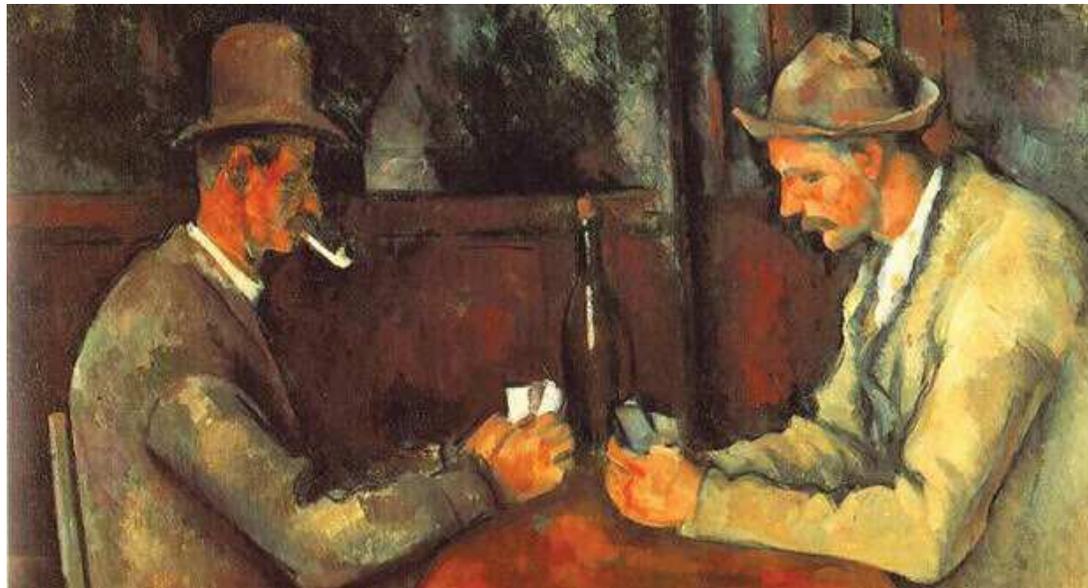
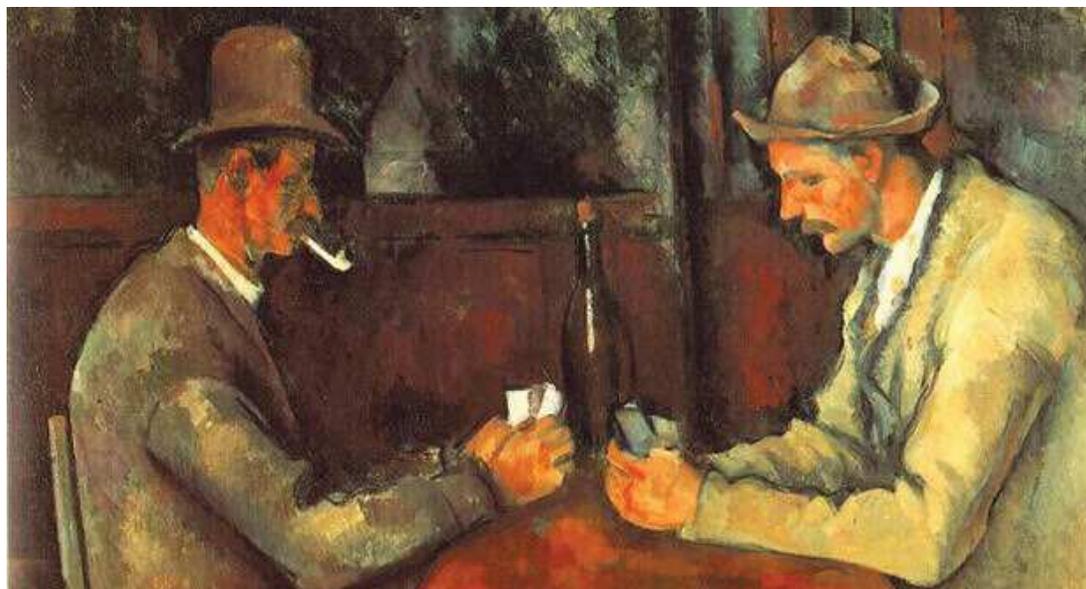
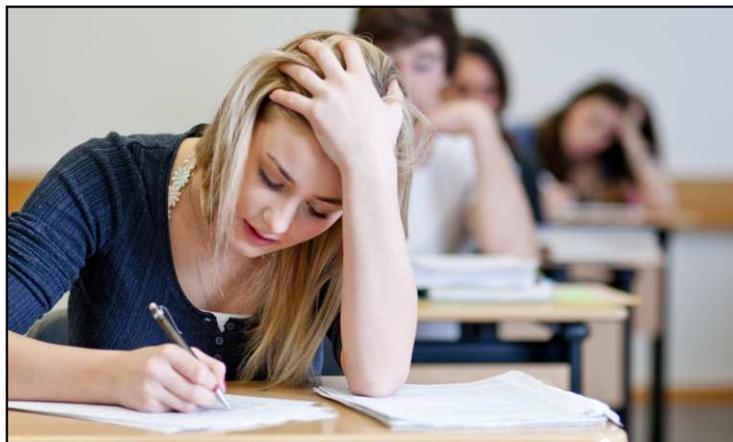


PROBABILITA'

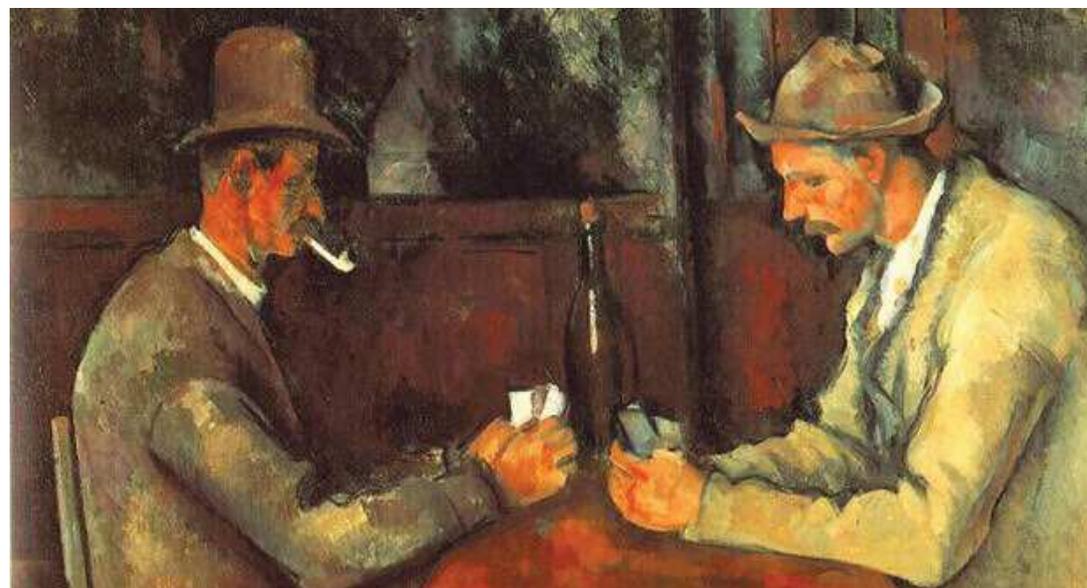
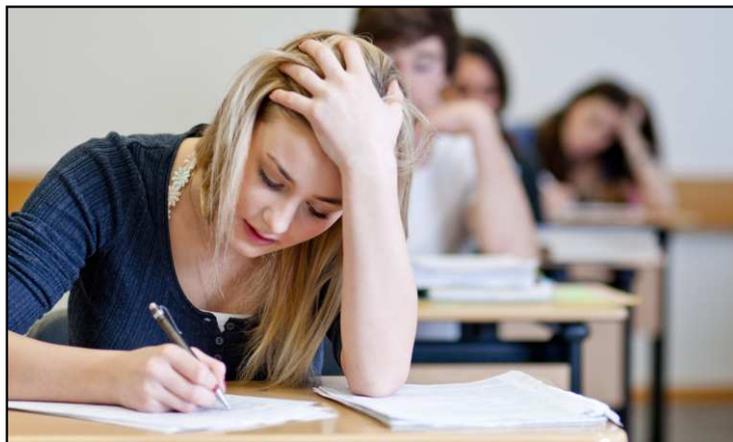
L'incertezza nei risultati



