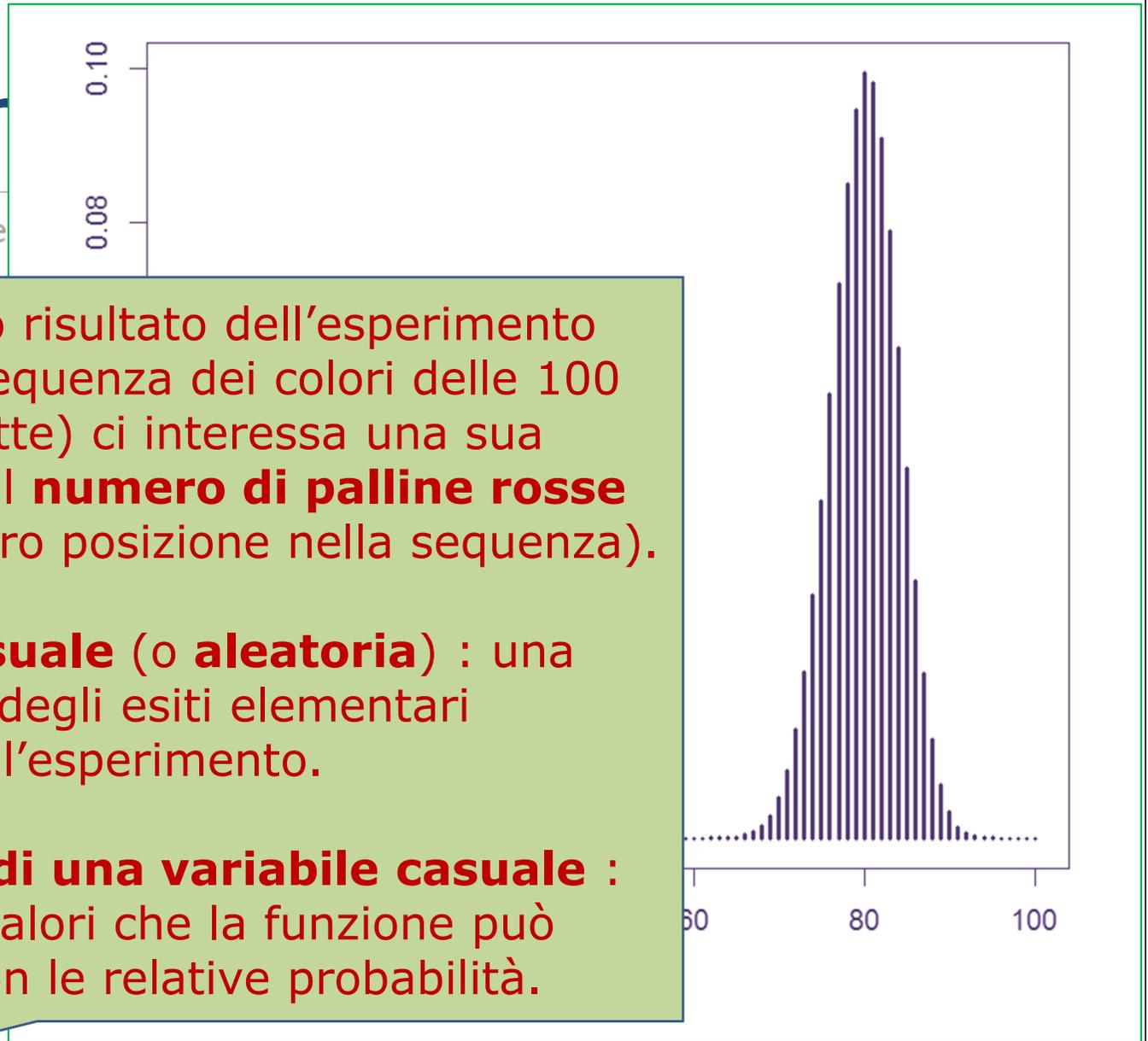
11. Sapete che un'urna contiene

V  
e  
e  
p

Più che l'esatto risultato dell'esperimento (cioè, l'esatta sequenza dei colori delle 100 palline estratte) ci interessa una sua **funzione**, cioè il **numero di palline rosse** (trascurando la loro posizione nella sequenza).

**Variabile casuale (o aleatoria)** : una funzione degli esiti elementari dell'esperimento.

**Distribuzione di una variabile casuale** : l'elenco dei valori che la funzione può assumere con le relative probabilità.



$$P(kR e (100 - k)N) = \binom{100}{k} \times \left(\frac{8}{10}\right)^k \times \left(\frac{2}{10}\right)^{100-k}$$

# Dal nostro

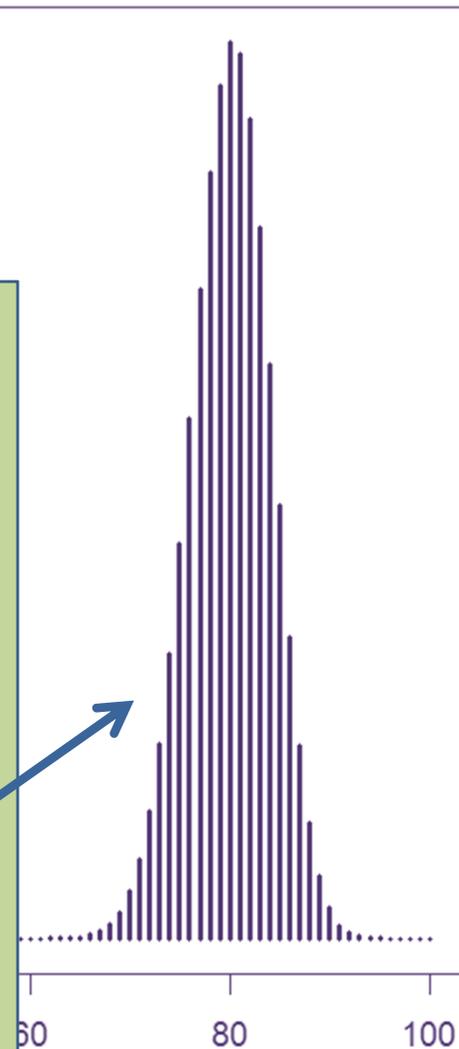
$$X : \Omega \rightarrow \{0,1,2, \dots, 100\}$$

11. Sapete che un'urna contiene

Più che l'esatto risultato dell'esperimento (cioè, l'esatta sequenza dei colori delle 100 palline estratte) ci interessa una sua **funzione**, cioè il **numero di palline rosse** (trascurando la loro posizione nella sequenza).

**Variabile casuale (o aleatoria)** : una funzione degli esiti elementari dell'esperimento.

**Distribuzione di una variabile casuale** : l'elenco dei valori che la funzione può assumere con le relative probabilità.



$$P(kR e (100 - k)N) = \binom{100}{k} \times \left(\frac{8}{10}\right)^k \times \left(\frac{2}{10}\right)^{100-k}$$

# Altri esempi

$$X : \Omega \rightarrow ??????$$



- Numero di volte in cui esce T in  $n$  lanci
- Numero di lanci *prima* che esca T

- Somma del punteggio
- Uscita della coppia di 6
- Uscita di punteggi uguali



# Altri esempi

$$X : \Omega \rightarrow ??????$$



- Numero di volte in cui esce T in  $n$  lanci
- Numero di lanci *prima* che esca T

- Somma del punteggio
- Uscita della coppia di 6
- Uscita di punteggi uguali



- $PM_{10}$
- Numero di morti l'anno causati dal  $PM_{10}$

# Altri esempi

$$X : \Omega \rightarrow ??????$$



- Numero di volte in cui esce T in  $n$  lanci
- Numero di lanci *prima* che esca T

- Somma del punteggio
- Uscita della coppia di 6
- Uscita di punteggi uguali



- $PM_{10}$
- Numero di morti l'anno causati dal  $PM_{10}$

- Percentuale di clienti soddisfatti



# Sunto

$0 \leq P(A) \leq 1$  qualunque sia  $A$

$P(\Omega) = 1$

se  $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

se  $A \cap B \neq \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Se tutti i possibili esiti,  $\omega$ , sono finiti e “ugualmente possibili”,  
*una*  $P$  è quella definita dal rapporto tra esiti favorevoli ed esiti possibili.

Estrazioni con o senza reimmissione : “indipendenza”

Variabili casuali e loro distribuzioni