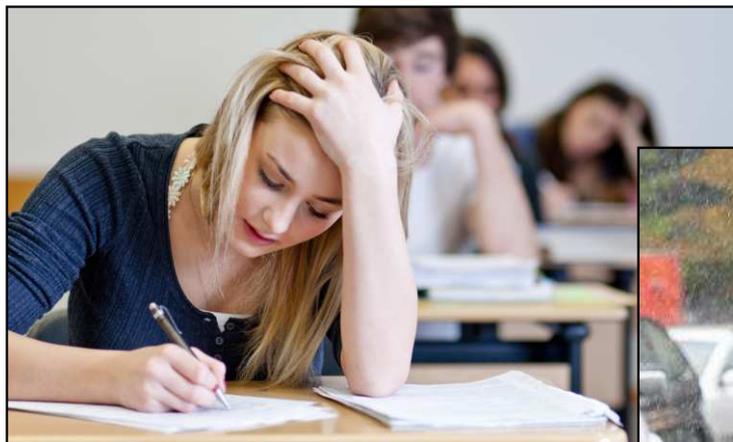
L'incertezza nei risultati



L'incertezza nei risultati



L'incertezza nei risultati



L'incertezza nei risultati

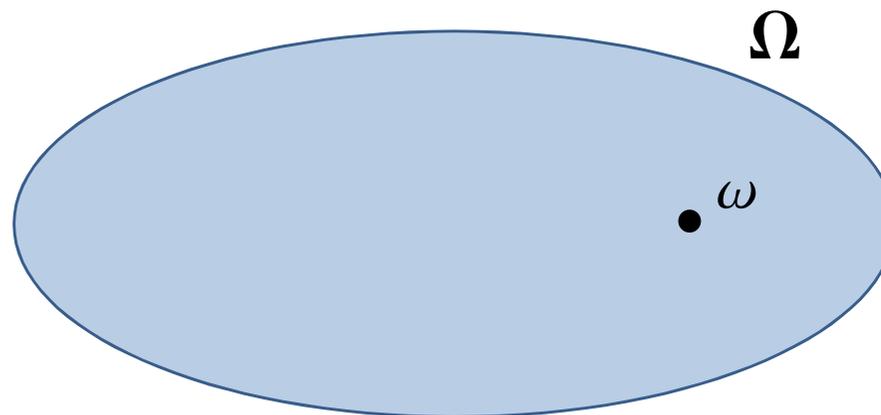


L'incertezza nei risultati



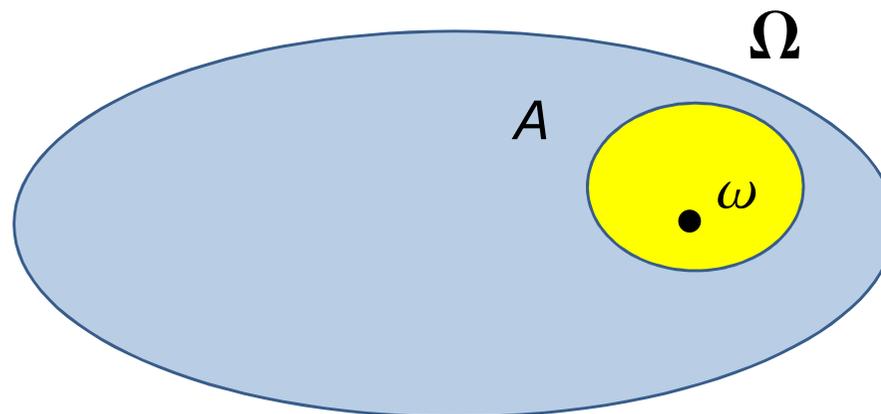
La definizione di probabilità

- **Esperimento**: qualunque procedimento che produca una osservazione, detta *evento elementare* (*outcome*, o *esito*)
- **Spazio degli esiti** (Ω): insieme di tutti i possibili esiti, ω , di un esperimento (*Evento certo* o *spazio campionario*)



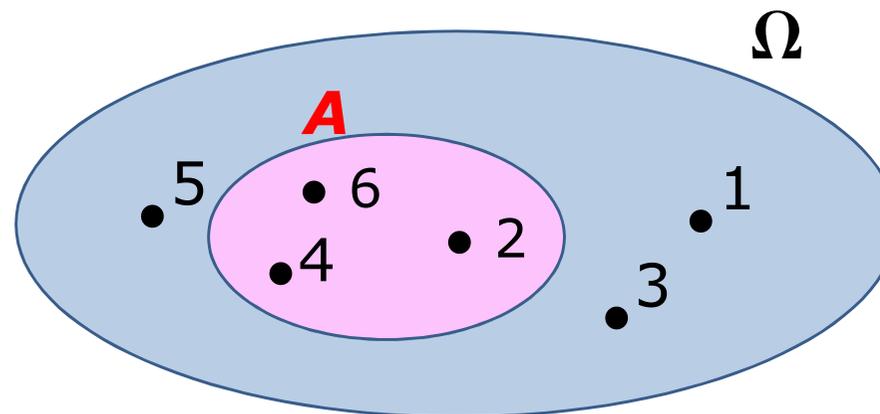
La definizione di probabilità

- **Esperimento**: qualunque procedimento che produca una osservazione, detta *evento elementare* (*outcome*, o *esito*)
- **Spazio degli esiti** (Ω): insieme di tutti i possibili esiti, ω , di un esperimento (*Evento certo* o *spazio campionario*)
- **Evento**: sottinsieme dello spazio degli esiti (A, B, C, \dots)
- L'evento ***A si verifica*** quando l'esito dell'esperimento è un elemento di A ($\omega \in A$).



Esempio semplicissimo

- **Esperimento**: lancio di un dado a 6 facce
- **Spazio degli esiti** (Ω): $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- **Evento**: “**Esce un numero pari**”
- L'evento **A si verifica** quando il dado mostra una qualunque delle facce 2, 4, 6.



Dal nostro *test*

Sezione 1

1. Lanciando una moneta non truccata (con testa su una faccia e croce sull'altra), qual è la probabilità che l'esito del lancio sia testa? Individuate l'unica risposta sbagliata.

0.5	50%	50
-----	-----	----

2. Lanciate due volte una moneta non truccata: elencate tutti i possibili risultati nel riquadro seguente.

Dal nostro *test*

Sezione 1

1. Lanciando una moneta non truccata (con testa su una faccia e croce sull'altra), qual è la probabilità che l'esito del lancio sia testa? Individuate l'unica risposta sbagliata.

0.5	50%	50
-----	-----	----

2. Lanciate due volte una moneta non truccata: elencate tutti i possibili risultati nel riquadro seguente.

TT, TC, CT, CC

La definizione di probabilità

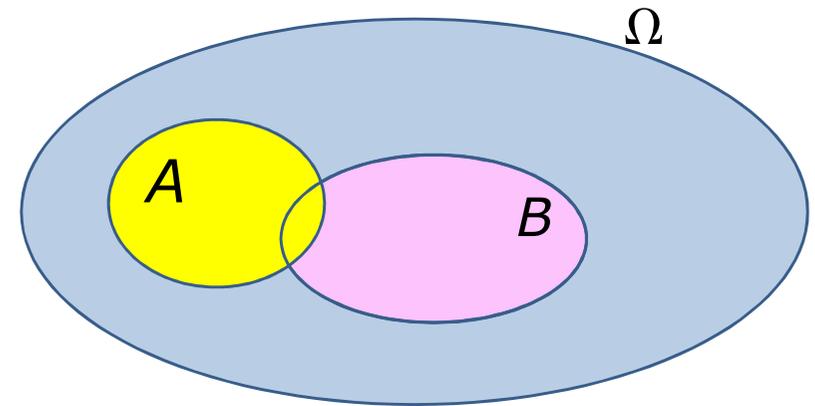
Notazioni dall'insiemistica:

$A \cup B$ si verifica almeno uno dei due

$A \cap B$ si verificano entrambi

\bar{A} (o A^c) non si verifica A

...



La definizione di probabilità

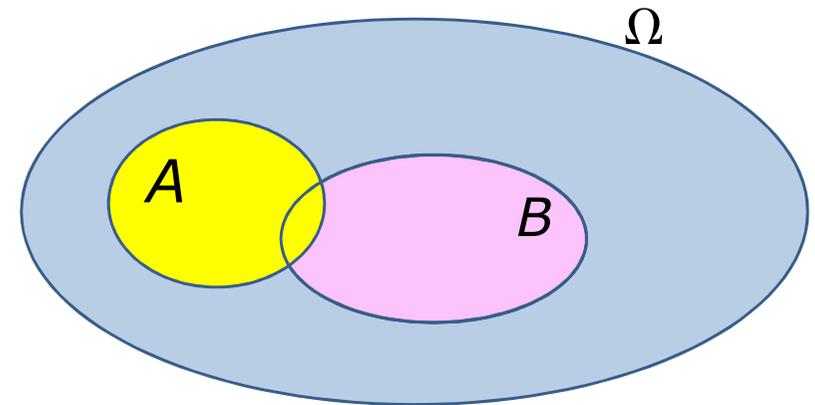
Notazioni dall'insiemistica:

$A \cup B$ si verifica almeno uno dei due

$A \cap B$ si verificano entrambi

\bar{A} (o A^c) non si verifica A

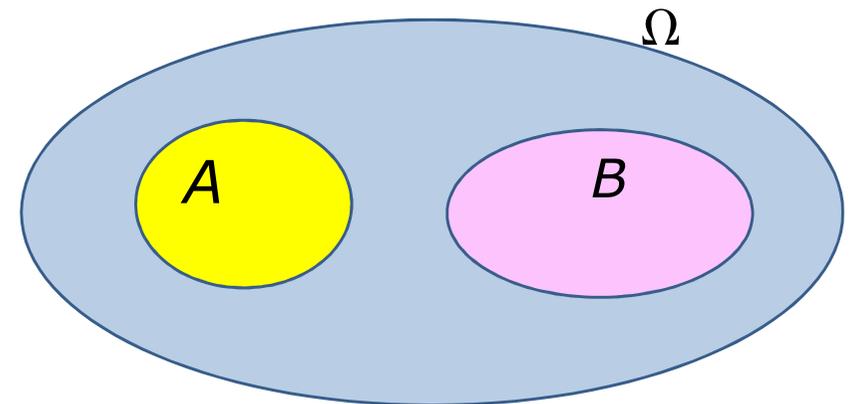
...



Uno esclude
l'altro

Eventi ***incompatibili***

$$A \cap B = \emptyset$$



La definizione (classica) di probabilità

Definizione:

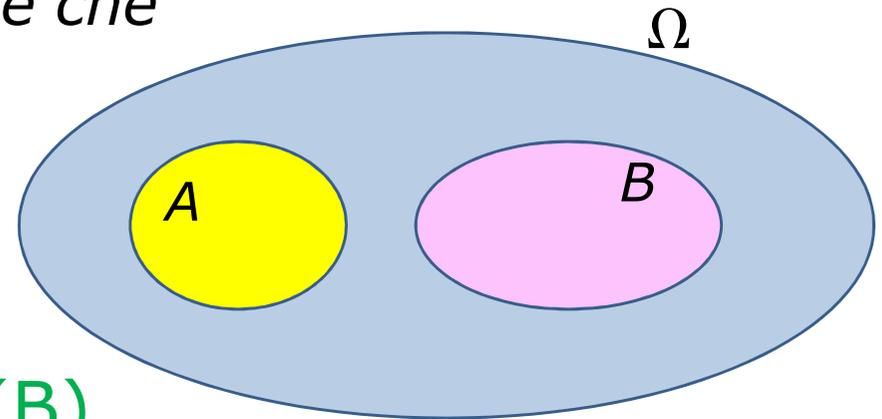
una funzione reale P sugli eventi tale che

$0 \leq P(A)$ qualunque sia A

$P(\Omega) = 1$

Se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



La definizione (classica) di probabilità

Definizione:

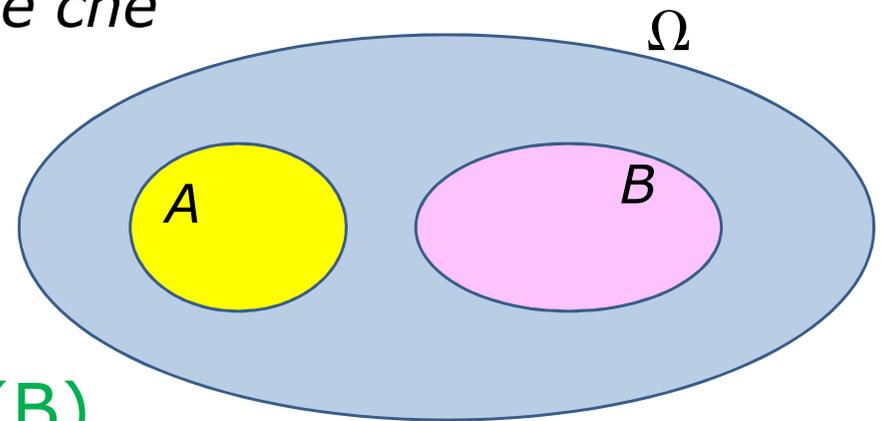
una funzione reale P sugli eventi tale che

$0 \leq P(A)$ qualunque sia A

$P(\Omega) = 1$

Se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow$

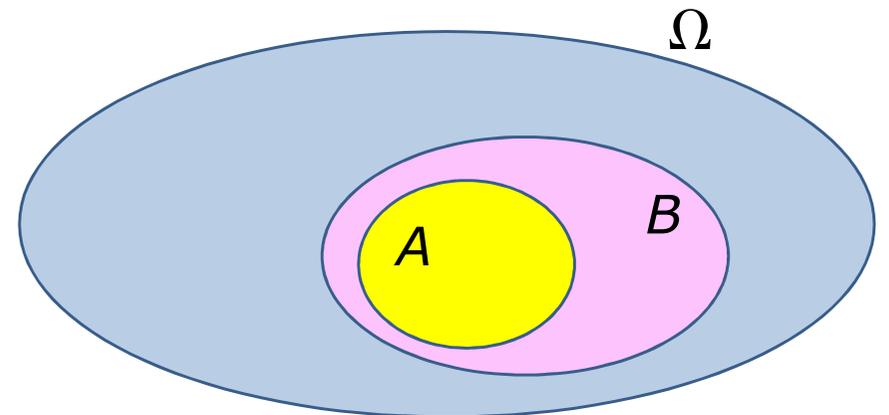
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



Ne deriva che:

se $A \subset B \rightarrow P(A) \leq P(B)$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$



La definizione (classica) di probabilità

Definizione:

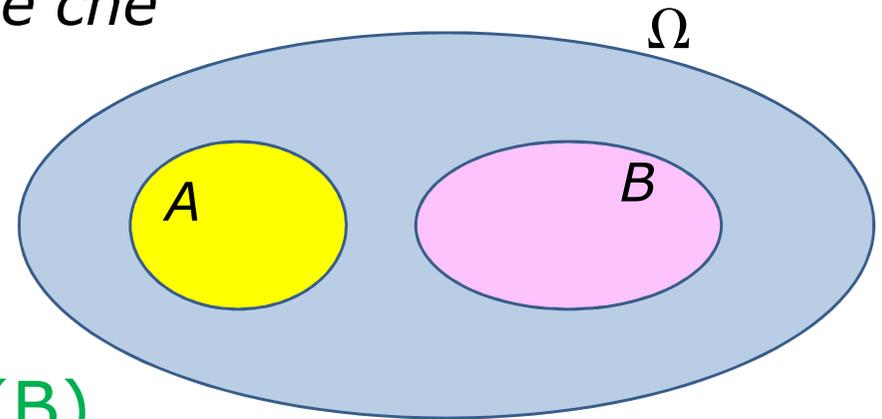
una funzione reale P sugli eventi tale che

$0 \leq P(A)$ qualunque sia A

$P(\Omega) = 1$

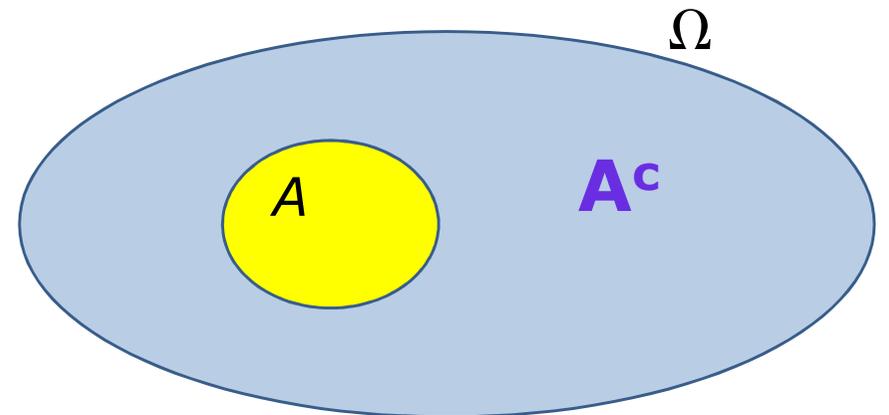
Se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



Ne deriva che:

$$A \cup A^c = \Omega \Rightarrow P(A^c) = 1 - P(A)$$



La definizione (classica) di probabilità

Definizione:

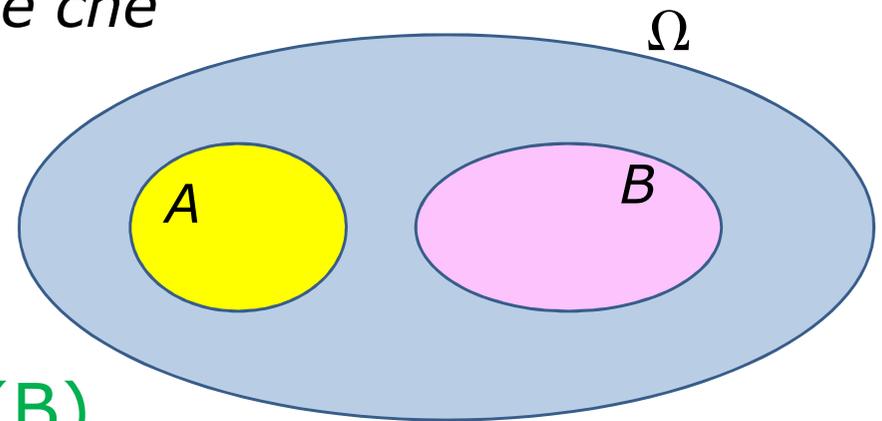
una funzione reale P sugli eventi tale che

$0 \leq P(A)$ qualunque sia A

$P(\Omega) = 1$

Se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow$

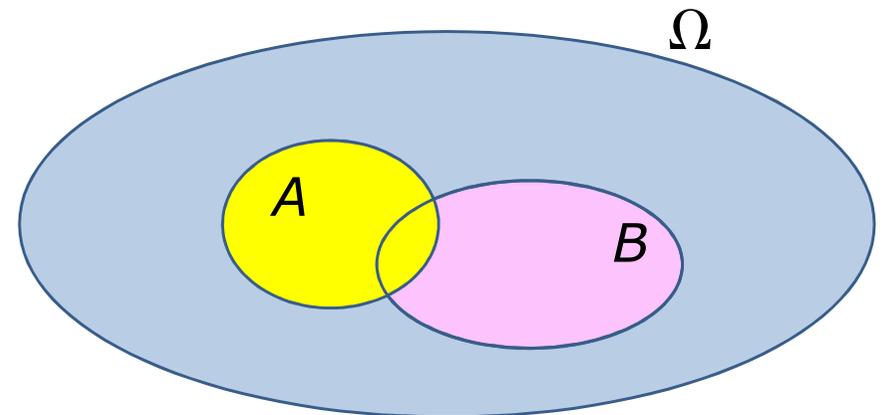
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



Ne deriva che:

se $A \cap B \neq \emptyset \Rightarrow$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



La definizione (classica) di probabilità

Definizione:

una funzione reale P sugli eventi tale che

$0 \leq P(A) \leq 1$ qualunque sia A

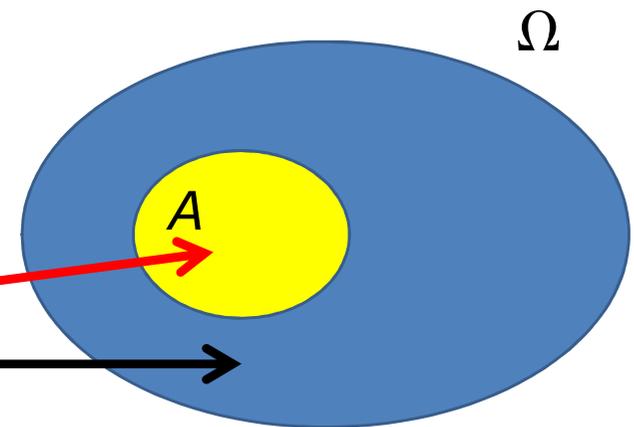
$P(\Omega) = 1$

Se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Se tutti i possibili esiti, ω , sono finiti e "ugualmente possibili", *una* P è quella definita dal **rappporto tra**

esiti favorevoli
ed esiti possibili.

Ex.: carte, dadi, ecc.



Dal nostro *test*:

Sezione 1

1. Lanciando una moneta non truccata (con testa su una faccia e croce sull'altra), qual è la probabilità che l'esito del lancio sia testa? Individuate l'unica risposta sbagliata.

0.5

50%

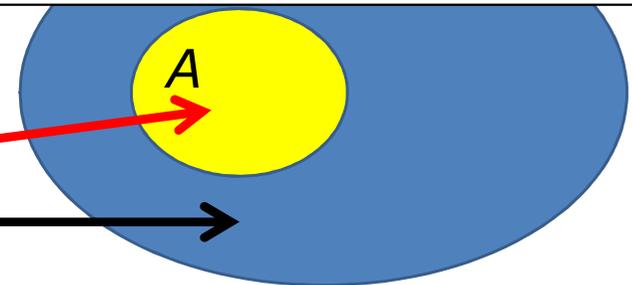
50

2. Lanciate due volte una moneta non truccata: elencate tutti i possibili risultati nel riquadro seguente.

definita dal **rapporto tra**

**esiti favorevoli
ed esiti possibili.**

Ex.: carte, dadi, ecc.



Dal nostro *test*

Definizione:

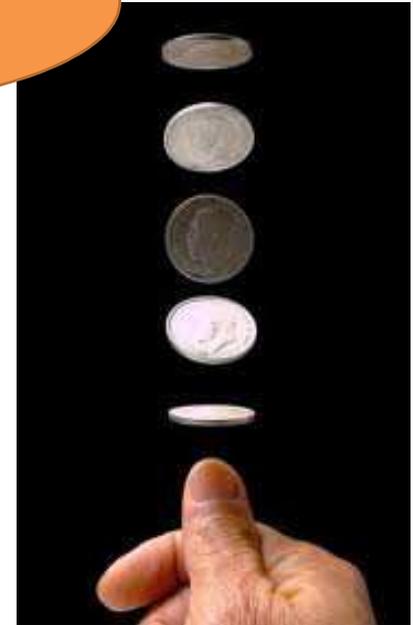
una funzione reale P sugli eventi tale che

$0 \leq P(A) \leq 1$ qualunque sia A

$P(\Omega) = 1$

Se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

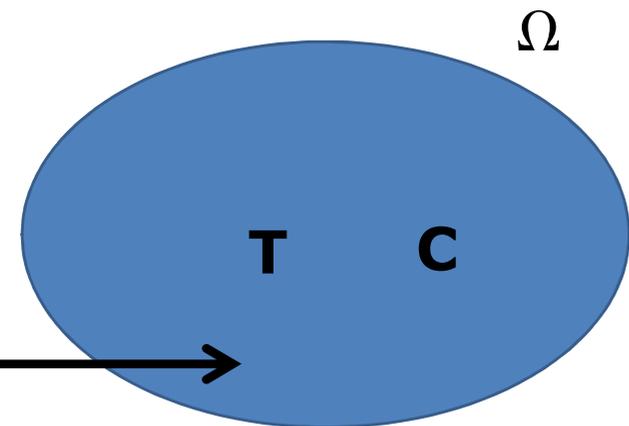
Moneta **non**
truccata



Se tutti i possibili **esiti**, ω , sono finiti e
“**ugualmente possibili**”, una P è
quella definita dal **rapporto tra**

esiti possibili.

Ex.: carte, dadi, ecc.



Dal nostro *test*:

Definizione:

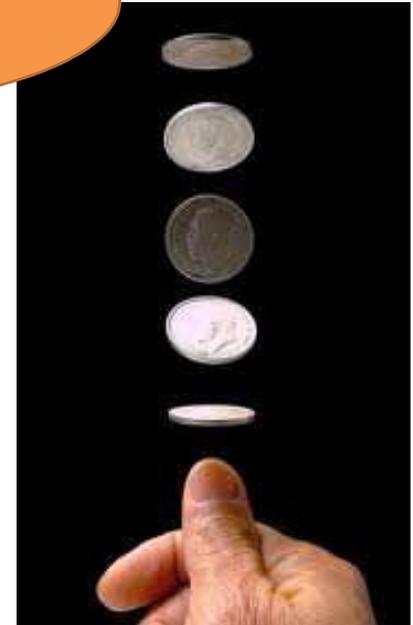
una funzione reale P sugli eventi tale che

$0 \leq P(A) \leq 1$ qualunque sia A

$P(\Omega) = 1$

Se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

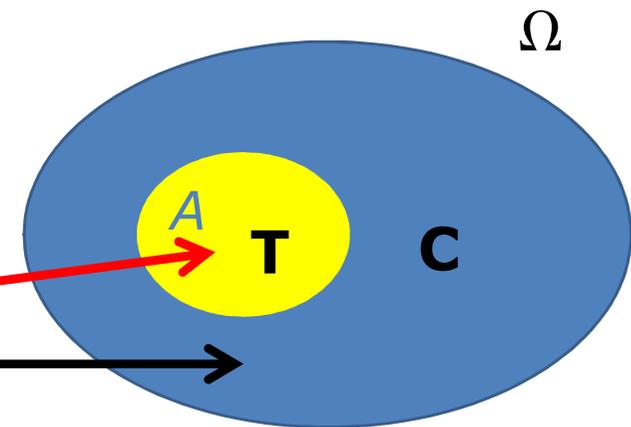
Moneta **non**
truccata



Se tutti i possibili **esiti**, ω , sono finiti e "**ugualmente possibili**", una P è quella definita dal **rappporto tra**

esiti favorevoli
ed esiti possibili.

Ex.: carte, dadi, ecc.



Dal nostro *test*:

> 1 !!!

Sezione 1

1. Lanciando una moneta non truccata (con testa su una faccia e croce sull'altra), qual è la probabilità che l'esito del lancio sia testa? Individuate l'unica risposta sbagliata.

0.5

50%

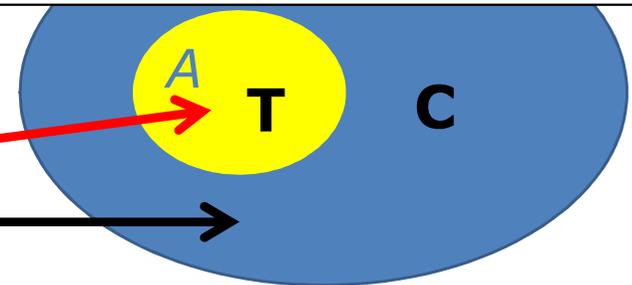
50

2. Lanciate due volte una moneta non truccata: elencate tutti i possibili risultati nel riquadro seguente.

quella definita dal **rapporto tra**

**esiti favorevoli
ed esiti possibili.**

Ex.: carte, dadi, ecc.



Esempio 0

In un certo ospedale ci sono 220 dipendenti: 139 sono donne, 49 sono chirurghi, 15 sono donne-chirurgo.

Scegliendo a caso tra i dipendenti, qual è la probabilità di selezionare:

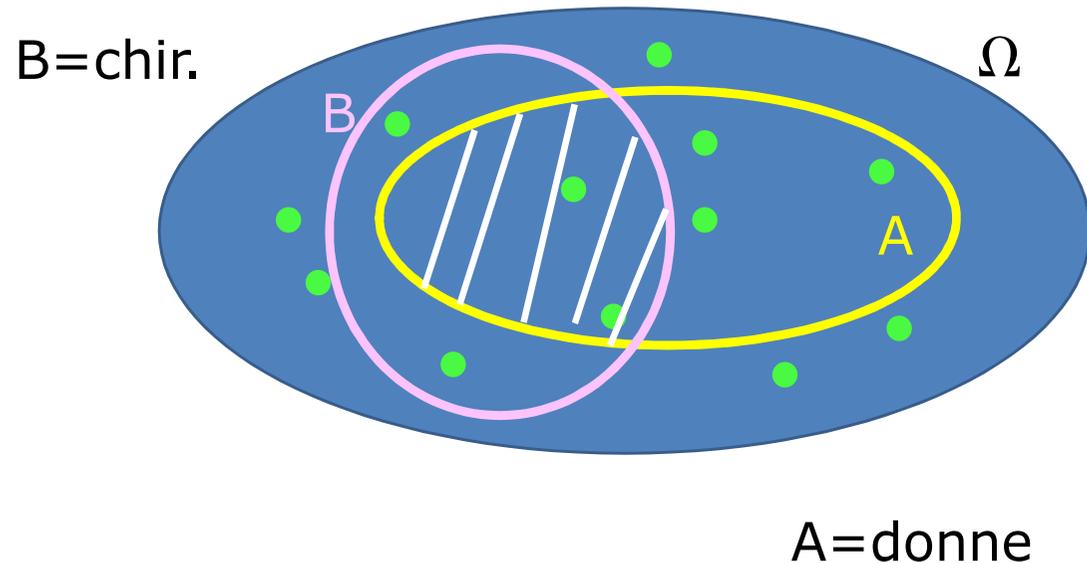
- una donna?
- un chirurgo?
- una donna-chirurgo?
- un'infermiera?
- una donna che non sia un chirurgo?
- una donna o un chirurgo?

Esempio 0

In un certo ospedale ci sono 220 dipendenti: 139 sono donne, 49 sono chirurghi, 15 sono donne-chirurgo.

Scegliendo a caso tra i dipendenti, qual è la probabilità di selezionare:

- una donna?
- un chirurgo?
- una donna-chirurgo?
- un'infermiera?
- una donna che non sia un chirurgo?
- una donna o un chirurgo?



Esempio 0

In un certo ospedale ci sono 220 dipendenti: 139 sono donne, 49 sono chirurghi, 15 sono donne-chirurgo.

Scegliendo a caso tra i dipendenti, qual è la probabilità di selezionare:



$$\frac{139}{220} = 0.632 = 63.2\%$$

- una donna?
- un chirurgo?
- una donna-chirurgo?
- un'infermiera?
- una donna che non sia un chirurgo?
- una donna o un chirurgo?

Esempio 0

In un certo ospedale ci sono 220 dipendenti: 139 sono donne, 49 sono chirurghi, 15 sono donne-chirurgo.

Scegliendo a caso tra i dipendenti, qual è la probabilità di selezionare:

- una donna? $\frac{139}{220}=0.632=63.2\%$
- un chirurgo? $\frac{49}{220}=0.223=22.3\%$
- una donna-chirurgo?
- un'infermiera?
- una donna che non sia un chirurgo?
- una donna o un chirurgo?

Esempio 0

In un certo ospedale ci sono 220 dipendenti: 139 sono donne, 49 sono chirurghi, 15 sono donne-chirurgo.

Scegliendo a caso tra i dipendenti, qual è la probabilità di selezionare:

- una donna? $\frac{139}{220}=0.632=63.2\%$
- un chirurgo? $\frac{49}{220}=0.223=22.3\%$
- una donna-chirurgo? $\frac{15}{220}=0.068=6.8\%$
- un'infermiera?
- una donna che non sia un chirurgo?
- una donna o un chirurgo?

Esempio 0

In un certo ospedale ci sono 220 dipendenti: 139 sono donne, 49 sono chirurghi, 15 sono donne-chirurgo.

Scegliendo a caso tra i dipendenti, qual è la probabilità di selezionare:

- una donna? $\frac{139}{220}=0.632=63.2\%$
- un chirurgo? $\frac{49}{220}=0.223=22.3\%$
- una donna-chirurgo? $\frac{15}{220}=0.068=6.8\%$
- un'infermiera? BOH?!
- una donna che non sia un chirurgo?
- una donna o un chirurgo?

Esempio 0

In un certo ospedale ci sono 220 dipendenti: 139 sono donne, 49 sono chirurghi, 15 sono donne-chirurgo.

Scegliendo a caso tra i dipendenti, qual è la probabilità di selezionare:

- una donna? $\frac{139}{220}=0.632=63.2\%$
- un chirurgo? $\frac{49}{220}=0.223=22.3\%$
- una donna-chirurgo? $\frac{15}{220}=0.068=6.8\%$
- un'infermiera? BOH?!
- una donna che non sia un chirurgo? $\frac{(139-15)}{220}=0.564=0.632-0.068$
- una donna o un chirurgo?

Esempio 0

In un certo ospedale ci sono 220 dipendenti: 139 sono donne, 49 sono chirurghi, 15 sono donne-chirurgo.

Scegliendo a caso tra i dipendenti, qual è la probabilità di selezionare:

- una donna? $\frac{139}{220}=0.632=63.2\%$
- un chirurgo? $\frac{49}{220}=0.223=22.3\%$
- una donna-chirurgo? $\frac{15}{220}=0.068=6.8\%$
- un'infermiera? BOH?!
- una donna che non sia un chirurgo? $\frac{(139-15)}{220}=0.564=0.632-0.068$
- una donna o un chirurgo? $\frac{(139+49-15)}{220}=0.786=0.632+0.223-0.068$

Esempio 1

In un certo ospedale il 58% del personale è donna, il 24% è chirurgo, il 10% è una donna-chirurgo.

Esempio 1

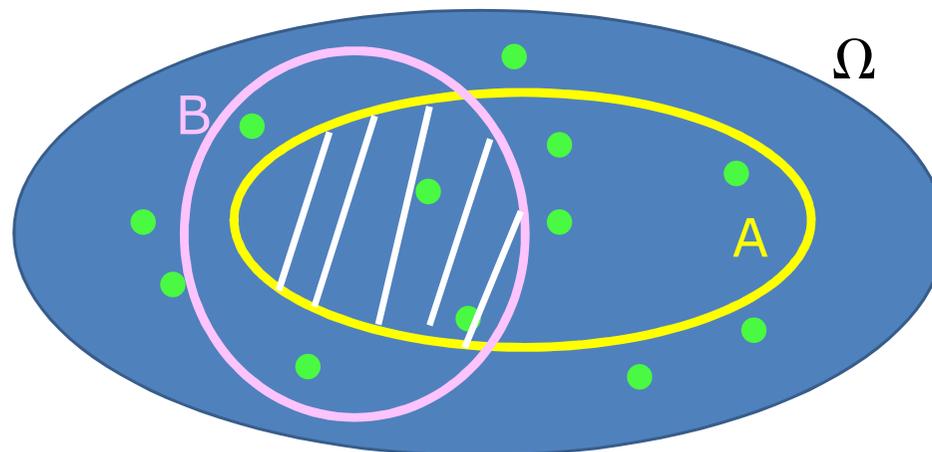
In un certo ospedale il 58% del personale è donna, il 24% è chirurgo, il 10% è una donna-chirurgo.

Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale

A = dipendente donna

B = il dipendente è un chirurgo

$A \cap B$ = **il dipendente è donna E fa il chirurgo**



Esempio 1

In un certo ospedale il 58% del personale è donna, il 24% è chirurgo, il 10% è una donna-chirurgo.

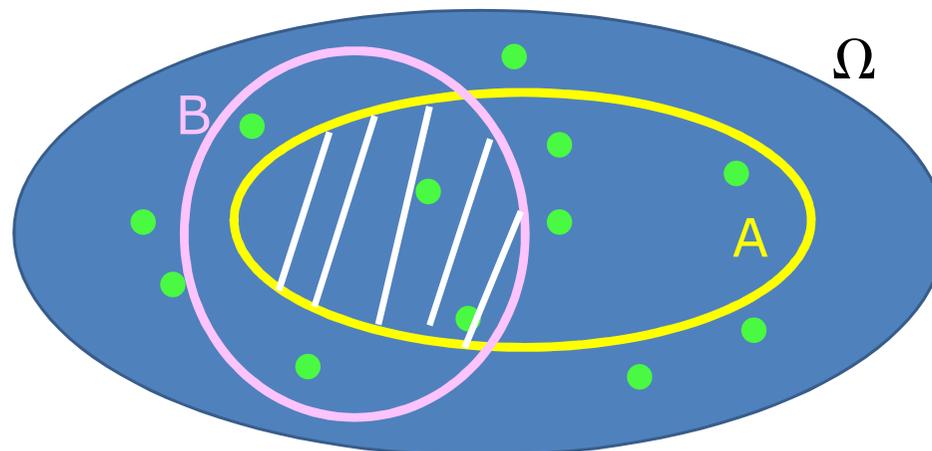
Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale

A = dipendente donna

B = il dipendente è un chirurgo

$A \cap B$ = **il dipendente è donna E fa il chirurgo**

pescando
a caso
in Ω



$$P(A) = 0.58$$
$$P(B) = 0.24$$
$$P(A \cap B) = 0.10$$

Esempio 1

In un certo ospedale il 58% del personale è donna, il 24% è chirurgo, il 10% è una donna-chirurgo.

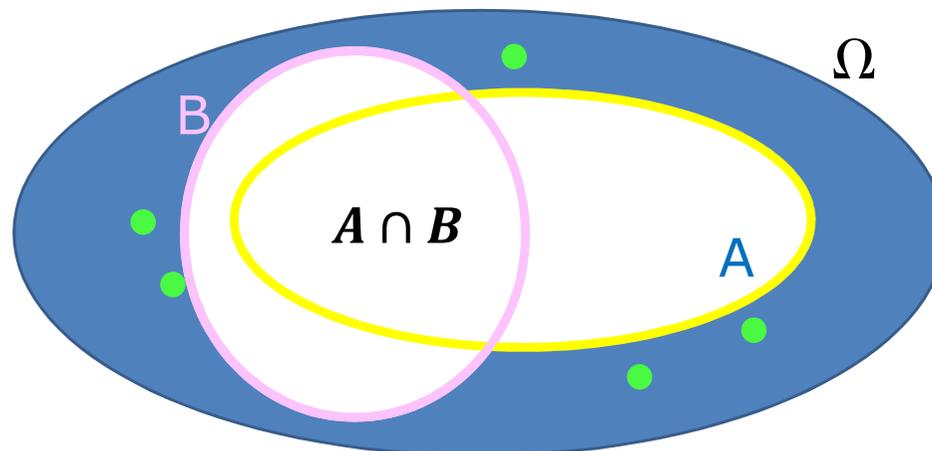
Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale

A = dipendente donna

B = il dipendente è un chirurgo

$A \cup B$ = **il dipendente è donna o fa il chirurgo**

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= \\ P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= 0.58 + 0.24 \\ &\quad - 0.10 = 0.72 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} P(A) &= 0.58 \\ P(B) &= 0.24 \\ P(A \cap B) &= 0.10 \end{aligned}$$

Esempio 1

In un certo ospedale il 58% del personale è donna, il 24% è chirurgo, il 10% è una donna-chirurgo.

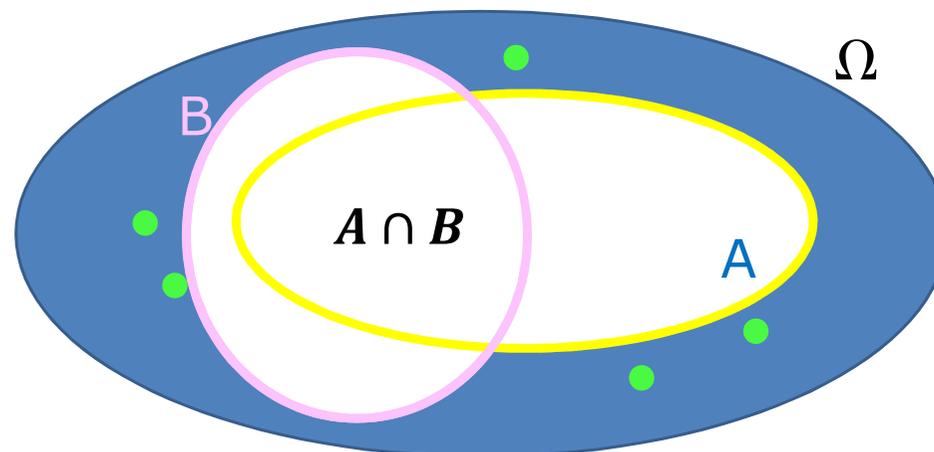
Ω = tutti i dipendenti dell'ospedale

A = dipendente donna

B = il dipendente è un chirurgo

$A \setminus B$ = **il dipendente è donna ma non fa il chirurgo**

$$\begin{aligned} P(A) - P(A \cap B) \\ &= 0.58 - 0.10 \\ &= 0.48 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} P(A) &= 0.58 \\ P(B) &= 0.24 \\ P(A \cap B) &= 0.10 \end{aligned}$$

Dal nostro *test*:

Sezione 1

1. Lanciando una moneta non truccata (con testa su una faccia e croce sull'altra), qual è la probabilità che l'esito del lancio sia testa? Individuate l'unica risposta sbagliata.

0.5	50%	50
-----	-----	----

2. Lanciate due volte una moneta non truccata: elencate tutti i possibili risultati nel riquadro seguente.

--

3. Lanciate due volte una moneta non truccata: qual è la probabilità che entrambe le monete diano testa?

0.25	1	2
------	---	---

Dal nostro *test*:

Sezione 1

1. Lanciando una moneta non truccata (con testa su una faccia e croce sull'altra), qual è la probabilità che l'esito del lancio sia testa? Individuate l'unica risposta sbagliata.

0.5	50%	50
-----	-----	----

2. Lanciate due volte una moneta non truccata: elencate tutti i possibili risultati nel riquadro seguente.

TT, TC, CT, CC

3. Lanciate due volte una moneta non truccata: qual è la probabilità che entrambe le monete diano testa?

0.25	1	2
------	---	---

Esempio 2

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

c) Sia B l'evento "la somma dei punteggi è 4":

$$P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$$

Esempio 2

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Esempio 2

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Esempio 2

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

A	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Esempio 2

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

$$P((i,j)) = \frac{1}{36} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$

A	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Esempio 2

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

$$P((i,j)) = \frac{1}{36}$$

$$P(A) = 6 \times \frac{1}{36} = \frac{1}{6}$$

A	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Esempio 2

$$P((i, j)) = \frac{1}{36}$$

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

c) Sia B l'evento "la somma dei punteggi è 4":

$$P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$$

B	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$P(B) = \frac{3}{36}$$

Esempio 2

$$P((i, j)) = \frac{1}{36}$$

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

c) Sia B l'evento "la somma dei punteggi è 4":

$$P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$$

$A \cap B$	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

Esempio 2

$$P((i, j)) = \frac{1}{36}$$

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

c) Sia B l'evento "la somma dei punteggi è 4":

$$P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$$

$A \cap B$	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

Esempio 2

$$P((i, j)) = \frac{1}{36}$$

Si lanciano due dadi equilibrati:

a) trovare lo spazio degli esiti, Ω ;

b) Sia A l'evento "i due punteggi sono uguali": $P(A)$

c) Sia B l'evento "la somma dei punteggi è 4":

$$P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$$

A ∪ B	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$P(A \cup B) = \frac{8}{36} = \frac{6}{36} + \frac{3}{36} - \frac{1}{36}$$

Dal nostro *test*:

8. Lanciate due volte un dado non truccato: qual è la probabilità che la prima volta esca il numero 4 e la seconda volta il numero 2?

$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{36}$	NON SAPREI
---------------	----------------	------------

II°

		1	2	3	4	5	6
I°	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(1,5)	(3,6)
	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

La definizione (classica) di probabilità

Definizione:

una funzione reale P sugli eventi tale che

$0 \leq P(A) \leq 1$ qualunque sia A

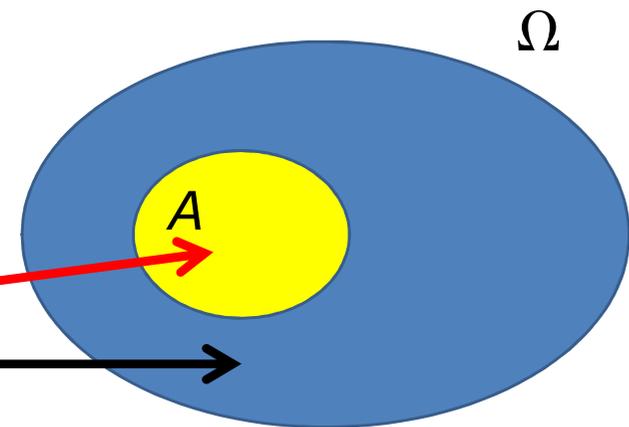
$P(\Omega) = 1$

Se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Se tutti i possibili esiti, ω , sono finiti e "ugualmente possibili", *una* P è quella definita dal **rappporto tra**

**esiti favorevoli
ed esiti possibili.**

Ex.: carte, dadi, ecc.



La definizione (classica) di probabilità

Scegliendo **a caso** una carta dal mazzo, qual è la probabilità di pescare un asso?

Se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Se tutti i possibili esiti, ω , sono finiti e "ugualmente possibili", una P è quella definita dal **rappporto tra**

**esiti favorevoli
ed esiti possibili.**

Ex.: carte, dadi, ecc.



La definizione (classica) di probabilità

Scegliere a caso permette di definire i due metodi di campionamento elementari: con o senza reimmissione

Se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Se tutti i possibili esiti, ω , sono finiti e "ugualmente possibili", una P è quella definita dal **rappporto tra**

**esiti favorevoli
ed esiti possibili.**

Ex.: carte, dadi, ecc.



Fattoriale e coeff. binomiale

$$k! = k(k - 1)(k - 2) \cdots 2 \times 1$$

$$0! = 1$$

numero di tutte le possibili
permutazioni
di k elementi distinti

$$\begin{aligned} \binom{n}{k} &= \frac{n \times (n - 1) \times \cdots \times (n - k + 1)}{k!} = \\ &= \frac{n!}{k! (n - k)!} \end{aligned}$$

numero di tutte le
possibili **scelte**
di k elementi distinti
tra n totali

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 **senza reimmissione**. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.



Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 **senza reimmissione**. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5 1,2,3,4,6, 1,2,3,4,7 ... 1,2,3,4,90

1,3,4,5,6 1,3,4,5,7 1,3,4,5,8 ... 1,3,4,5,90

1,4,5,6,7 1,4,5,6,8 1,4,5,6,9 ... 1,4,5,6,90

...

Esempio 3

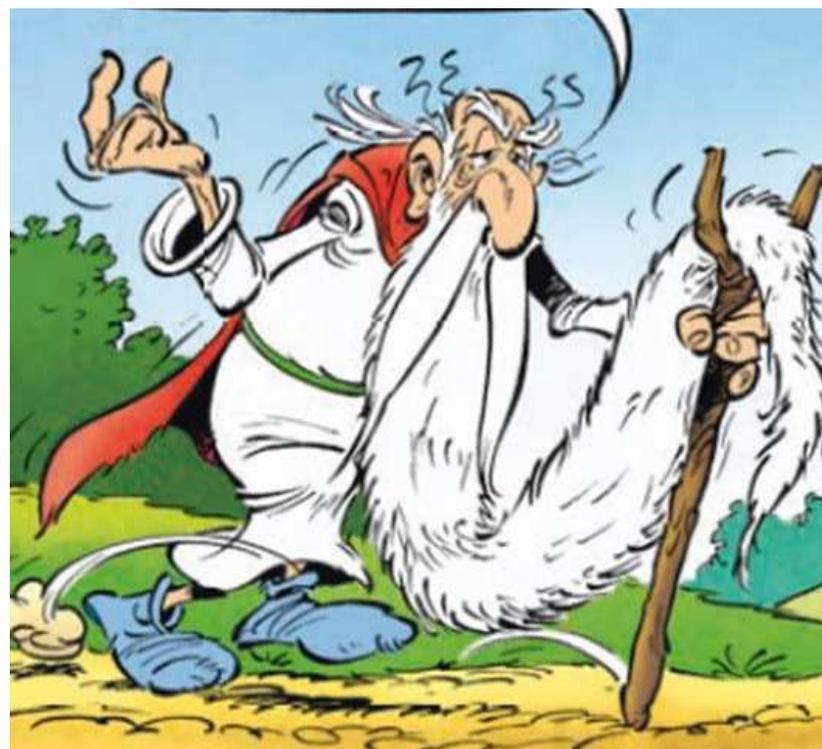
Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 **senza reimmissione**. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5 1,2,3,4,6, 1,2,3,4,7

1,3,4,5,6 1,3,4,5,7 1,3,4,5,8

1,4,5,6,7 1,4,5,6,8 1,4,5,6,9

...



Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 **senza reimmissione**. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5 1,2,3,4,6, 1,2,3,4,7 ... 1,2,3,4,90

1,3,4,5,6 1,3,4,5,7 1,3,4,5,8 ... 1,3,4,5,90

1,4,5,6,7 1,4,5,6,8 1,4,5,6,9 ... 1,4,5,6,90

...

$$\binom{90}{5} = \frac{90 \times 89 \times 88 \times 87 \times 86}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 43\,949\,268$$

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 **senza reimmissione**. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5 1,2,3,4,6, 1,2,3,4,7 ... 1,2,3,4,90

1,3,4,5,6 1,3,4,5,7 1,3,4,5,8 ... 1,3,4,5,90

1,4,5,6,7 1,4,5,6,8 **1,4,5,6,9** ... 1,4,5,6,90

...

$$\frac{1}{\binom{90}{5}} = \frac{1}{43\,949\,268} = 0.00000002$$

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 **senza reimmissione**. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5 1,2,3,4,6, 1,2,3,4,7 ... 1,2,3,4,90

1,3,4,5,6 1,3,4,5,7 1,3,4,5,8 ... 1,3,4,5,90

1,4,5,6,7 1,4,5,6,8 **71,39,48,3,7** ... 1,4,5,6,90

...

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 **senza reimmissione**. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5 1,2,3,4,6, 1,2,3,4,7 ... 1,2,3,4,90

1,3,4,5,6 1,3,4,5,7 1,3,4,5,8 ... 1,3,4,5,90

1,4,5,6,7 1,4,5,6,8 **71,39,48,3,7** ... 1,4,5,6,90

...

$$\frac{1}{\binom{90}{5}} = \frac{1}{43\,949\,268} = 0.0000002$$

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 **senza reimmissione**. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5	1,2,3,4,6,	1,2,3,4,7	...	1,2,3,4,90
1,3,4,5,6	1,3,4,5,7	1,3,4,5,8	...	1,3,4,5,90
1,4,5,6,7	1,4,5,6,8	1,4,5,6,9	...	1,4,5,6,90

...

(3,7)

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 **senza reimmissione**. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5 1,2,3,4,6, **1,2,3,4,7** ... 1,2,3,4,90

1,3,4,5,6 **1,3,4,5,7** 1,3,4,5,8 ... 1,3,4,5,90

1,4,5,6,7 1,4,5,6,8 1,4,5,6,9 ... 1,4,5,6,90

...

(3,7)

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 **senza reimmissione**. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5 1,2,3,4,6, **1,2,3,4,7** ... 1,2,3,4,90

1,3,4,5,6 **1,3,4,5,7** 1,3,4,5,8 ... 1,3,4,5,90

1,4,5,6,7 1,4,5,6,8 1,4,5,6,9 ... 1,4,5,6,90

3,7,1,2,4 **3,7,1,2,5** **3,7,1,2,6**

(3,7)

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 **senza reimmissione**. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5 1,2,3,4,6, **1,2,3,4,7** ... 1,2,3,4,90

1,3,4,5,6 **1,3,4,5,7** 1,3,4,5,8 ... 1,3,4,5,90

1,4,5,6,7 1,4,5,6,8 1,4,5,6,9 ... 1,4,5,6,90

3,7,1,2,4 **3,7,1,2,5** **3,7,1,2,6**

(3,7)

$$\binom{88}{3} = \frac{88 \times 87 \times 86}{3 \times 2 \times 1} = 109\,736$$

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 **senza reimmissione**. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5 1,2,3,4,6, **1,2,3,4,7** ... 1,2,3,4,90

1,3,4,5,6 **1,3,4,5,7** 1,3,4,5,8 ... 1,3,4,5,90

1,4,5,6,7 1,4,5,6,8 1,4,5,6,9 ... 1,4,5,6,90

3,7,1,2,4 **3,7,1,2,5** **3,7,1,2,6**

$$\frac{\binom{88}{3}}{\binom{90}{5}} = 0.00249688$$

(3,7)

Esempio 3

Il lotto – 90 palline numerate, identiche. Ruota di Milano. Per ogni ruota vengono estratti 5 numeri tra l'1 e il 90 **senza reimmissione**. L'estrazione è effettuata su tutte le ruote attraverso un'urna meccanica che mischia le palline con un getto di aria compressa e le cattura con una nicchia rotante ai bordi dell'urna.

1,2,3,4,5 1,2,3,4,6, **1,2,3,4,7** ... 1,2,3,4,90

1,3,4,5,6 **1,3,4,5,7** 1,3,4,5,8 ... 1,3,4,5,90

1,4,5,6,7 1,4,5,6,8 1,4,5,6,9 ... 1,4,5,6,90

3,7,1,2,4 **3,7,1,2,5** **3,7,1,2,6**

(32,79)

??????????????